



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PERSOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU 2007-2013



Instrumente Structurale
2007-2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE
OIPOSDRU



Universitatea
POLITEHNICA
din București

FONDUL SOCIAL EUROPEAN

Investește în oameni!

Programul Operațional Sectorial pentru Dezvoltarea Resurselor Umane 2007 – 2013

Proiect POSDRU/159/1.5/S/132395 – Burse doctorale: investiții în cercetare-inovare-dezvoltare pentru viitor (DocInvest)



UNIVERSITATEA „EFTIMIE MURGU” REȘIȚA

Facultatea de Inginerie și Management

Departamentul de Mecanică și Ingineria Materialelor

Decizie Senat nr. **410** din **10.10.2016**

TEZĂ DE DOCTORAT

*Contribuții privind influența sarcinilor operaționale și de mediu asupra
detectării defectelor în grinzi*

*Contributions to the influence of structural and environmental loads in the
detection of beam structural failures*

Autor: Ing. Horia Furdui

COMISIA DE DOCTORAT

Președinte	Prof.univ.dr.ing. Sava IANICI	de la	Universitatea „Eftimie Murgu” din Reșița
Conducător de doctorat	Prof.univ.dr.ing. Gilbert-Rainer GILLICH	de la	Universitatea „Eftimie Murgu” din Reșița
Referent	Prof.univ.dr.ing.dr.h.c. Polidor BRATU	de la	Universitatea „Dunărea de Jos” din Galați
Referent	Prof.univ.em.dr.ing. Mircea BEJAN	de la	Universitatea Tehnică din Cluj Napoca
Referent	Prof.univ.dr.ing. Nicolae HERIȘANU	de la	Universitatea Politehnică din Timișoara

Reșița 2016

Cuvânt înainte

Cercetările care fac obiectul acestei teze își propun să contribuie la dezvoltarea metodelor de detectare a defectelor bazate pe modificarea frecvențelor proprii, prin extinderea domeniului lor de aplicabilitate și în cazul structurilor supuse influențelor sarcinilor operaționale și de mediu.

Desfășurarea acestor cercetări, nu era posibilă fără sprijinul și îndrumările primite din partea domnului Prof. univ. dr. ing. Gilbert Rainer GILLICH, coordonatorul științific al tezei. Doresc să-mi exprim întreaga recunoștință și să-i adresez cele mai calde mulțumiri pentru îndrumările, sprijinul și încrederea pe care mi-a acordat-o pe parcursul anilor de studii doctorale.

Mulțumesc conducerii academice a Universității „Eftimie Murgu” din Reșița, pentru sprijinul acordat și pentru baza materială pusă la dispoziție.

Mulțumesc domnilor Prof. univ. dr. ing. dr. h.c. Polidor BRATU, Prof. univ. em. dr. ing. Mircea BEJAN și Prof. univ. dr. ing. Nicolae HERIȘANU, a căror sugestii și observații competente au dus la ridicarea nivelului științific al conținutului acestei teze de doctorat.

Mulțumesc domnului Prof. univ. dr. ing. Dorian NEDELCU și membrilor colectivului de cercetare aflat sub îndrumarea domnului Prof. univ. dr. ing. Gilbert Rainer GILLICH, domnilor Ș.I. dr. ing. Vasile Iancu, Ș.I. dr. ing. Ion Cornel Mitulețu și dr. ing. Marius Tufoi pentru observațiile competente și discuțiile purtate pe marginea temelor de cercetare care fac obiectul acestei teze.

Pentru susținerea morală, sprijinul și înțelegerea manifestată pe întreaga perioadă a studiilor doctorale, vreau să adresez cele mai calde mulțumiri, soției, fiului, fratelui meu și rudelor din Reșița. Mulțumesc colegilor de serviciu pentru faptul că mi-au preluat îndatoririle și mi-au oferit timpul necesar elaborării acestei teze. Mulțumesc tuturor celor care pe parcursul elaborării tezei m-au îndrumat, sprijinit și susținut.

Rezultatele prezentate în teza de doctorat au fost obținute cu sprijinul Ministerului Fondurilor Europene prin Programul Operațional Sectorial Dezvoltarea Resurselor Umane 2007-2013, Contract nr. POSDRU/159/1.5/S/132395.

CUPRINS

Cuvânt înainte	1
Listă tabele.....	5
Listă figuri.....	8
Listă notații	13
Oportunitatea, obiectivele și conținutul tezei	15
Cap. 1 Stadiul actual al cercetărilor privind influența sarcinilor operaționale și de mediu asupra detectării defectelor în grinzi	21
1.1. Metode de detectare, localizare și evaluare a defectelor structurilor.....	21
1.1.1. Metode locale de detectare a defectelor	21
1.1.2. Metode globale de detectare a defectelor	22
1.2. Metode globale de detectare, localizare și evaluare a defectelor bazate pe vibrații	23
1.2.1. Metode de detectare a defectelor bazate pe vibrații care utilizează analiza liniară	24
1.2.2. Metode de detectare a defectelor bazate pe vibrații care utilizează analiza neliniară.....	36
1.3. Influența sarcinilor operaționale și de mediu asupra metodelor de detectare a defectelor bazate pe vibrații	41
1.3.1. Influența temperaturii asupra proprietăților fizice ale materialelor	44
1.3.2. Influența forțelor axiale asupra comportamentului dinamic al structurilor	46
1.4. Concluzii	48
Cap. 2 Influența sarcinilor operaționale asupra formelor modurilor de vibrație ale grinzilor încastate la ambele capete	51
2.1. Deformațiile grinzilor încastate la ambele capete sub acțiunea sarcinilor operaționale	51
2.1.1. Deformațiile grinzilor încastate la ambele capete datorate încovoierii sub acțiunea sarcinilor operaționale.....	51
2.1.2. Deformațiile grinzilor încastate la ambele capete datorate flambajului determinat de sarcinile operaționale axiale	61
2.2. Formele modurilor de vibrație transversală ale grinzilor încastate la ambele capete, deformate sub acțiunea sarcinilor operaționale.....	67
2.2.1. Formele modurilor de vibrație ale grinzilor încastate la ambele capete nesolicitate static de sarcini operaționale.....	68
2.2.2. Studiul comparativ al deformațiilor grinzilor elastice continue supuse solicitărilor statice și dinamice	70
2.2.3. Determinarea formelor modurilor de vibrație ale grinzilor încastate la ambele capete deformate de solicitările statice	73
2.2.4. Analiza influenței deformațiilor produse de solicitările statice asupra formelor modurilor de vibrație ale grinzilor încastate la ambele capete.....	77
2.3. Concluzii. Contribuții personale.....	84
2.3.1. Concluzii.....	85
2.3.2. Contribuții personale	86
Cap. 3. Influența factorilor de mediu asupra dinamicii grinzilor	87
3.1. Efectul temperaturii asupra dinamicii grinzilor încastate la ambele capete prin modificarea modulului de elasticitate longitudinal	88
3.2. Efectul forțelor axiale induse de variațiile de temperatură asupra dinamicii grinzilor	92
3.2.1. Comportamentul dinamic al grinzilor ale căror reazeme împiedică în totalitate dilatările sau contracțiile cauzate de variația temperaturii	93

3.2.2. Efectul cumulat al variațiilor modulului de elasticitate longitudinal și al forțelor axiale induse ca urmare a variațiilor temperaturii asupra dinamicii grinzii studiate	96
3.2.3. Determinarea formulei de calcul a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii studiate în funcție de deplasările și reacțiunile elastice ale sistemului de susținere a reazemelor	99
3.3. Filtrarea valorilor frecvențelor proprii prin eliminarea influențelor temperaturii	101
3.4. Analiza cu ajutorul metodei elementului finit a influenței forței axiale datorată variației temperaturii asupra frecvențelor și formelor modale.....	102
3.4.1. Analiza cu ajutorul metodei elementului finit a influenței forței axiale datorată variației temperaturii asupra frecvențelor	102
3.4.2. Compararea valorilor frecvențelor proprii obținute prin cele două metode, FEM și analitic	106
3.4.3. Analiza prin metoda elementului finit a influenței forței axiale datorată variației temperaturii asupra formelor modale	111
3.5. Filtrarea valorilor frecvențelor determinate FEM în vederea eliminării modificărilor produse de variația temperaturii.....	113
3.5.1. Filtrarea valorilor frecvențelor proprii obținute prin simulări numerice cu metoda elementului finit	113
3.5.2. Determinarea factorilor de corecție a valorilor filtrate	119
3.6. Concluzii. Contribuții personale.....	133
3.6.1. Concluzii.....	134
3.6.2. Contribuții personale	136
Cap. 4. Influența temperaturii asupra comportamentului dinamic al grinzilor cu defect, încastate la ambele capete	137
4.1. Determinarea prin analiză FEM a influenței poziției defectului asupra valorilor forțelor și temperaturilor critice de flambaj	138
4.1.1. Determinarea prin metoda elementului finit a valorilor forțelor și temperaturilor critice de flambaj ale grinzii studiate.....	138
4.1.2. Determinarea formulei analitice de calcul a valorii forței axiale în funcție de temperatură pentru grinda cu defect, dacă se cunosc poziția și caracteristicile dimensionale ale acestuia.....	143
4.2. Analiza FEM a comportamentului dinamic al grinzilor cu defect în medii cu temperaturi variabile	144
4.2.1. Determinarea FEM a valorilor frecvențelor proprii în funcție de poziția defectului	156
4.2.2. Analiza modificărilor relative ale valorilor frecvențelor proprii determinate de modificarea poziției defectului	167
4.3. Construirea unui model predictiv de recunoaștere a poziției defectului pe baza modificărilor relative normalizate ale valorilor frecvențelor proprii determinate FEM în funcție de poziția defectului.....	171
4.4. Concluzii. Contribuții personale.....	175
4.4.1. Concluzii.....	175
4.4.2. Contribuții personale	175
Cap. 5 Analiza pe cale experimentală a influenței forțelor axiale datorate variațiilor de temperatură asupra frecvențelor proprii ale grinzilor încastate la ambele capete	176
5.1. Considerații privind cerințele pe care trebuie să le îndeplinească standul experimental și sistemul de achiziție a datelor	176
5.2. Descrierea standului experimental și a echipamentelor de măsură	177
5.2.1. Descriere stand experimental.....	177
5.2.2. Descrierea echipamentelor de măsură.....	180

5.3. Metoda de detectare a defectelor pentru grinda încastrată la ambele capete supusă variațiilor de temperatură	186
5.3.1. Calibrarea sistemului	188
5.3.2. Filtrarea valorilor frecvențelor proprii ale grinzilor cu defect	195
5.3.3. Detectarea defectului	199
5.4. Concluzii. Contribuții personale	208
5.4.1. Concluzii	208
5.4.2. Contribuții personale	208
Cap. 6 Concluzii. Contribuții personale. Diseminarea rezultatelor cercetării	209
6.1. Concluzii	209
6.2. Contribuții personale	210
6.3. Diseminarea rezultatelor cercetării	210
Bibliografie	213

Listă tabele

Tabel	Pag.
2.1 Condiții la limită pentru diferite tipuri de rezemare	52
2.2 Rădăcinile ecuației caracteristice λ_i pentru primele zece moduri de flambaj	65
2.3 Valorile caracteristice λ_i pentru primele zece moduri de vibrație ale grinzii încastrate la ambele capete, pentru modelul Euler-Bernoulli	69
3.1 Caracteristicile dimensionale și fizico-mecanice ale grinzii studiate	88
3.2 Valorile modulului de elasticitate determinate pentru intervalul de temperaturi 0 °C -100 °C cu relațiile (3.1) și (3.2)	89
3.3 Valorile frecvențelor proprii ale grinzii, determinate analitic cu valorile lui E calculate cu formula (3.2) pentru intervalul de temperaturi 0 °C-50 °C	90
3.4 Valorile frecvențelor proprii ale grinzii, determinate analitic cu valorile lui E calculate cu formula (3.2) pentru intervalul de temperaturi 50 °C-100 °C	91
3.5 Valorile forțelor, diferențelor de temperatură și a temperaturilor critice de flambaj ale grinzii studiate crespunzătoare primelor zece moduri de flambaj	92
3.6 Valorile frecvențelor proprii pentru primele zece moduri de vibrație ale grinzii studiate solicitată de sarcini axiale produse de variația temperaturii față de $T_0=24.85$ °C, în intervalul 0 °C-50 °C	94
3.7 Valorile frecvențelor proprii pentru primele zece moduri de vibrație ale grinzii studiate solicitată de sarcini axiale produse de variația temperaturii față de $T_0=24.85$ °C, în intervalul 50 °C-100 °C	95
3.8 Valorile frecvențelor proprii pentru primele zece moduri de vibrație ale grinzii studiate, modificate de efectul cumulat al variației modulului de elasticitate și a solicitărilor axiale produse de variația temperaturii față de $T_0=24.85$ °C, în intervalul 0 °C-50 °C	97
3.9 Valorile frecvențelor proprii pentru primele zece moduri de vibrație ale grinzii studiate modificate de efectul cumulat al variației modulului de elasticitate și a solicitărilor axiale produse de variația temperaturii față de $T_0=24.85$ °C, în intervalul 50 °C-100 °C	98
3.10 Valorile FEM ale frecvențelor proprii ale grinzii studiate determinate pentru variația temperaturii în intervalul 0 °C-50 °C față de $T_0=24.85$ °C	104
3.11 Valorile FEM ale frecvențelor proprii ale grinzii studiate determinate pentru variația temperaturii în intervalul 50 °C-100 °C față de $T_0=24.85$ °C	105
3.12 Valorile filtrate ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul -24.85 °C-35.15 °C	114
3.13 Valorile filtrate ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul 40.15 °C-75.15 °C	115
3.14 Valorile erorilor relative de filtrare ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul -24.85 °C-35.15 °C	116
3.15 Valorile erorilor relative de filtrare ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul 40.15 °C-75.15 °C	117
3.16 Valorile factorilor de corecție a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul -24.85 °C-35.15 °C	123
3.17 Valorile factorilor de corecție a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul 40.15 °C-75.15 °C	124

3.18	Valorile filtrate corectate ale frecvențelor proprii determinate FEM, pentru valori ΔT cuprinse în intervalul -24.85°C - 35.15°C	125
3.19	Valorile filtrate corectate ale frecvențelor proprii determinate FEM, pentru valori ΔT cuprinse în intervalul 40.15°C - 75.15°C	127
3.20	Erorile relative ale valorilor filtrate corectate ce au ca sursă frecvențele proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul -24.85°C - 35.15°C	128
3.21	Erorile relative ale valorilor filtrate corectate ce au ca sursă frecvențele proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul 40.15°C - 75.15°C	129
4.1	Valorile forțelor, diferențelor de temperatură și a temperaturilor critice ale modurilor 1 și 2 de flambaj determinate pentru diferite poziții ale defectului pe grindă x/l	139
4.2	Valorile FEM ale frecvențelor proprii ale grinzii CD235 pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 0°C - 52.7°C	145
4.3	Valorile FEM ale frecvențelor proprii ale grinzii CD235 pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 53°C - 100°C	146
4.4	Valorile FEM ale frecvențelor proprii ale grinzii CD500 pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 0°C - 52.7°C	147
4.5	Valorile FEM ale frecvențelor proprii ale grinzii CD500 pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 53°C - 100°C	148
4.6	Valorile frecvențelor proprii ale grinzii FD determinate analitic cu formula (3.7) pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 0°C - 52.7°C , în funcție de valorile determinate FEM pentru temperatura de referință	149
4.7	Valorile frecvențelor proprii ale grinzii FD determinate analitic cu formula (3.7) pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 53°C - 100°C , în funcție de valorile determinate FEM pentru temperatura de referință	150
4.8	Valorile frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01 – 0.25 , determinate la temperatura de referință $T_0=24.85^{\circ}\text{C}$	157
4.9	Valorile frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.26 – 0.5 , determinate la temperatura de referință $T_0=24.85^{\circ}\text{C}$	158
4.10	Valorile frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01 – 0.25 , determinate la temperatura $T=40^{\circ}\text{C}$	159
4.11	Valorile frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.26 – 0.50 , determinate la temperatura $T=40^{\circ}\text{C}$	160
4.12	Valorile frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01 – 0.25 , filtrate de modificările produse de creșterea temperaturii la valoarea $T=40^{\circ}\text{C}$	161
4.13	Valorile frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.26 – 0.50 , filtrate de modificările produse de creșterea temperaturii la valoarea $T=40^{\circ}\text{C}$	162
4.14	Valorile erorilor relative de filtrare a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01 – 0.25	163
4.15	Valorile erorilor relative de filtrare a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01 – 0.25	164

4.16	Modificările relative ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01–0.25	168
4.17	Modificările relative ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.26–0.50	169
4.18	Modificările relative normalizate ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01–0.25	172
4.19	Modificările relative normalizate ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01–0.25	173
5.1	Valorile frecvențelor proprii măsurate pentru grinda FD	190
5.2	Valorile frecvențelor proprii determinate analitic	192
5.3	Valorile frecvențelor proprii măsurate pentru grinda CD235	196
5.4	Valorile măsurate ale frecvențelor proprii pentru grinda CD500	196
5.5	Valorile factorilor de corecție pentru grinda CD235	197
5.6	Valorile factorilor de corecție pentru grinda CD500	197
5.7	Valorile frecvențelor proprii filtrate pentru grinda CD235	198
5.8	Valorile frecvențelor proprii filtrate pentru grinda CD500	198
5.9	Modificarea relativă a frecvențelor pentru grinda CD235	199
5.10	Modificarea relativă a frecvențelor pentru grinda CD500	201
5.11	Modificarea relativă normalizată a frecvențelor pentru grinda CD235	201
5.12	Modificarea relativă normalizată a frecvențelor pentru grinda CD500	202
5.13	Distanța Minkowski pentru pozițiile defectului x/l cuprinse în intervalul 0.01-0.25 pentru grinda CD235	203
5.14	Distanța Minkowski pentru pozițiile defectului x/l cuprinse în intervalul 0.26-0.50 pentru grinda CD235	204
5.15	Distanța Minkowski pentru pozițiile defectului x/l cuprinse în intervalul 0.01-0.25 pentru grinda CD500	205
5.16	Distanța Minkowski pentru pozițiile defectului x/l cuprinse în intervalul 0.26-0.50 pentru grinda CD500	206

Listă figuri

Figura	Pag.
2.1 Grinda încastrată la două capete încărcată cu o sarcină concentrată	53
2.2 Forma adimensională a fibrei medii deformate a grinzii încastrate la ambele capete încărcată cu o sarcină concentrată pentru $a=b=1/2$	54
2.3 Forma adimensională a fibrei medii deformate a grinzii încastrate la ambele capete încărcată cu o sarcină concentrată pentru $a=3/4$, $b=1/4$	54
2.4 Formele adimensionale ale momentului încovoietor, pantei tangentei și formei fibrei medii deformate ale grinzii încastrate la ambele capete încărcată cu o forță concentrată pentru $a=3/4$ și $b=1/4$	55
2.5 Grinda dublu încastrată încărcată cu două sarcini concentrate de sens contrar	57
2.6 Forma fibrei medii deformate adimensională a grinzii dublu încastrate încărcată cu două sarcini concentrate de sens contrar	58
2.7 Grinda dublu încastrată încărcată cu trei sarcini concentrate	58
2.8 Forma fibrei medii deformate a grinzii încastrate la ambele capete solicitată de un sistem de trei forțe concentrate de valori egale $P=H$	60
2.9 Forma fibrei medii deformate a grinzii încastrate la ambele capete solicitată de un sistem de trei forțe concentrate de valori egale $P<H$	60
2.10 Grinda încastrată la ambele capete deformată în primele 5 moduri de flambaj, (a)-mod1, (b)-mod2, (c)-mod3, (d)-mod4, (e)-mod5	62
2.11 Forma fibrei medii deformate a grinzii dublu încastrate în primele patru moduri impare de flambaj	65
2.12 Forma fibrei medii deformate a grinzii dublu încastrate în primele patru moduri pare de flambaj	65
2.13 Forma primelor trei moduri de vibrație transversală liberă a grinzii încastrate la ambele capete	70
2.14 Reprezentare grafică a formei fibrei medii deformate a grinzii dublu încastrate și a formelor modului 1 de flambaj și vibrație	71
2.15 Reprezentare grafică a formei fibrei medii deformate a grinzii dublu încastrate și a formelor modului 2 de flambaj și vibrație	72
2.16 Reprezentare grafică a formei fibrei medii deformate a grinzii dublu încastrate, pentru $P=H$ și a formelor modului 3 de flambaj și vibrație	72
2.17 Reprezentare grafică a formei fibrei medii deformate a grinzii dublu încastrate pentru $P=H$ și a formelor modului 3 de flambaj și vibrație	72
2.18 Formele primelor trei moduri de vibrație transversală ale grinzii solicitată static la încovoiere de o forță concentrată dacă punctul de aplicație a forței este poziționat față de reazeme la $a=3/4$ și $b=1/4$ conform figurii (2.1), dacă punctul de aplicație a forței este poziționat față de reazeme la $a=3/4$ și $b=1/4$	75
2.19 Formele primelor trei moduri de vibrație transversală ale grinzii studiate solicitată static la încovoiere de un sistem de două forțe concentrate	75
2.20 Formele primelor trei moduri de vibrație transversală ale grinzii studiate solicitată static la încovoiere de un sistem de trei forțe concentrate, dacă $H/P=1.085$	76

2.21	Formele primelor trei moduri de vibrație transversală ale grinzii studiate solicitată static la încovoiere de un sistem de trei forțe concentrate, dacă $H/P=1$	76
2.22	Formele primelor trei moduri de vibrație transversală ale grinzii deformată static la flambaj	77
2.23	Formele alternative ale modului 3 de vibrație cu referința fibra medie deformată la încovoiere de sistemul de trei forțe studiat dacă $H/P=1.085$	79
2.24	Formele alternative ale modului 4 de vibrație cu referința fibra medie deformată la încovoiere de sistemul de două forțe studiat	79
2.25	Formele alternative ale modului 4 de vibrație a grinzii deformată la încovoiere de un sistem de trei forțe cu raportul $H/P=1.085$, pentru o valoare a forțelor P dată de relația $P=P_0$	80
2.26	Formele alternative ale modului 4 de vibrație a grinzii deformată la încovoiere de un sistem de trei forțe cu raportul $H/P=1.085$, pentru o valoare a forțelor P dată de relația $P=2P_0$	81
2.27	Forma modului 1 de vibrație a grinzii cu referința cu referința fibra medie deformată la încovoiere de o sarcină concentrată cu punctul de aplicație situat la $3/4l$ de reazem	82
2.28	Formele alternative ale modului 1 de vibrație a grinzii cu referința fibra medie deformată la încovoiere de un sistem de trei forțe care satisfac raportul $H/P=1$	83
2.29	Formele alternative ale modului 1 de vibrație a grinzii cu referința fibra medie deformată la încovoiere de un sistem de trei forțe care satisfac raportul $H/P=1.85$	84
3.1	Variația modului de elasticitate longitudinal determinată de variația temperaturii în intervalul $0^\circ\text{C}-100^\circ\text{C}$	89
3.2	Variația valorilor frecvențelor proprii corespunzătoare primelor patru moduri de vibrație a grinzii studiate solicitată de sarcini axiale produse de variația temperaturii față de $T_0=24.85^\circ\text{C}$, în intervalul $0^\circ\text{C}-100^\circ\text{C}$	96
3.3	Element al unei grinzi cu zăbrele aflat în echilibru static determinat de forțele axiale datorate variațiilor de temperatură și reacțiunile elastice ale sistemului	99
3.4	Modelul grindă cu condițiile la limită aplicate	103
3.5	Discretizarea modelului analizat în elemente tetraedale cu baze curbate	103
3.6	Prezentarea grafică a rezultatului studiului „ <i>Thermal</i> ” pentru $T=5^\circ\text{C}$	103
3.7	Valorile frecvențelor FEM funcție de temperatură pentru primele 4 moduri de vibrație a grinzii studiate	105
3.8	Evoluția valorilor frecvențelor proprii ale modurilor 1 și 2 determinate prin cele două metode pe intervalul de temperatură studiat	107
3.9	Evoluția valorilor frecvențelor proprii ale modurilor 3 și 4 determinate prin cele două metode pe intervalul de temperatură studiat	107
3.10	Evoluția valorilor frecvențelor proprii ale modului 1 determinate prin cele două metode de calcul la valori ale temperaturii apropiate temperaturii critice 1	108

3.11	Evoluția valorilor frecvențelor proprii ale modului 2 determinate prin cele două metode de calcul la valori ale temperaturii apropiate temperaturii critice 2	108
3.12	Delimitarea grafică a intervalului de temperaturi pe care valorile frecvențelor proprii ale modului 2 determinate prin cele două metode înregistrează abateri semnificative	109
3.13	Delimitarea grafică a intervalului de temperaturi pe care valorile frecvențelor proprii ale modului 3 determinate prin cele două metode înregistrează abateri semnificative	109
3.14	Evoluția valorile frecvențelor proprii ale modurilor 5 și 6 determinate prin cele două metode pe intervalul de temperatură studiat	110
3.15	Forma FEM normalizată a modului 3 de vibrație pentru $T_0=24.850\text{ }^{\circ}\text{C}$	112
3.16	Forma FEM normalizată a modului 3 de vibrație pentru $T=100\text{ }^{\circ}\text{C}$	112
3.17	Variația erorilor de filtrare a valorilor frecvențelor proprii determinate FEM pentru modurile de vibrație 1,2 și 3	118
3.18	Variația erorilor de filtrare a valorilor frecvențelor proprii determinate FEM pentru modurile de vibrație 4 - 9	118
3.19	Variația valorilor factorilor de corecție pentru modul 1 de vibrație pentru variația diferenței de temperatură în intervalul $-24.85\text{ }^{\circ}\text{C}-24.15\text{ }^{\circ}\text{C}$	121
3.20	Variația valorilor factorilor de corecție pentru modul 3 de vibrație pentru variația diferenței de temperatură în intervalul $-24.85\text{ }^{\circ}\text{C}-75.15\text{ }^{\circ}\text{C}$	122
3.21	Erorilor valorilor filtrate corectate ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru modurile de vibrație 1,2 și 3	130
3.22	Erorilor valorilor filtrate corectate ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru modurile de vibrație 4 - 9	130
3.23	Model pentru determinarea valorilor factorilor de corecție prin diferență	132
4.1	Forma și dimensiunile defectului grinzii studiate	137
4.2	Modelul grindă cu poziție variabilă a defectului solicitat static de o forță axială	139
4.3	Variația valorilor forței critice a modului 1 de flambaj funcție de poziția defectului	140
4.4	Variația valorilor forței critice a modului 2 de flambaj funcție de poziția defectului	140
4.5	Modificările înregistrate între valoarea forței critice a modului 1 de flambaj a grinzii intacte și valorile determinate FEM pentru grinda cu defect situat la distanța $x//$	141
4.6	Modificările înregistrate între valoarea forței critice a modului 2 de flambaj a grinzii intacte și valorile determinate FEM pentru grinda cu defect situat la distanța $x//$	141
4.7	Derivata a doua a funcției săgeții pentru modul 1 de flambaj	142
4.8	Derivata a doua a funcției săgeții pentru modul 2 de flambaj	142
4.9	Variația valorilor frecvențelor proprii ale grinzii CD235 în funcție de temperatură	151

4.10	Variația valorilor frecvențelor proprii ale grinzii CD500 în funcție de temperatură	151
4.11	Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 1 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 0 °C-35 °C	152
4.12	Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 1 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 35 °C-55 °C	152
4.13	Variația frecvențelor proprii ale modului 2 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 70 °C-85 °C	153
4.14	Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 3 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 80 °C-100 °C	154
4.15	Variația frecvențelor proprii ale modului 4 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 80 °C-100 °C	154
4.16	Variația frecvențelor proprii ale modului 5 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 80 °C-100 °C	155
4.17	Variația frecvențelor proprii ale modului 6 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 60 °C-100 °C	155
4.18	Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 1 de vibrație achiziționate pentru cele două valori ale temperaturii și a valorilor filtrate în funcție de poziția defectului	165
4.19	Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 2 de vibrație achiziționate pentru cele două valori ale temperaturii și a valorilor filtrate în funcție de poziția defectului	165
4.20	Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 3 de vibrație achiziționate pentru cele două valori ale temperaturii și a valorilor filtrate în funcție de poziția defectului	166
4.21	Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 4 de vibrație achiziționate pentru cele două valori ale temperaturii și a valorilor filtrate în funcție de poziția defectului	166
4.22	Modificările relative ale frecvențelor proprii ale grinzii studiate față de valorile de referință ale grinzii intacte determinate de poziția variabilă a defectului	170
4.23	Schema modelului predictiv [44]	174
4.24	Modificarea relativă a frecvențelor și modificarea relativă normalizată a frecvențelor pentru poziția defectului $x/l=0.01$, $x/l=0.23$ și $x/l=0.5$	174
5.1	Stand experimental pentru măsurarea valorilor frecvențelor proprii ale grinzii încastate la ambele capete în condiții de temperaturi variabile, cu monitorizarea deplasărilor reazemelor	178
5.2	Detalii constructive stand experimental a. măsurare deplasări, b. și c. împiedicare alunecare	178
5.3	Prelucrarea grinzilor care fac obiectul analizei experimentale	179
5.4	Sistemul de măsură și achiziție a frecvențelor proprii	180

5.5	Accelerometru Kistler 8772A5	181
5.6	Sistem de achiziție NI 9234	181
5.7	Schema-bloc a instrumentului virtual de achiziție a semnalelor	183
5.8	Schema-bloc a instrumentului virtual de procesare a semnalelor achiziționate și afișare a rezultatelor	184
5.9	Termometru manual Optris Laser Sight [160]	185
5.10	Comparator mecanic cu cadran	185
5.11	Schema procesului de calibrare	189
5.12	Proportionalitatea deplasărilor cu diferența de temperatură	191
5.13	Frecvențe mod 1 grindă FD	192
5.14	Frecvențe mod 2 grindă FD	193
5.15	Frecvențe mod 3 grindă FD	193
5.16	Frecvențe mod 4 grindă FD	193
5.17	Frecvențe mod 5 grindă FD	194
5.18	Frecvențe mod 6 grindă FD	194
5.19	Schema algoritmului de filtrare	195
5.20	Schema procesului de detectare a defectului	200
5.21	Distanța Minkowski pentru grinda CD235	207
5.22	Distanța Minkowski pentru grinda CD235	207

Listă notații

A	Aria secțiunii transversale [m^2]
a	Distanță reazem punct de aplicație a forței [m]
b	Distanță punct de aplicație a forței reazem [m]
C_i	Factor de corecție a valorii filtrate a frecvenței modului i
$\%C_i$	Coeficient de modificare a valorilor frecvențelor proprii [%]
COMAC	Criteriul de asigurare modală coordonată
E	Modulul de elasticitate longitudinal [N/m^2]
E_T	Valoarea modulul de elasticitate longitudinal la temperatura T [N/m^2]
$[E]$	Criteriul de eroare al metodei de verificare unitate
f	Frecvența proprie [Hz]
$[f]$	Matricea forțelor statice
f_{Ai}	Frecvența proprie determinată analitic pentru modul i de vibrație [Hz]
$\tilde{f}_A^i$	Funcția aproximată a variației frecvențelor proprii determinate analitic cu temperatura
F_e	Forța elastică [N]
FEM	Metoda elementului finit
$f_{fil,i}$	Valoarea filtrată a frecvenței proprii a modului i de vibrație [Hz]
f_{mi}	Frecvența proprie măsurată a modului i de vibrație [Hz]
$\tilde{f}_m^i$	Funcția aproximată a variației frecvențelor proprii măsurate cu temperatura
$f(u)$	Funcția săgeții adimensionale a grinzii solicitată la încovoiere de o forță aplicată simetric
$[G]$	Matricea de flexibilitate dinamică
$g(u)$	Funcția săgeții adimensionale a grinzii solicitată la încovoiere de o forță aplicată asimetric
H	Forță concentrată [N]
$h(u)$	Funcția săgeții adimensionale a grinzii solicitată la încovoiere de două forțe
$H(\omega)$	Funcție de pas
I	Momentul de inerție [m^4]
$j(u)$	Funcția săgeții adimensionale a grinzii solicitată la încovoiere de un sistem de trei forțe concentrate
k	Constanta elastică [N/m]
$[K]$	Matricea de rigiditate
l	Lungimea grinzii [m]

M	Momentul încovoietor [Nm]
MAC	Criteriul de asigurare modală
M_m	Matricea de masă
MSC	Curbura modului de vibrație
N	Forța axială indusă de variațiile de temperatură [N]
NNF	Frecvența proprie normalizată
P	Forță concentrată [N]
P_{cri}	Forța critică a modului i de flambaj
SDC	Capacitatea specifică de amortizare
T	Temperatura [°C]
T_{cri}	Temperatura critică a modului i de flambaj [°C]
u	Variabilă adimensională
U	Energia de deformare [J]
$[u]$	Deplasările structurii
v	Săgeata [m]
$v(x)$	Funcția formelor modurilor de flambaj
x	Variabila pe axa Ox
y	Variabila pe axa Oy
α	Coeficient de dilatare liniară [1/°C]
Δl_s	Deplasarea sistemului [m]
ΔT	Diferența de temperatură [°C]
ΔT_{cri}	Diferența de temperatura critică a modului i de flambaj [°C]
$\Phi(x)$	Funcția formelor modurilor de vibrație a grinzilor dublu încastrate
λ_i	Valoarea caracteristică a modului i de vibrație transversală
λf_i	Valoarea caracteristică a modului i de flambaj
ρ	Densitatea [kg/m ³]
ω	Pulsația [rad/s]

Oportunitatea, obiectivele și conținutul tezei

În elementele structurilor metalice pot apărea modificări ale eforturilor interne datorate variației sarcinilor operaționale sau a influenței factorilor de mediu, dintre care variația temperaturii are efectul cel mai semnificativ. Modificarea valorilor temperaturii mediului ambiant sau industrial în care sunt amplasate structurile poate să inducă, eforturi axiale de întindere sau compresiune, în funcție de sensul de variație a temperaturii. Acest fenomen apare când modul de rezemare a elementului îi limitează posibilitatea de modificare a lungimii. De asemenea, se pot modifica unele proprietăți fizice ale materialului din care este confecționată structura, cum ar fi modulul de elasticitate longitudinal sau densitatea.

Tema de cercetare „Contribuții privind influența sarcinilor operaționale și de mediu asupra detectării defectelor în grinzi”, își propune să studieze modul în care sarcinile operaționale și temperatura influențează comportamentul dinamic al elementelor structurale și să definească relații care permit eliminarea efectelor sarcinilor axiale cunoscute astfel încât detectarea defectelor să fie posibilă indiferent de modificările de temperatură care apar în timpul monitorizării structurii.

Oportunitatea cercetărilor efectuate pe parcursul studiilor doctorale rezidă din necesitatea obținerii de date comparabile în situații în care condițiile inițiale de încărcare cu sarcini operaționale sau condițiile inițiale de mediu se modifică semnificativ.

Metodele actuale de detectare a defectelor cu ajutorul vibrațiilor au la bază compararea valorilor măsurate ale parametrilor modali, periodic, sau continuu pe toată durata de funcționare a structurii, cu un set de valori de referință determinate pentru o stare inițială. Valorile parametrilor modali, sunt influențate de modificarea stării de încărcare a structurii cu sarcini operaționale sau datorate efectului termic. Din acest motiv este necesar să se înglobeze în metodele de monitorizare a structurilor algoritmi care să permită determinarea valorii parametrilor modali măsurate la un moment dat corespunzând valorilor inițiale de referință. Aceasta permite evidențierea modificărilor comportamentului dinamic al structurii numai în funcție de defect indiferent de schimbările provocate de variația factorilor perturbatori.

Cercetările anterioare au arătat că modificarea valorilor frecvențelor proprii ale unei grinzi cu defect este influențată semnificativ de poziția relativă pe grindă a defectului față de punctele caracteristice ale formelor modurilor de vibrație. Sub acțiunea sarcinilor operaționale și de mediu, grinzile pot suferi deformații care să modifice starea inițială de

echilibru a mișcării oscilatorii. Acest lucru face necesar un studiu aprofundat privind influența modificării de stare în timpul monitorizării integrității structurilor.

Obiectivele acestei teze sunt:

- studiul documentației științifice care se referă la deformațiile grinzilor supuse solicitărilor statice și dinamice, metodelor de detectare, localizare și evaluare a defectelor, influența temperaturii asupra comportamentului dinamic al grinzilor și proprietăților fizice ale materialelor componente.
- identificarea parametrilor modali care oferă informații relevante pentru detectarea defectelor grinzilor solicate de sarcini axiale.
- stabilirea parametrilor fizico-mecanici afectați de schimbarea stării inițiale datorită variației de temperatură și evidențierea acelor parametri care au un efect semnificativ.
- stabilirea relațiilor analitice între modificările frecvențelor proprii și modificarea temperaturii (prin împiedicarea totală sau parțială a dilatărilor sau contracțiilor).
- stabilirea unei metode de corelare a rezultatelor obținute analitic și prin simulări numerice cu cele obținute experimental, care să ia în considerare deplasarea liniar elastică a reazemelor.
- elaborarea unui algoritm care să permită cunoașterea frecvențelor la o temperatură de referință când măsurătorile au fost efectuate în alte condiții termice.
- validarea metodei de detectare, și localizare a defectelor în grinzi elaborată în cadrul Școlii Doctorale a "UEM" din Reșița, pentru cazul modificării temperaturii pe perioada de monitorizare.
- prezentarea rezultatelor cu caracter științific și practic obținute în urma cercetării.

Cercetările care fac obiectul acestei teze s-au efectuat în baza următoarelor ipoteze de lucru:

- grinzile sunt zvelte, o dimensiune este considerabil mai mare decât celelalte două
- materialul este omogen, izotrop și perfect elastic
- se aplică ipoteza lui Bernoulli
- se aplică ipoteza deformațiilor mici în raport cu dimensiunile grinzii
- defectul este deschis poziționat asimetric față de axa neutră, într-un plan perpendicular pe axa neutră
- defectul are o secțiune dreptunghiulară
- se neglijează pierderea de masă datorată defectului
- grinda este încastrată la ambele capete, dilatarea și contracția fiind împiedicate în analiza FEM și parțial împiedicată în cazul experimentelor.

- se va utiliza ca separator zecimal punctul.

Teza este structurată pe 6 capitole care urmăresc realizarea obiectivelor propuse, având ca punct de plecare cercetările, prezentate în literatura de specialitate, continuând cu abordarea analitică a deformațiilor structurilor de tip grindă solicitate static și dinamic și a influenței factorilor de mediu asupra dinamicii grinzilor intacte pentru modul de rezemare încastrat-încastrat, analiza dinamicii grinzilor cu defect prin metoda elementului finit, validarea rezultatelor cercetărilor pe cale experimentală și în încheiere se vor prezenta concluziile desprinse ca urmare a cercetărilor efectuate și se vor evidenția contribuțiile personale.

Capitolul 1 “Stadiul actual al cercetărilor privind influența sarcinilor operaționale și de mediu asupra detectării defectelor în grinzi”, prezintă cercetările și rezultatele obținute până la ora actuală cu privire la metodele de detectare, localizare și evaluare a defectelor structurilor sau elementelor din structuri cu accent pe, metodele globale de detectare a defectelor bazate pe vibrații, influența temperaturii și a sarcinilor operaționale asupra comportamentului dinamic al structurilor și influența temperaturii asupra valorilor parametrilor fizico-mecanici. Finalul capitolului este dedicat concluziilor determinate de această analiză. Subiectele de cercetare abordate în această teză, sunt determinate de concluzia desprinsă în urma acestei analize care evidențiază faptul că marea majoritate a metodelor de detectare a defectelor prezentate de literatura de specialitate au aplicabilitate doar în anumite cazuri particulare, fiind greu de generalizat și nu țin cont de modificările parametrilor modali ca urmare a variației factorilor de mediu sau a sarcinilor operaționale.

În **capitolul 2** sunt abordate teoretic deformațiile structurilor de tip grindă ca urmare a solicitărilor statice și dinamice. Modul de rezemare a grinzilor studiate este încastrat-încastrat. Primul subcapitol tratează deformațiile grinzilor supuse la încovoiere de sisteme de forțe concentrate astfel poziționate încât să producă deformații ale fibrei medii, comparabile ca formă cu primele 3 moduri de vibrație transversală. Deformațiile sunt evidențiate prin reprezentarea grafică a expresiilor adimensionale ale săgeții pentru fiecare mod de încărcare studiat. Deformațiile grinzilor încastrate la ambele capete solicitate de forțe axiale care pot produce flambajul sunt tratate în subcapitolul doi prin prisma a doua modele:

- modelul matematic care pornește în studiul deformațiilor la flambaj de la ecuația diferențială de ordin patru a fibrei medii deformată și introduce modurile pare de flambaj fără a face referiri la restricționarea deplasării laterale.

- modelul prezentat în tratatele de rezistența materialelor care pornește în determinarea forțelor critice de flambaj de la ecuația diferențială de ordin doi a fibrei medii deformate și condiționează apariția deformațiilor, altele decât deformația specifică modului 1 de flambaj, de introducerea unor restricții în deplasarea laterală.

Deformațiile produse de vibrația transversală a grinzilor elastice încastrate la ambele capete sunt studiate în subcapitolul trei, utilizând modelul EULER-BERNOULLI. În baza acestor analize se fundamentează analitic conceptul de asimetrie a formelor modurilor de vibrație transversală a grinzilor deformate ca urmare a solicitărilor statice. De asemenea se analizează comparativ deformațiile determinate în urma celor trei tipuri de solicitări. La final sunt prezentate concluziile.

Prima parte a **capitolului 3** este dedicată analizei influenței temperaturii asupra valorilor frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete prin două mecanisme, modificarea valorilor modulului de elasticitate longitudinal și modificarea stării de încărcare cu forțe axiale determinate de restricționarea totală sau parțială a dilatărilor sau contracțiilor.

Rezultatele acestei analize s-au concretizat prin determinarea unei formule analitice care permite determinarea valorilor frecvențelor proprii ale grinzii analizate în funcție de temperatură. Această relație se poate utiliza pentru determinarea acestor valori atât în cazul sistemelor caracterizate prin împiedicarea totală a dilatărilor și contracțiilor cât și în cazul sistemelor în care valoarea forței axiale indusă de variațiile de temperatură este determinată de reacțiunea elastică a sistemului de susținere a celor două reazeme. Din această relație s-a dedus formula de filtrare a valorilor frecvențelor proprii cu ajutorul căreia se elimină modificările determinate de variația temperaturii asupra acestor valori, cu scopul de a le aduce la o formă comparabilă cu valorile care caracterizează starea inițială, fără a afecta eventualele modificări produse de defect.

Această formulă de filtrare a fost transformată într-un algoritm complex utilizând rezultatele analizei prin metoda elementului finit a comportamentului dinamic al grinzii supusă variațiilor temperaturii pe intervalul 0 °C-100 °C, față de valoarea de referință $T_0=24.85$ °C, efectuată în partea a doua a acestui capitol. Analiza FEM a pus în evidență diferențe între valorile determinate prin cele două metode, diferențe care determină obținerea unor valori filtrate ale frecvențelor proprii cu erori semnificative care pot masca modificările produse de defect. În baza analizei acestor diferențe s-au determinat factori de corecție în funcție de temperatură pentru fiecare mod de vibrație, care au rolul de a compensa abaterile impuse valorilor filtrate a frecvențelor proprii determinate printr-o metodă oarecare de prelucrarea lor cu formula analitică. Eficiența acestui algoritm compus

din relația analitică corectată și metodele de determinare a valorilor factorilor de corecție a fost demonstrată prin erorile cu valori reduse obținute în urma filtrării valorilor frecvențelor proprii determinate prin simulări numerice.

Analiza prin metoda elementului finit a modificărilor formelor modurilor de vibrație transversală ale grinzii încastrate la ambele capete efectuată în acest capitol a confirmat concluziile prezentate la sfârșitul capitolului 2, prin faptul că a pus în evidență asimetria acestora cauzată de deformarea grinzii la flambaj. Concluziile prezentate la sfârșitul capitolului concretizează rezultatele analizelor efectuate.

În capitolul **Capitolul 4** am analizat comportamentul dinamic al grinzilor încastrate la ambele capete cu defect, în condiții de variație a temperaturii. Deoarece în analizele efectuate în capitolul 2 s-a evidențiat descreșterea valorilor frecvențelor proprii odată cu creșterea temperaturii față de valoarea de referință și tendința lor de anulare la valoarea critică de flambaj, în prima parte a acestui capitol am analizat FEM modificarea valorilor critice de flambaj ale grinzii studiate determinată de poziția defectului. Rezultatele obținute arată că un defect oriunde ar fi poziționat determină o scădere a valorilor critice, iar această scădere variază cu poziția defectului ca și derivata a doua a săgeții.

În acest capitol am analizat FEM comportamentul dinamic al grinzii pentru două poziții ale defectului situate la 0,234 m de reazem respectiv la 0.5 m, considerând că temperatura variază pe același interval față de aceeași valoare de referință ca și în cazul grinzii intacte analizată în capitolul 2. Menținerea aceluiasi interval de temperaturi și aceeași valoare de referință face mai facilă analiza comparativă a comportamentului dinamic al grinzilor cu și fără defect.

Analiza valorilor frecvențelor determinate FEM pentru cele două grinzi cu poziții diferite ale defectelor a confirmat tendințele de modificare a valorilor critice evidențiate de analiza statică. Variația acestor valori pe intervalul de temperaturi pentru care au fost determinate a fost evidențiată prin reprezentări grafice detaliate ale curbelor rezultate. Acestea au arătat modificările curbelor de variație determinate de efectul cumulat al poziției defectului și a variației temperaturii, comparativ cu cele determinate analitic și FEM pentru grinda intactă.

În partea a doua a acestui capitol s-au determinat FEM valorile frecvențelor proprii ale grinzii pentru 50 de poziții ale defectului dispuse pe lungimea acesteia cu un pas de 10 mm, pentru două valori ale temperaturii, $T_0=24.85\text{ }^{\circ}\text{C}$ și $T=40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Erorile valorilor filtrate ale frecvențelor proprii determinate la $T=40\text{ }^{\circ}\text{C}$ au confirmat eficiența algoritmului și în cazul grinzilor cu defect. Un rezultat important al acestei analize este determinarea modificărilor

relative ale valorilor frecvențelor proprii determinate doar de poziția defectului. Prin utilizarea acestor valori s-a construit un model predictiv care conține valorile modificărilor relative normalizate ale valorilor frecvențelor proprii specifice fiecărei poziții ale defectului pe grindă pentru care s-au determinat valori FEM. Acest model predictiv caracterizează starea inițială și constituie baza de comparație cu modificările relative ale valorilor măsurate într-o anumită fază a monitorizării în urma căreia se determină starea structurii din punct de vedere al integrității.

În prima parte a **capitolului 5** sunt prezentate cerințele impuse standului experimental, descrierea acestuia și a echipamentelor de măsură. Cercetarea experimentală este structurată în trei module:

- calibrarea sistemului, etapă în care am executat măsurători pe grinda intactă pentru valoarea temperaturii de referință și pentru un număr de zece valori crescătoare ale temperaturii, valoarea maximă fiind limitată de domeniul de măsurare al accelerometrelor utilizate. Datele măsurate au fost prelucrate și s-au determinat valorile factorilor de corecție.
- filtrare, etapă în care am efectuat măsurători pe grinzile cu defect pentru valori ale temperaturii crescătoare față de referință, limitate superior de domeniul de măsurare al accelerometrelor. Valorile măsurate ale frecvențelor proprii au fost filtrate și corectate cu factorii deduși din valorile măsurate pentru grinda intactă.
- detectarea și localizarea defectului, am realizat-o cu metoda dezvoltată în cadrul Școlii Doctorale a "UEM" din Reșița. Am calculat modificările relative ale valorilor filtrate a frecvențelor proprii măsurate pentru grinzile cu defect față de valorile inițiale determinate la temperatura de referință pentru grinda intactă. Prin normalizarea acestor valori la valoarea cea mai mare din șir am obținut modificările relative normalizate. Prin compararea acestor valori cu cele conținute de modelul predictiv utilizând distanța Minkovski, am determinat poziția defectului.

Concluziile exprimate la sfârșitul acestui capitol evidențiază capacitatea algoritmului de filtrare elaborat în cadrul acestei cercetări de a prelucra cu erori satisfăcătoare date reale măsurate, astfel încât procesul de detectare a defectelor să se realizeze cu o precizie bună.

Capitolul 6 conține concluziile desprinse în urma cercetărilor efectuate în cadrul acestei teze, evidențiază contribuțiile personale și prezintă lista lucrările publicate în reviste sau prezentate la conferințe naționale și internaționale.

Cap. 1 Stadiul actual al cercetărilor privind influența sarcinilor operaționale și de mediu asupra detectării defectelor în grinzi

1.1. Metode de detectare, localizare și evaluare a defectelor structurilor

Necesitatea exploatareii în condiții de siguranță, cu costuri reduse de mentenanță a structurilor metalice a condus la dezvoltarea continuă a metodelor de detectare, localizare și evaluare a defectelor. O amploare deosebită a luat dezvoltarea metodelor nedistructive de detectare, localizare și evaluare a defectelor, care permit monitorizarea stării de sănătate a structurilor pe toată durata de utilizare, fără a afecta funcționalitatea acestora.

Literatura de specialitate [80], admite faptul că Rytter în lucrarea [77], a stabilit cele patru etape principale care trebuie urmărite în procesele de monitorizare a stării de sănătate a structurilor:

1. determinarea apariției defectului
2. localizarea defectului în cadrul structurii
3. cuantificarea defectului
4. prognozarea duratei de viață ramasă după apariția defectului.

Etapa a patra [14] este rezolvată în cadrul domeniilor de proiectare a structurilor, și cercetare specifică oboselii materialelor. Celelalte trei etape fac obiectul tehnicilor și metodelor de monitorizare, analiza lor în contextul particularităților structurilor trebuie să conducă la alegerea celei mai capabile metode de detectare, localizare și evaluare a posibilelor defecte, pentru cazul concret analizat.

Conform literaturii de specialitate [18], [22], [24], [80], [90] metodele nedistructive se pot împărți în două mari categorii și anume metode locale și metode globale.

1.1.1. Metode locale de detectare a defectelor

Unele dintre cele mai cunoscute metode locale de detectare a defectelor [15], sunt examinările vizuale, examinările cu ultrasunete, examinările cu lichide penetrante, testarea cu particole magnetice, testarea folosind curenți Eddy și radiografierea. Metodele locale au avantajul că dau informații exacte cu privire la locul și severitatea defectului, dar sunt laborioase deoarece examinările se pot realiza doar pe spații mici și necesită accesul operatorului în zona de testare, ceea ce limitează utilizarea acestora în cazul structurilor de mari dimensiuni.

1.1.2. Metode globale de detectare a defectelor

Metodele globale de detectare a defectelor au avantajul faptului că nu este necesar accesul în zona de testare. Din acest motiv aceste metode se pretează pentru monitorizarea stării de sănătate a structurilor de mari dimensiuni. Monitorizarea structurilor cu metode globale permite detectarea și localizarea defectelor, dar oferă informații insuficiente privind severitatea defectului. Indicațiile privind starea structurii monitorizate cu o metodă globală sunt date de modificarea globală a valorilor parametrilor determinați, specifici metodei utilizate.

Literatura de specialitate face referiri la trei grupe de metode globale utilizate în procesele de monitorizare a structurilor, diferențiate prin natura parametrilor utilizați ca indicatori ai stării de sănătate.

În lucrarea [88], Viola și Bocchini prezintă o metodă globală de monitorizare a structurilor care are la bază determinarea parametrilor specifici utilizând teste cu sarcini statice. În urma testelor se detectează elementele structurii cu daune globale, sau se localizează și evaluează gradul de deteriorare prin determinarea rigidității reziduale. Metoda prezentată poate fi utilizată pentru evaluarea stării structurilor plane, tridimensionale, static determinate și static nedeterminate, datorită algoritmilor dezvoltați care permit suplinirea valorilor parametrilor specifici ce nu pot fi obținute prin măsurători directe.

Schultz și colaboratorii [78], propun o metodă integrată de diagnosticare care combină un test cu sarcina „semi-statică” cu o metodă simplificată de modelare cu elemente finite. Modelul calibrat rezultat este utilizat pentru determinarea comportamentului structurii sub acțiunea unor sarcini cunoscute.

O pondere importantă în cadrul metodelor globale de detectare a defectelor structurilor o ocupă metodele bazate pe vibrații. În ultimii ani dezvoltarea metodelor de detectare și evaluare a defectelor structurilor bazate pe vibrații a beneficiat de un mare interes în rândul cercetătorilor.

Literatura de specialitate ne pune la dispoziție o multitudine de metode de detectare a defectelor cu ajutorul vibrațiilor și aplicații ale acestora. Morassi și colaboratorii în lucrarea [64], Sohn și colaboratorii în lucrarea [85], Worden și colaboratorii în lucrarea [90], fac o amplă analiză a metodelor de detectare și evaluare a defectelor structurilor bazate pe vibrații și a aplicațiilor acestora.

Friswell în lucrarea [24], trece în revistă metodele inverse de detectare, localizare și evaluare a defectelor. Metodele inverse combină un model inițial al structurii bazat pe analiza prin metoda elementului finit cu datele obținute experimental pentru funcțiile modale.

Tehnicile de estimare în cazul acestor metode se bazează pe continua perfecționare a modelelor. Studiind aceste lucrări se observă că în general se rezolvă cazuri particulare, greu de generalizat, autorii prezintă metode și aplicații dar nu aprofundează subiectul avantajelor și limitelor diverselor metode cu abordări liniare sau neliniare bazate pe vibrații.

1.2. Metode globale de detectare, localizare și evaluare a defectelor bazate pe vibrații

Dezvoltarea metodelor globale de detectare, localizare și evaluare a defectelor structurilor bazate pe vibrații a luat o amploare deosebită ca urmare a necesității dezvoltării sistemelor de monitorizare a structurilor, în idea oferirii de indicii timpurii asupra apariției unor defecte potențial periculoase, indicii care să permită întreținerea și prelungirea vieții structurilor aflate în exploatare, în condiții de siguranță și rentabil din punct de vedere economic.

Metodele bazate pe vibrații exploatează modificările survenite în comportamentul dinamic al structurilor (sistemelor) monitorizate în momentul apariției defectului. Cercetările în domeniu, Kullaa în lucrările [48], [49] arată că valorile parametrilor care descriu comportamentul dinamic al sistemului studiat, sensibili la apariția defectului, sunt semnificativ influențate de variațiile sarcinilor operaționale și a factorilor de mediu. Variațiile sarcinilor operaționale și de mediu, pot determina modificări ale valorilor parametrilor comportamentului dinamic al sistemului monitorizat, obținute experimental, mai mari decât cele determinate de apariția defectului.

Din acest motiv, cercetările în domeniu făcute de Kullaa în lucrarea [47], a pus accent pe calitatea și acuratețea datelor obținute în procesele de monitorizare, ceea ce a determinat apariția cercetărilor care să conducă la dezvoltarea unor metode de filtrare a rezultatelor experimentale obținute în medii variabile, care să extragă din valorile experimentale doar modificările acestora produse de apariția defectului.

Conform analizei făcută de Sohn în lucrarea [85], expunerea structurilor reale în medii cu sarcini operaționale și de mediu variabile, a constituit unul din principalele obstacole în calea implementării unui sistem viabil de monitorizare a sănătății structurilor, deoarece marea majoritate a metodelor neglijează influențele variațiilor sarcinilor operaționale și de mediu.

Un alt obstacol major evidențiat de Bornn în lucrarea [9], este incapacitatea majorității metodelor existente de a gestiona comportamentul dinamic al sistemelor inițial neliniare, constituite de structurile reale complexe cu multe îmbinări. În această lucrare,

Bornn caracterizează sistemele constituite de structurile reale supuse monitorizării în funcție de comportamentul dinamic în stare inițială (intactă) și le împarte în două categorii, sisteme cu comportament dinamic inițial liniar și sisteme cu comportament dinamic inițial neliniar.

Sinou în lucrarea [80], analizează metodele de detectare, localizare și evaluare a defectelor structurilor, bazate pe vibrații, din punct de vedere al avantajelor și limitelor lor de aplicare, clasificându-le în două mari categorii, metode care utilizează analiza liniară, cu aplicabilitate în monitorizarea sistemelor cu comportament dinamic inițial liniar și metode care utilizează analiza neliniară cu aplicabilitate în monitorizarea sistemelor cu comportament dinamic inițial neliniar.

1.2.1. Metode de detectare a defectelor bazate pe vibrații care utilizează analiza liniară

Aceste metode sunt capabile să rezolve sistemele care au un comportament dinamic inițial liniar. Sistemele cu comportament inițial liniar sunt caracterizate de faptul că formele modale ale sistemului intact nu depind de condițiile de excitație. Cercetările prezentate de Farrar în lucrarea [22] și Worden în lucrarea [90], ne arată că o structură (sistem) cu un comportament dinamic liniar în stare intactă, manifestă un comportament dinamic neliniar în momentul apariției defectului. Acest lucru este explicat de modificarea rigidității sistemului prin închiderea și deschiderea defectului apărut, sub acțiunea sarcinilor care încarcă sistemul.

Metodele de detectare a defectelor utilizate în rezolvarea sistemelor inițial liniare [9], au la bază compararea datelor care caracterizează parametrii comportamentului dinamic sensibili la apariția defectului, culese în procesul de monitorizare, cu un set de date conținute de un model predictiv, care caracterizează parametrii comportamentului dinamic al structurii intacte. Diferențele înregistrate indică apariția defectului.

Pentru a se asigura succesul acestor metode este necesar ca modelele predictive referitoare la comportamentul dinamic al structurii intacte să conțină date de mare acuratețe. În lucrarea [25], Gillich arată importanța utilizării metodei ideale de modelare a comportamentului dinamic al sistemului monitorizat, care răspunde cel mai bine particularităților sistemului, în vederea obținerii unor date reale. Totodată prezintă cele trei mari grupe de metode de modelare a sistemelor tehnice, metodele de calcul, metodele experimentale și metodele hibride, cu avantajele, dezavantajele și domeniile lor de aplicare. Datele obținute folosind metodele de modelare prezentate, pentru a putea fi folosite în cadrul metodelor de detectare și evaluare a defectelor, trebuie să descrie cât mai fidel

comportamentul dinamic al structurii analizate. Literatura de specialitate prezintă o serie de cercetări în domeniul perfecționării metodelor de achiziție a datelor pe cale experimentală și de interpretare și evaluare a datelor obținute prin metode de calcul, analitice și numerice. Mitulețu și colaboratorii în lucrarea [62], prezintă o metodă proprie de mare precizie pentru achiziționarea pe cale experimentală a valorilor frecvențelor proprii ale structurilor de tip grindă, în scopul utilizării lor în procesele de detectare a defectelor. În lucrarea [61], Minda și colaboratorii analizează metodele de interpretare a rezultatelor experimentale în vederea localizării defectelor în grinzi.

Protocșil și colaboratorii analizează în lucrarea [75], modelarea structurilor de tip grindă prin metoda elementului finit. Iancu și colaboratorii în lucrarea [44], cercetează influențele numărului de elemente finite asupra acurateței rezultatelor obținute prin simulări numerice. Modul în care se pot corela rezultatele experimentale cu cele obținute prin simulări numerice în scopul localizării defectelor în grinzi este cercetat de Gillich în lucrarea [36].

Sinou în lucrarea [80], evidențiază două grupe de metode de detectare, localizare și evaluare a defectelor structurilor care utilizează analiza liniară, metode bazate pe utilizarea directă a parametrilor modali și metode bazate pe modificările funcției frecvenței de răspuns. Metodele bazate pe modificările frecvenței de răspuns pot fi utilizate și în cazul sistemelor inițial neliniare, de aceea, vor fi tratate în subcapitolul următor.

Principiul care stă la baza dezvoltării metodelor care utilizează direct parametrii modali, constă în faptul că valorile caracteristicilor dinamice a unui sistem sunt funcții sensibile ale proprietăților fizice ale materialelor din care este construit, a caracteristicilor dimensionale ale structurii și a distribuțiilor de masă. Orice modificări ale acestor caracteristici produc automat modificări ale valorilor parametrilor dinamici, care constituie indicatori ai defectului.

Cele mai cunoscute metode din această grupă au la bază modificarea următorilor parametri modali:

a) Modificarea frecvențelor proprii

Metoda de detectare a defectelor care utilizează modificările frecvențelor proprii [64], [80] este cea mai utilizată în procedurile de evaluare a structurilor. Frecvențele proprii ale unei structuri sunt direct proporționale cu rigiditatea sa, orice defect care poate să apară reduce rigiditatea sistemului și implicit duce la scăderea valorilor frecvențelor proprii. Avantajele acestei metode sunt date de faptul că măsurarea frecvențelor proprii se realizează cu tehnici clasice necostisitoare, ușor și rapid, cu o precizie satisfăcătoare, atunci

când condițiile experimentale pot fi controlate. Tehnicile accesibile de măsurare a frecvențelor proprii permit realizarea măsurărilor într-un număr mare de puncte, alese în mod adecvat în urma modelării analitice sau prin metoda elementului finit a comportamentului dinamic al structurii intacte. Astfel se pot obține baze de date complete și suficiente pentru realizarea scopului propus, de detectare, localizare și evaluare a defectelor.

Mecanismul care stă la baza metodelor de detectare și evaluare a defectelor care utilizează modificarea valorilor frecvențelor proprii constă în compararea valorilor măsurate ale frecvențelor proprii ale structurii monitorizate cu un model de referință corespunzătoare stării inițiale, preferabil intactă. Diferențele care pot să apară sunt indicatori ai defectului. Gillich și colaboratorii în lucrările [28], [29] propun o metodă de detectare a defectelor în grinzi prin analiza modificărilor frecvențelor primelor 6 moduri de vibrație, bazată pe corelarea modificărilor de frecvență cu mecanismul stocării energiei de deformare modală în secțiunea defectului, propunând un nou algoritm de evaluare a frecvențelor pe baza trunchierii semnalului și rearanjarea liniilor spectrale. Același autor prezintă în lucrarea [26], dezvoltarea unui model statistic de evaluare a comportamentului dinamic al elementelor simple de tip grindă cu defect transversal, dezvoltat experimental, care stă la baza unui model analitic de evaluare a valorilor frecvențelor proprii în scopul detectării defectelor. Literatura de specialitate face referiri la importanța acurateții datelor utilizate în procesele de monitorizare, Gillich și colaboratorii în lucrarea [33], prezintă o tehnică nouă de achiziționare pe cale experimentală cu mare precizie a valorilor frecvențelor proprii ale structurilor de tip grindă, urmărind trei etape principale, analiza timp frecvență, filtrarea semnalului și calcularea spectrului de putere al fiecărui component de semnal pentru segmentul relevant, pentru perioade întregi ale armonicii respective. Considerații privind utilizarea analizei timp-frecvență sunt publicate și de Iancu și colaboratorii în lucrarea [53]. Doebling și colaboratorii în lucrarea [18] și Farrar și colaboratorii în lucrarea [22], analizează tehnicile de detectare a defectelor care utilizează modificările frecvențelor proprii prin prisma celor două metode de actualizare a modelelor, metode directe și metode inverse. Metodele directe permit rezolvarea primei etape a procesului de monitorizare, determinarea apariției defectului, dar nu oferă informații cu privire la localizarea și evaluarea lui. Metodele directe se bazează pe estimarea valorilor frecvențelor proprii ale structurii monitorizate pentru anumite poziții cunoscute ale defectului prin modelare matematică și compararea lor cu valorilor frecvențelor proprii măsurate.

Exemple de utilizare a metodelor directe se regăsesc în cercetări prezentate de Sinou în lucrarea [99], bazate pe compararea valorilor frecvențelor proprii ale structurilor intacte și deteriorate introducând noțiunea de frecvență proprie (naturală) normalizată NNF , care pentru modul i de vibrație are expresia:

$$NNF_i = \frac{\omega_i^{defect}}{\omega_i^{intact}} \quad (1.1)$$

în care ω_i^{defect} reprezintă frecvența proprie a modului i de vibrație a structurii cu defect, iar ω_i^{intact} reprezintă frecvența modului i de vibrație a structurii intacte, fără defect.

Alte cercetări utilizează ca metodă de comparație modificările procentuale ale valorilor frecvențelor proprii datorate apariției defectului exprimate sub forma unui coeficient $\%C_i$, care pentru modul i de vibrație este dat de relația:

$$\%C_i = 100 \frac{\omega_i^{intact} - \omega_i^{defect}}{\omega_i^{intact}} \quad (1.2)$$

Sinou, în lucrarea amintită, concluzionează că utilizarea metodelor bazate pe frecvența proprie normalizată și modificarea procentuală a valorilor frecvențelor proprii este limitată de precizia de determinare a valorilor frecvențelor proprii ale structurii intacte. Mărimea și poziția defectului pot determina variații mici ale valorilor măsurate ale frecvențelor proprii. Cercetările în domeniu au demonstrat că fisurile de dimensiuni reduse sau defectele situate în apropierea punctelor de inflexiune ale formelor modurilor de vibrație, produc modificări mici ale valorilor frecvențelor proprii, care pot fi nesemnificative în raport cu eventualele erori în determinarea valorilor proprii ale frecvențelor structurilor intacte, contaminând rezultatele monitorizării. Un alt mare dezavantaj al acestor metode, se datorează faptului că nu țin cont de posibilele modificări ale proprietăților fizice ale materialului din care este confecționată structura, sau de influența altor factori externi.

Metodele inverse abordează și etapele 2 și 3 ale procesului de monitorizare, localizarea și evaluarea defectului. Aceste metode combină utilizarea unui model predictiv al structurii cu datele măsurate. Modelul se bazează pe analiza prin metoda elementului finit. Datele utilizate sunt obținute ca urmare a măsurării valorilor parametrilor modali, sau pot fi generate de funcția frecvenței de răspuns. Tehnicile de estimare specifice acestor metode se bazează pe continua actualizare a modelului predictiv, prin identificarea parametrilor incerti, în scopul minimizării erorilor dintre datele măsurate și predicțiile modelului.

O metodă inversă este prezentată de Hearn și colaboratorii în lucrarea [42], în care au demonstrat că modificarea valorii frecvenței modului i de vibrație la apariția defectului

este dată de relația:

$$\Delta\omega_i^2 = \frac{(\epsilon_N(\phi_i))^T \Delta K_N (\epsilon_N(\phi_i))}{(\phi_i)^T M_m \phi_i} \quad (1.3)$$

în care M_m este matricea de masă, ϕ_i este vectorul formei modului i de vibrație, ϵ_N este vectorul de deformare calculat din formele modale și ΔK_N reprezintă modificarea matricii de rigiditate ca urmare a apariției defectului. Relația a fost determinată plecând de la ipoteza că apariția defectului nu modifică matricea de masă. Dacă se face raportul între variațiile frecvențelor a două moduri de vibrație i și j , $\Delta\omega_i^2/\Delta\omega_j^2$, se elimină din relație termenii care analizează severitatea defectului, rezultând un algoritm de detectare doar al locației potențialului defect, de forma:

$$\Delta\omega_i^2/\Delta\omega_j^2 = \frac{(\epsilon_N(\phi_i))^T \Delta K_N (\epsilon_N(\phi_i))}{(\phi_i)^T M \phi_i} / \frac{(\epsilon_N(\phi_j))^T \Delta K_N (\epsilon_N(\phi_j))}{(\phi_j)^T M \phi_j} \quad (1.4)$$

Ecuția care rezultă arată influența caracteristică pe care o exercită fiecare membru asupra frecvențelor proprii ale structurii și faptul că aceste influențe pot fi determinate cunoscând proprietățile modale ale structurii intacte. Metode inverse de detectare a defectelor în grinzi bazate pe modificarea frecvențelor proprii, sunt prezentate de Gillich și colaboratorii în lucrările [30-32], [34-37], [38] și de Minda în lucrarea [60]. Metodele prezentate de acești autori au la bază compararea valorilor modificărilor relative normalizate la valoarea cea mai mare, ale frecvențelor proprii (valori obținute analitic pentru grinda intactă și experimental pentru grinda cu defect), pentru fiecare mod i de vibrație, $i=1\dots n$, care formează un șir de forma,

$$\overline{MRF}_1 = \frac{\delta f_1}{\max(\delta f_i)}, \overline{MRF}_2 = \frac{\delta f_2}{\max(\delta f_i)}, \dots, \overline{MRF}_n = \frac{\delta f_n}{\max(\delta f_i)} \quad (1.5)$$

cu valorile normalizate ale pătratului curburii modului i , $i=1\dots n$ de vibrație corespunzătoare unei anumite poziții x_k a defectului pe grindă, determinate pe baza proprietăților modale ale grinzii intacte, denumite coeficienți de influență a poziției defectului, constituiți din k serii de n valori, exprimați sub forma:

$$\Phi_1(x_k) = \frac{(\overline{\phi_1''}(x_k))^2}{\max[(\overline{\phi_1''}(x_k))^2]}, \dots, \Phi_n(x_k) = \frac{(\overline{\phi_n''}(x_k))^2}{\max[(\overline{\phi_n''}(x_k))^2]} \quad (1.6)$$

Se compară șirul de valori (1.5) cu fiecare serie de valori (1.6) și valoarea lui x_k pentru care se înregistrează cele mai mici diferențe, indică poziția defectului. Conform autorilor această metodă poate fi aplicată pentru orice mod de rezemare a grinzilor, și nu este condiționată de adâncimea defectului. Un dezavantaj îl constituie faptul că în cazul grinzilor simetrice indică două poziții posibile ale defectului.

b) modificarea formelor modurilor proprii de vibrație

Forma modurilor de vibrație este o caracteristică unică, care descrie amplitudinea unei structuri pentru fiecare frecvență proprie în parte. Modificările formelor modurilor de vibrație sunt indicatori atât ai prezenței defectului cât și a severității acestora. Dezavantajul acestor metode constă în metodele laborioase de măsurare [18], [80]. De asemenea, aceste metode nu se pot aplica în cazul sistemelor inițial neliniare [9]. Gladwell și Morassi în lucrarea [39] au investigat modificările formelor modale pentru o tijă subțire supusă vibrațiilor, arătând că punctele critice ale formelor modale se deplasează spre defect. Cercetarea arată că un defect se situează întotdeauna între două puncte caracteristice ale formei unui mod de vibrație care tind să se apropie unul de celălalt, observație valabilă în cazul modurilor de vibrație care au cel puțin două puncte caracteristice.

Doebling în lucrarea [18] și Sinou în lucrarea [80], afirmă că West a prezentat în lucrarea [89] prima utilizare sistematică a informațiilor despre forma modurilor de vibrație, fără a folosi un model prealabil bazat pe analiza cu metoda elementului finit. Acest lucru a fost realizat prin folosirea criteriului de asigurare modală denumit MAC. Criteriul de asigurare modală compară pe baza proprietăților de ortogonalitate două forme modale și stabilește nivelul de corelare între ele. Expresia matematică a criteriului exprimată în funcție de $(\Phi)_k$ care reprezintă un element al vectorului formei modale, $(\Phi)_k^*$ care indică conjugata complexă a vectorului forței modale și n care indică numărul formelor modale analizate este de forma:

$$MAC_{(\phi_i, \phi_j)} = \frac{\left| \sum_{k=1}^n (\phi_j)_k (\phi_i)_k^* \right|^2}{\left(\sum_{k=1}^n (\phi_j)_k (\phi_j)_k^* \right) \left(\sum_{k=1}^n (\phi_i)_k (\phi_i)_k^* \right)} \quad (1.7)$$

Valoarea criteriului de asigurare modală variază între 0 și 1. Valoarea 1 indică faptul că cele două forme modale sunt identice, valoarea 0 indică faptul că cele două forme modale sunt ortogonale dar diferite. În concluzie, o valoare scăzută MAC reprezintă un indicator al defectului. Deși criteriul MAC dă indicații bune privind diferențele între două

forme modale, care caracterizează starea inițială și o stare de fapt a structurii monitorizate, utilizabile în procesul de identificare a defectului, nu poate oferi informații privind existența unui defect în starea inițială.

Pentru localizarea defectului, Lieven și Ewins în lucrarea [52], propun utilizarea criteriului de asigurare modală coordonată COMAC, care permite identificarea coordonatelor la care două forme modale comparate prezintă diferențe. Valoarea COMAC pentru o coordonată i a celor două forme modale este dată de relația:

$$COMAC_{(i)} = \frac{(\sum_{j=1}^n |(\phi_A)_{ij}(\phi_B^*)_{ij}|)^2}{\sum_{j=1}^n |(\phi_A)_{ij}|^2 \sum_{j=1}^n |(\phi_B)_{ij}|^2} \quad (1.8)$$

unde n definește numărul formelor modale corelate, $(\phi_A)_{ij}$ și $(\phi_B)_{ij}$ deplasările formelor modului j de vibrație corespunzătoare coordonatei i , pentru cele două stări analizate ale structurii, A și B . Valorile COMAC variază între 0 și 1, valoarea minimă indică coordonata la care se găsește defectul. Cercetările în domeniu au arătat că pentru o localizare cât mai exactă a poziției defectului este necesară utilizarea a mai mult de două forme modale.

Un mare dezavantaj al utilizării criteriilor de asigurare modală îl constituie metodele laborioase necesare obținerii pe cale experimentală a formelor modurilor de vibrație. De asemenea, cercetările efectuate din punct de vedere a monitorizării modurilor folosind metode bazate pe modificarea formelor modurilor de vibrație, au arătat ca utilizarea lor este limitată, deoarece acțiunea anumitor factori externi, de exemplu zgomotul, denaturează rezultatele măsurătorilor.

c) modificarea curburilor formelor modurilor de vibrație

Metodele de detectare și evaluare a defectelor bazate pe modificarea curburii formelor modurilor de vibrație sunt utilizate ca metode alternative ale celor care utilizează modificarea formelor modale, datorită indicațiilor mult mai sensibile la apariția defectelor. Pandey și colaboratorii în lucrarea [70] au arătat că modificarea curburii formelor modurilor de vibrație este un indicator eficient în localizarea și evaluarea defectelor. Principiul metodei este dat de creșterea locală a curburii modurilor de vibrație ca urmare a scăderii rigidității sistemului în secțiunea în care apare defectul. Autorii propun utilizarea următoarei relații pentru determinarea curburii modului i de vibrație la coordonata q :

$$\phi_{q,i}'' = \frac{\phi_{q-1,i} - 2\phi_{q,i} + \phi_{q+1,i}}{h^2} \quad (1.9)$$

unde, h reprezintă distanța între coordonatele de măsurare și $\phi_{q,i}$ reprezintă deplasarea

formeii modului i de vibrație la coordonata q .

Pentru evaluarea modificării curburii unui mod i de vibrație la o anumită coordonată q , autorii propun un indicator denumit curbura formeii modului de vibrație, prescurtat MSC, dat de următoarea relație:

$$MSC_q = \sum_i \left| \left(\phi_{q,i}^{defect} \right)'' - \left(\phi_{q,i}^{intact} \right)'' \right| \quad (1.10)$$

Literatura de specialitate relevă faptul că modificarea curburii formelor modurilor de vibrație este un bun indicator al defectului, dar utilizarea acestor metode este limitată de dificultățile care apar în procesul de măsurare, variația factorilor de mediu și de incertitudinile privind condițiile la limită, cunoscându-se faptul că formele modurilor de vibrație sunt funcții ale acestora.

d) modificarea energiei de deformare

Aceste metode au la bază legătura care există între energia de deformare dU_i înmagazinată într-o secțiune x a structurii și curbura formeii modului i de vibrație ϕ_i în aceeași secțiune exprimată matematic în funcție de modulul de elasticitate E al materialului și momentul de inerție al secțiunii I , sub forma:

$$dU_i(x) = \frac{1}{2} EI \left[\phi_i''(x) \right]^2 dx \quad (1.11)$$

Din relația (1.11) se evidențiază faptul că energia de deformare corespunzătoare formeii modului i de vibrație într-o secțiune x este direct proporțională cu pătratul curburii formeii modului de vibrație respectiv pentru aceeași secțiune. Deci energia de deformare este nulă în secțiunile corespunzătoare punctelor de inflexiune a formelor modale și maximă în secțiunile corespunzătoare punctelor de extrem. Datorită acestui fapt reducerea rigidității într-o anumită secțiune produce efecte diferite asupra valorilor frecvențelor proprii ale diferitelor moduri de vibrație, în funcție de poziția defectului în raport cu punctele critice ale formelor modurilor de vibrație. Un defect poziționat într-un punct de inflexiune al unui mod de vibrație, nu modifică frecvența proprie a modului respectiv, în timp ce un defect poziționat într-un punct de extrem determină o modificare maximă a valorii frecvenței proprii a modului respectiv. Deci, conform [60] valoarea frecvenței proprii a unui mod de vibrație, a unei structuri cu defect situat într-o anumită secțiune, variază de la 0 la maxim în funcție de energia de deformare stocată în secțiunea respectivă, prin intermediul pătratului curburii

formei modului respectiv.

Sinou în [80] prezintă ca metodă reprezentativă de detectare directă a defectelor prin modificarea energiei de deformare, metoda elaborată de Dong și colaboratorii în lucrarea [20]. Metoda ia în considerare modificarea formelor modurilor de vibrație și modificarea frecvențelor proprii corespunzătoare modurilor respective, prin introducerea indicelui de modificare a formei modale a modului i de vibrație, notat $\Delta\phi_i$ dat de relația:

$$\Delta\phi_i = \left(\frac{\omega_i^{intact}}{\omega_i^{defect}} \right)^2 \phi_i^{defect} - \phi_i^{intact} \quad (1.12)$$

în care ω_i^{intact} și ω_i^{defect} reprezintă frecvențele proprii ale modului i a structurii intacte, respectiv cu defect, iar ϕ_i^{intact} și ϕ_i^{defect} reprezintă formele modului i de vibrație al structurii intacte, respectiv cu defect. Autorii au demonstrat sensibilitatea acestui indicator față de mărimea defectului.

Doebling și colaboratorii în lucrarea [18] fac referire la metoda inversă de detectare a defectelor pe baza modificării energiei de deformare modală publicată de Stubbs și colaboratorii în anul 1992. Metoda se aplică în monitorizarea grinzilor cu comportament dinamic liniar elastic descris de modelul Euler-Bernoulli, și ia în considerare scăderea energiei de deformare modală a modului i , între două secțiuni ale grinzii de lungime L , care delimitează un segment j definit de două puncte de capăt a și b . Indicatorul defectului β_j este dat de relația:

$$\beta_j = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{ij}^{defect}}{\sum_{i=1}^n \mu_{ij}^{intact}} \quad (1.13)$$

în care

$$\mu_{ij}^{defect} = \frac{\int_a^b \left(\left(\phi_i^{defect}(x) \right)^n \right)^2 dx + \int_0^L \left(\left(\phi_i^{defect}(x) \right)^n \right)^2 dx}{\int_0^L \left(\left(\phi_i^{defect}(x) \right)^n \right)^2 dx} \quad (1.14)$$

$$\mu_{ij}^{intact} = \frac{\int_a^b \left(\left(\phi_i^{intact}(x) \right)^n \right)^2 dx + \int_0^L \left(\left(\phi_i^{intact}(x) \right)^n \right)^2 dx}{\int_0^L \left(\left(\phi_i^{intact}(x) \right)^n \right)^2 dx} \quad (1.15)$$

În relațiile (1.13), (1.14) și (1.15), μ_{ij}^{intact} și μ_{ij}^{defect} reprezintă energia fracționată de deformare modală a modului i de vibrație corespunzătoare segmentului j a grinzii intacte, respectiv cu defect. Valorile cele mai mari ale indicelui β_j indică segmentul j al grinzii care este cel mai probabil afectat. Creșterea indicelui β_i față de o valoare inițială arată creșterea prejudiciului produs de defect.

Această metodă are avantajul că nu necesită elaborarea unui model prealabil al matricilor de sensibilitate. Limitele sunt date de faptul că metoda poate fi aplicată doar în cazul monitorizării structurilor de tip grindă cu comportament liniar elastic descris de modelul Euler-Bernoulli și de posibilitatea determinării prin măsurători a formelor modurilor de vibrație.

e) modificările produse în matricea de flexibilitate dinamică

Conform lui Doebling [18] și Sinou [80], aceste metode fac parte din categoria metodelor inverse și utilizează matricea de flexibilitate dinamică pentru a estima comportamentul static al unei structuri. Matricea de flexibilitate dinamică G este definită ca inversul matricii de rigiditate statică, și caracterizează deplasările structurii rezultate ca urmare a aplicării unor forțe statice. Matematic, relația între deplasările structurii u sub acțiunea forțelor statice f , guvernată de matricea de flexibilitate dinamică G se poate exprima sub forma:

$$[u] = [G][f] \quad (1.16)$$

Fiecare coloană a matricii de sensibilitate dinamică reprezintă modelul după care se produc deplasările structurii sub acțiunea unei forțe aplicate acesteia egală cu o unitate. Elaborarea formei complete a matricii de flexibilitate dinamică necesită determinarea experimentală a tuturor formelor modurilor de vibrație și a valorilor tuturor frecvențelor proprii a structurii monitorizate. Expresia aproximativă a matricii de flexibilitate dinamică, este de forma:

$$G \cong \Phi \Omega^{-1} \Phi^T \cong \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2} \phi_i \phi_i^T \quad (1.17)$$

în care ω_i este frecvența proprie a modului i de vibrație al structurii, ϕ_i definește forma modului i de vibrație al structurii, Ω este matricea diagonală de rigiditate dată de relația:

$$\Omega = \text{diag}(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) \quad (1.18)$$

și Φ reprezintă matricea formelor modale și are forma:

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n] \quad (1.19)$$

Expresia aproximativă a matricii de flexibilitate este estimată din formele modale măsurate normalizate în funcție de masă și valorile frecvențelor proprii, a primelor moduri de vibrație care au frecvențe mai mici ce pot fi ușor măsurate.

Doebeling și colaboratorii în lucrarea [18] au analizat cinci abordări diferite ale utilizării comparării matricilor de flexibilitate dinamică a structurilor intacte și cu defect în procesele de detectare a defectelor.

- compararea matricilor de flexibilitate dinamică a structurilor intacte G_i și cu defect G_d utilizând ca indicator matricea de variație ΔG , exprimate de relația:

$$[\Delta G] = [G_d] - [G_i] \quad (1.20)$$

Coloana matriciei ΔG care înregistrează cea mai mare variație indică poziția defectului.

- metoda de verificare unitate propusă de Lin. Având în vedere faptul ca matricea de flexibilitate dinamică este definită ca inversul matricii de rigiditate statică, această metodă se bazează pe relația pseudo-inversă că produsul dintre matricea de flexibilitate dinamică G și matricea de rigiditate statică K , a unei structuri este o matrice unitate I , în orice stadiu de deteriorare. Criteriul de eroare E are următoarea expresie matematică:

$$[E] = [G_d][K_i] - [I] \quad (1.21)$$

Criteriul de eroare poate fi utilizat atât pentru localizarea erorilor de modelare cât și pentru detectarea defectelor. Dacă matricea E este o matrice de zero, structura nu are defecte, poziția eventualelor defecte este dată de coloana matricii de eroare cu valoarea cea mai mare.

- metoda erorilor matricii de rigiditate statică, definește o matrice ϵ , funcție de matricea de variație ΔG dată de relația (1.20) și matricea de rigiditate statică a structurii intacte K_i de forma:

$$[\epsilon] = [K_i][\Delta G][K_i] \quad (1.22)$$

Gysin a demonstrat în lucrarea [40] că precizia metodei erorilor matricii de rigiditate statică este puternic dependentă de numărul modurilor de vibrație luate în considerare pentru elaborarea matricii de flexibilitate dinamică.

- efectele flexibilității reziduale, sunt evidențiate de relația:

$$G = \Phi \Omega^{-1} \Phi^T + G_{rezidual} \quad (1.23)$$

în care $G_{rezidual}$ definește contribuția matricii de flexibilitate a modurilor de vibrație neluate în considerare, în completarea matricii de flexibilitate aproximată G , conform cercetărilor întreprinse de Doebling și colaboratorii, prezentate în lucrarea [18]. Autorii explică faptul că, utilizarea matricii de flexibilitate reziduală pentru completarea matricii de flexibilitate dinamică aproximată are ca scop o mai bună aproximare a matricii de rigiditate statică, ceea ce îmbunătățește procesul de detectare și localizare a defectelor în structuri.

f) modificarea amortizării

Metoda are la bază modificarea amortizării sistemului determinată de apariția sau creșterea severității defectului, ca urmare a disipării energiei de deformare modală. Unii autori au afirmat că disiparea energiei de deformare, cauză a modificării amortizării se produce ca urmare a frecărilor între suprafețele fisurii. Bovsunovsky în lucrarea [11], arată că disiparea energiei de deformare nu se produce datorită frecărilor între suprafețele fisurii, ci datorită zonei de deformare elasto-plastică localizată în apropierea vârfului fisurii și demonstrează că modificările care apar în disiparea energiei de deformare modală pot fi utilizate pentru detectarea și localizarea defectelor în baza predicțiilor privind modificarea amortizării.

Modena și colaboratorii în lucrarea [63], au arătat că o fisură mică care nu poate fi detectată prin metode care au la bază modificarea frecvențelor proprii datorită modificărilor mici pe care le produce asupra valorilor lor sau datorită incertitudinilor, modifică substanțial factorul de amortizare ceea ce permite detectarea defectului.

Literatura de specialitate admite în general că creșterea severității defectului mărește factorul de amortizare.

Kyriazoglou și colaboratorii propune în lucrarea [50] utilizarea în procesele de detectare a defectelor, indicatorul numit capacitatea specifică de amortizare notat SDC a cărui expresie matematică este următoarea:

$$SDC = \frac{\Delta U}{U} \quad (1.24)$$

în care ΔU reprezintă energia de deformare modală disipată într-un ciclu și U energia de deformare totală stocată într-un ciclu. Autorii au demonstrat experimentând modificările SDC în cazul unei grinzi din material compozit, cu sistemul de rezemare fiind liber-liber, că factorul SDC este foarte sensibil la fisuri mici și la creșterea adâncimii defectului.

Leonard și colaboratorii au arătat în lucrarea [51] că modificările amortizării unui sistem depinde foarte mult de amplitudinea mișcării vibratorii, responsabilă cu inducerea mecanismului de închidere și deschidere a fisurilor. În urma unor experimente care au avut ca obiect o grindă în consolă, autorii au concluzionat că factorul de amortizare se modifică substanțial pentru suficiente moduri de vibrație atunci când amplitudinea mișcării vibratorii produce efecte de contact al suprafețelor fisurilor în procesul de închidere și deschidere. În concluzie, autorii evidențiază limitările metodelor bazate pe modificarea amortizării cauzate de dependența factorului de amortizare, de amplitudinea mișcării vibratorii și de incertitudinile privind efectul creșterii temperaturii asupra mutațiilor suferite de amortizarea modală.

g) modificarea sensibilității

Aceasta abordare utilizează în procesele de detectare a defectelor, formele modurilor de vibrație a structurii intacte și deteriorate și valorile frecvențelor proprii corespunzătoare modurilor de vibrație ale structurii intacte. Tehnicile de evaluare a defectelor specifice acestei metode au la bază sensibilitatea formelor modurilor de vibrație la modificarea rigidității și/sau a modificărilor de masă într-un segment al structurii bine delimitat. Literatura de specialitate admite că determinarea sensibilității față de modificările de masă este mult mai stabilă, deoarece determinarea sensibilității față de modificările rigidității poate fi viciată de zgomotul prezent în procesele de măsurare.

1.2.2. Metode de detectare a defectelor bazate pe vibrații care utilizează analiza neliniară

Aceste metode sunt utilizate pentru monitorizarea structurilor din punct de vedere al detectării localizării și evaluării defectelor, atunci când comportamentul dinamic al acestor structuri este inițial neliniar sau în procesele de monitorizarea structurilor cu comportament inițial liniar după apariția defectelor. Farrar și colaboratorii în lucrarea [22] și Worden și colaboratorii în lucrarea [90] afirmă că abordări recente au demonstrat că o structură poate să aibă în stare nedeteriorată un comportament dinamic liniar, dar în momentul apariției defectului comportamentul dinamic poate deveni neliniar ca urmare a defectelor care se închid sau deschid sub sarcini.

Conform aceluiași autori structurile reale complexe cu multe îmbinări, au un comportament dinamic neliniar chiar și în stare intactă. Sistemele cu comportament dinamic neliniar sunt caracterizate de faptul că formele de undă ale sistemului intact diferă în funcție

de condițiile de excitație, ceea ce face dificilă utilizarea metodelor bazate pe comparație, care să indice apariția defectului.

a) Metode bazate pe modificările funcției frecvenței de răspuns

Born și colaboratorii în lucrarea [9] iau în considerare ca indicator în monitorizarea structurilor cu comportament inițial neliniar funcția frecvenței de răspuns FRF, pe care o definesc ca fiind transformata Fourier a datelor de răspuns normalizate prin transformata Fourier a excitației. Această metodă se bazează pe principiul că o intrare de excitație $F_{in}(x,t)$, după un singur grad de libertate este filtrată prin sistemul structurii și crează ca ieșire un răspuns cu aceeași frecvență dar cu amplitudine diferită și defazat, FRF de forma $F_{out}\sin(xt + \phi)$. Modificările de amplitudine și defazarea sunt funcții de caracteristicile de masă, rigiditate și amortizare a sistemului. Pentru o mai bună înțelegere a utilizării metodelor care utilizează FRF în detectarea defectelor în sistemele cu comportament inițial neliniar se va trata în prealabil, cazul sistemelor cu comportament dinamic liniar.

În cazul sistemelor liniare, sisteme invariabile în timp, caracteristicile de filtrare ale structurii sunt independente de excitație. Depistarea defectelor utilizând FRF poate fi realizată conform [9], utilizând o tehnică denumită de literatura de specialitate modelul autoregresiv notat AR, care extrage caracteristicile comportamentului dinamic al structurii monitorizate sensibile la defect, în baza potrivirii liniare a datelor brute de ieșire la senzorul de rang k la momentul t exprimat de relația (1.25).

$$x_t^k = \sum_{j=1}^p w_j^k x_{t-j}^k + \varepsilon_t^k \quad (1.25)$$

Valoarea ponderată x_t^k a parametrului măsurat w , la un moment t , măsurată cu senzorul k , rezultă ca urmare a combinării în baza unor relații liniare a valorilor măsurate ale parametrului în p , momente. În această relație ε_t^k reprezintă eroarea dintre predicție și valoarea măsurată a parametrului variabil în timp la momentul t .

Odată creat, un model pentru structura intactă poate fi utilizat în procesele de detectare a defectelor în două moduri:

- prin realizarea unui model similar pe baza datelor măsurate ale parametrilor w de același ordin p , nepotrivirile rezultate din cele două modele fiind indicatori ai defectului.
- prin utilizarea modelului structurii intacte pentru crearea unui model predictiv pentru datele de răspuns, eroarea reziduală rezultată putând fi utilizată ca indicator al defectului.

Procese de monitorizare care utilizează această metodă pot utiliza metode statistice de estimare a variabilității parametrilor, variabilități ce pot fi utilizate ca și indicatori ai defectului.

În cazul sistemelor inițial neliniare, FRF depinde atât de caracteristicile de filtrare a sistemului neliniar cât și de caracteristicile excitației. Acest lucru face dificilă separarea modificărilor FRF produse de excitație de cele produse de eventualele defecte.

Monitorizarea structurilor reale complexe cu multe îmbinări și interfețe complexe caracterizate printr-un comportament dinamic inițial neliniar, sau a structurilor reale aflate în exploatare care au avut inițial un comportament liniar dar în urma deteriorărilor au un comportament dinamic neliniar, a impus dezvoltarea unor metode bazate pe utilizarea datelor măsurate funcție de timp, capabile să evidențieze în FRF modificările survenite ca urmare a defectului. Aceste metode sunt cunoscute ca mașini vector de sprijin autoregresiv notate AR-SVM, capabile să modeleze orice neliniaritate existentă între datele care le formează.

Configurația AR-SVM pentru senzorul de rang k la momentul t dată de Born și colaboratorii în lucrarea [10] și de Smola și colaboratorii în lucrarea [82] are forma:

$$x_t^k = \sum_{j=p+1}^{t_0} \beta_j K(x_{j-p;j-1}^k, x_{t-p;t-1}^k) + \varepsilon_t^k \quad (1.26)$$

în care t_0 este limita intervalului de timp în care este construit modelul astfel încât, $t=1...t_0$, K este o funcție care dă distanța între doi vectori, β_j reprezintă valoarea parametrului măsurată la momentul j , ceilalți factori au semnificațiile celor notați la fel în relația (1.25).

Modelul AR-SVM, compară valorile parametrilor obținute la un moment p cu cele obținute în momente anterioare și dacă descoperă asemănări își bazează predicția pe acestea și trece la o fază următoare. Acest lucru permite utilizarea metodelor în cazul sistemelor nestaționare și în cazul sistemelor de rang p , prea mici să sesizeze toate caracteristicile răspunsului sistemului.

Funcția de nucleu K , dă posibilitatea gestionării relațiilor neliniare între date, prin estimarea distanțelor. Această funcție poate lua o mare varietate de forme, cele mai cunoscute fiind cele bazate pe estimarea distanțelor radiale sau funcții ale produsului scalar liniar.

Aceste metode se pretează utilizării în monitorizarea structurilor expuse mediilor variaționale.

b) Metode bazate pe semnale tranzitorii și wavelet

Semnalele de răspuns ale sistemelor neliniare sunt variabile funcție de timp, analiza acestora prin metoda convențională Fourier nu satisface necesitățile metodelor de monitorizare. Acest lucru a determinat apariția instrumentelor de prelucrare a semnalelor în funcție de timp. Unul din principiile care stau la baza acestor instrumente constă în analiza wavelet ale semnalelor.

Sinou în lucrarea [80] consideră că lucrările lui Newland au reprezentat unele din primele cercetări publicate, referitoare la utilizarea wavelet în analiza vibrațiilor structurilor. Newland propune ca instrument de analiză al vibrațiilor structurilor, transformarea continuă a wavelet CWT, care permite analiza cu mare precizie a caracteristicilor tranzitorii și modificării unui semnal neliniar și nestăionar al unei structuri deteriorate. Prin această metodă semnalul este descompus în mișcări oscilatorii cu wavelets mici foarte ușor de localizat în frecvență și timp. Conform autorului transformarea continuă a wavelet CWT a unui semnal $f(t)$, măsurat pentru un eșantion de N localizări în timp la un interval de eșantionare δt , este o compunere a secvențelor de date $f(n')$, $n'=1....N$, cu o wavelet scalată și normalizată și este dată de relația (1.27), în care n definește indicele de timp localizat și este egal cu intervalul de eșantionare.

$$C_{(a,n)} = \sum_{n'=0}^{N-1} f(n') \sqrt{\frac{\delta t}{a}} \psi_0^* \left(\frac{(n' - n)\delta t}{a} \right) \quad (1.27)$$

În relația (1.27) a reprezintă parametrul de scalare, b parametrul de timp și ψ_0^* reprezintă conjugata complexă a funcției sursă a wavelet, din care sunt extrase și scalate funcțiile de bază.

În procesele de monitorizare a defectelor utilizând metode bazate pe analiza wavelet ale semnalelor este esențială alegerea tipului funcției sursă a lungimii de undă. Cele mai utilizate forme ale funcției sursă sunt:

- Morlet wavelet, definită în domeniile timp și frecvențe are următoarele forme:

$$\psi_0(\eta) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{im\eta} e^{-\frac{\eta^2}{2}} ; \quad \widehat{\psi_0}(s\omega) = \pi^{-\frac{1}{4}} H(\omega) e^{\frac{(s\omega - \omega_0)^2}{2}} \quad (1.28)$$

unde m este numărul de undă, η reprezintă un parametru de timp adimensional, $H(\omega)$ reprezintă o funcție de pas, $H(\omega)=1$ dacă $\omega>0$, și $H(\omega)=0$ în celelalte cazuri.

- Paul wavelet definită în domeniile timp și frecvență are următoarele forme:

$$\psi_0(\eta) = \frac{2^m i^m m!}{\sqrt{\pi} (2m)!} (1 - i\eta)^{-(m+1)} \quad (1.29)$$

În procesele de detectare de defecte este eficientă utilizarea Morlet wavelet definită în domeniul de frecvență și a Paul wavelet definită în domeniul timp [99].

Kim în lucrarea [46], consideră că metodele de detectare a defectelor bazate pe modificarea wavelet se pot împărți în trei categorii, metode care utilizează variația parametrilor funcției wavelet în detectarea și analiza severității defectelor, metode care localizează defectul pe baza perturbației locale și a neregularităților parametrilor funcției wavelet în zona localizării defectului și metode care au la bază reflecțiile wave cauzate de defectele locale, utilizate pentru localizare și evaluare a defectelor.

c) Metode bazate pe rețele neuronale

Rețelele neuronale sunt sisteme cu inteligență artificială, în care informația este memorată difuz în toată rețeaua. Memorarea se realizează prin stabilirea de valori corespunzătoare ale ponderilor conexiunilor sinaptice între neuronii rețelei.

O caracteristică importantă a rețelelor neuronale este aceea că pornind de la o mulțime de exemple, au capacitatea să sintetizeze în mod implicit un anumit model, ceea ce favorizează rezolvarea sistemelor practice, pentru care stabilirea unui algoritm este foarte dificilă sau imposibilă. O rețea neuronală își construiește singură algoritmul pentru rezolvarea unei probleme dacă i se furnizează o mulțime de exemple reprezentative.

Conform lui Doebling și colaboratorilor [18], rețelele neuronale au fost promovate ca funcții universale de aproximare a funcțiilor cu complexitate arbitrară. Cele mai frecvent utilizate rețele neuronale sunt cele de tip multistrat Perceptron, simbolizate MLP, cu algoritm de instruire supervizată, de tip “back-propagation”, care are scopul de a minimiza erorile pe lotul de instruire.

Marea majoritate a cercetărilor privind utilizarea rețelelor neuronale prezentate de Doebling în lucrarea amintită, au pornit de la identificarea defectului structurii pe baza analizei valorilor frecvențelor proprii, pornind de la modelarea liniară a defectelor.

Nici o cercetare nu a avut ca obiect un sistem cu comportament dinamic neliniar, specific structurilor reale complexe. Aceste lucruri evidențiază că procesele de monitorizare a structurilor prin utilizarea metodelor bazate pe rețele neuronale sunt în fază incipientă.

1.3. Influența sarcinilor operaționale și de mediu asupra metodelor de detectare a defectelor bazate pe vibrații

Literatura de specialitate prezentată în capitolele anterioare evidențiază faptul că majoritatea metodelor de detectare a defectelor, nu pot fi utilizate în monitorizarea stării de sănătate a structurilor reale supuse variației sarcinilor operaționale sau de mediu. În lucrările [49], [59], [65], [83], [84] autorii arată că variația sarcinilor operaționale și de mediu duce la modificări ale rigidității, distribuției de masă, amortizării sau ale condițiilor la limită ale structurilor, care la rândul lor produc modificări importante ale valorilor parametrilor dinamici ai structurii, sensibili la apariția defectelor. Modificările parametrilor comportamentului dinamic datorită mediilor variabile poate să mascheze modificările produse de defect, lucru care a determinat apariția cercetărilor privind dezvoltarea metodelor de detectare a defectelor capabile să filtreze și să evidențieze modificările produse de defecte asupra parametrilor comportamentului dinamic. Kullaa în lucrarea [47], afirmă că o funcție cheie a proceselor de monitorizare o reprezintă analiza datelor. Dezvoltarea unor algoritmi eficienți care să fie utilizați în procesele de monitorizare necesită date reale care să conțină doar informații cu privire la caracteristicile defectului și să fie filtrate de influențele altor factori.

Autorul propune dezvoltarea unor biblioteci de date independente care să fie utilizate pentru testarea algoritmilor, punând în evidență trei cazuri provocatoare ale acestui proces:

- structura de tip grindă supusă variațiilor factorilor de mediu și operaționali.
- structura tip grindă cu defect deschis care îi conferă un comportament dinamic neliniar.
- modelarea traficului pe un pod.

Lucrarea prezintă un algoritm bazat pe o rețea de senzori redundantă și pe testul raportului de probabilitate generalizată în timp, utilizat de autor pentru a crea seturi de date de referință privind comportamentul dinamic al unor structuri care răspund celor trei provocări.

Sohn în lucrarea [84] arată faptul căci comportamentul dinamic variabil al unei structuri reale poate fi rezultatul modificărilor condițiilor de exploatare sau al variațiilor factorilor de mediu. Autorul prezintă principalii factori de mediu și operaționali a căror variație influențează comportamentul dinamic și mecanismele prin care aceștia își manifestă influența. Principalii factori de mediu și operaționali sunt temperatura, umiditatea și vântul, respectiv modificarea stării de încărcare operațională, iar efectele variațiilor acestor factori asupra comportamentului dinamic sunt:

a) efectul temperaturii asupra comportamentului dinamic se manifestă prin următoarele mecanisme:

- modificarea proprietăților fizice ale materialelor în special modul de elasticitate, modifică rigiditatea sistemului. Monitorizarea podului Alamosa Canyon Bridge din New Mexico, Statele Unite ale Americii de către Doebling și Farrar în anul 1997 a arătat că prima frecvență proprie a variat cu aproximativ 5 % într-un interval de 24 de ore ca urmare a variației temperaturii în intervalul de timp amintit.

- modificarea parametrilor dimensionali ca urmare a dilatărilor sau contracțiilor, poate produce modificări ale condițiilor la limită. Un studiu analitic pe un model de grindă în consolă realizat de Cawley în anul 1997 a arătat că modificarea frecvențelor proprii ale grinzii ca urmare a unui defect situat în apropierea capătului fix, care reduce secțiunea grinzii cu 2 %, este mai mică decât cea produsă de lungirea grinzii cu 2 %.

- modificarea stării de încărcare statică produsă de forțele axiale datorate dilatărilor sau contracțiilor împiedicate. Alampalli în 1998 a arătat în baza unor experimente realizate pe un pod că variațiile frecvențelor proprii datorate înghețării suporturilor care au împiedicat dilatățile sau contracțiile au fost mai mari decât două defecte practicate în tălpile inferioare ale ambelor grinzi.

b) efectul umidității asupra comportamentului dinamic al unei structuri se manifestă prin modificarea distribuției de masă. Elementele din lemn sau beton ale structurilor își modifică masa ca urmare a absoarberii umidității. Sohn și colaboratorii în lucrarea [83], arată faptul că datorită umezelii excesive podurile din beton din Marea Britanie absorb o cantitate de apă considerabilă care modifică masa lor producând modificarea valorilor frecvențelor naturale.

c) vântul induce vibrații, mai ales în podurile lungi, efectele vibrațiilor induse de vânt pot acoperi efectele amortizărilor datorate defectelor. Experimente ale altor cercetători prezentate de autor în această lucrare au arătat că amplitudinea verticală a răspunsului podului Hacucho Suspension Bridge din Japonia este aproape o funcție pătratică a vitezei vântului, iar coeficientul de amortizare este funcție de amplitudinea vibrației. Autorul evidențiază necesitatea normalizării măsurate în condiții diferite de încărcare operațională sau de mediu, pentru a putea fi utilizate în procesele de monitorizare. În lucrare sunt prezentate trei situații diferite întâlnite în procesele de normalizare a datelor:

- datele referitoare la variația parametrilor sarcinilor operaționale și de mediu pot fi măsurate direct.

- măsurătorile directe sunt dificile sau imposibile, dar defectul produce modificări ortogonale la cele produse de factorii operaționali și de mediu.

- sunt măsurate valorile parametrilor sensibili la daune dar insensibili la variația factorilor operaționali sau de mediu.

Nasser și colaboratorii în lucrarea [65] prezintă o metodă de detectare a defectelor, bazată pe analiza statistică a unei structuri de tip grindă cu comportament dinamic linear, într-un mediu cu temperaturi variabile. Modelează efectul temperaturii asupra frecvențelor proprii și a formelor modurilor de vibrație, stabilind relații de dependență între rigiditatea grinzii și variația temperaturii de forma:

$$\Delta K_T = \int_0^L A \sigma_{xx} \frac{\delta u}{\delta x} \frac{\delta u'}{\delta x} dx \quad (1.31)$$

în care:

$$\sigma_{xx} = E \left[\frac{\Delta L}{L} - \alpha \overline{\Delta T} \right] ; \overline{\Delta T} = \frac{1}{L} \int_0^L \Delta T dx \quad (1.32)$$

Variația rigidității dată de relația (1.31) are o formă biliniară după două funcții ale deplasării u și u' .

Anderson și colaboratorii prezintă în lucrarea [1], un model regresiv de eliminare a influenței temperaturii mediului ambiant asupra frecvențelor proprii ale unei grinzi în consolă plecând de la faptul că temperatura modifică valoarea modului de elasticitate a caracteristicilor dimensionale ale secțiunii și a lungimii grinzii. Meruane și colaboratorii dezvoltă în lucrarea [59], o metodă inversă de detectare a defectelor care elimină influențele temperaturii asupra valorilor parametrilor modali, bazată pe un model numeric. Principiul metodei se bazează pe dependența modului de elasticitate de temperatură. Algoritmul de detectare a defectelor conține o funcție obiectiv care corelează formele de mod și frecvențele proprii în funcție de temperatură și un algoritm genetic paralel care optimizează procesul. Modificările parametrilor modali în funcție de defect și în funcție de temperatură sunt actualizate împreună, lucru care face posibilă distincția între cele două influențe. Metoda este validată de rezultatele experimentale obținute pentru un pod. Kullaa tratează în lucrarea [48], detectarea defectelor structurilor supuse variațiilor sarcinilor de mediu și operaționale, în spațiul semnal și în spațiul zgomot, cu accent pe determinarea numărului de senzori care fac posibilă detectarea defectelor. Autorul afirmă că datele de monitorizare pot fi împărțite în două spații, de semnal și de zgomot. Influențele factorilor operaționali și de mediu sunt conținute de datele din spațiul semnal, iar influențele defectelor sunt conținute de datele din ambele spații, deci datele din spațiul zgomot conțin doar influențele datorate defectelor, fiind utile în procesele de monitorizare a structurilor supuse influențelor

mediilor variabile. Lucrarea prezintă o analiză statistică cu privire la numărul de senzori necesari monitorizării unei structuri, care oferă o performanță medie de detectare a defectelor. Rezultatele sunt concretizate în diagrame ce pot fi utilizate în proiectarea sistemelor de monitorizare. Figuerido și colaboratorii dezvoltă în lucrarea [23], o metodă regresivă cu mai multe variabile MAR. Conceptul de bază este de recunoaștere a tiparului, prin care se stabilesc ipoteze de testare sau regresii generalizate între caracteristicile extrase din datele măsurate și un model sau clasă de modele bazate pe date, pe relații de dependență, sau combinații ale acestora. O formă de abordare a acestui model o constituie reconstrucția spațiului-stat care caracterizează evoluția în timp a sistemului. Un parametru cu o anumită valoare de intrare va evolua printr-o anumită lege de variație către un substrat al spațiului invariabil denumit atractor care are proprietăți invariabile. Spațiul de stat este reconstruit ca sursă din date măsurate discret într-un mod care păstrează comportamentul dinamic invariant. Detectarea defectelor considerând variabile încărcările operaționale și de mediu se bazează pe faptul că variațiile acestor factori au ca efect variații liniare a valorilor datelor măsurate.

Literatura de specialitate analizată în acest subcapitol evidențiază influența majoră exercitată de variațiile temperaturii asupra comportamentului dinamic al structurilor. În cercetările privind adaptarea metodelor de monitorizare pentru analiza structurilor expuse variațiilor sarcinilor de mediu și operaționale s-a pus accent pe normalizarea datelor obținute prin măsurători din punct de vedere al eliminării efectelor modificărilor rigidității datorate variațiilor caracteristicilor dimensionale și fizice ale materialelor odată cu temperatura, în special ale modulului de elasticitate. Puține cercetări au avut ca obiect analiza modificărilor comportamentului dinamic al structurilor ca urmare a modificării stării de încărcare cu forțe axiale datorate dilatărilor și contracțiilor împiedicate, produse de variațiile temperaturii, sau a modificării sarcinilor operaționale. Pentru o mai bună înțelegere a fenomenelor, în continuare, vom analiza literatura de specialitate ce face referiri la influența temperaturii asupra proprietăților fizice ale materialelor, în special ale modulului de elasticitate și la comportamentul dinamic al structurilor încărcate cu sarcini axiale variabile.

1.3.1. Influența temperaturii asupra proprietăților fizice ale materialelor

Literatura de specialitate analizată în acest capitol evidențiază dependența valorilor parametrilor dinamici ai unui sistem de rigiditatea sistemului. De asemenea s-a arătat că rigiditatea unui sistem este funcție de modulul de elasticitate, care la rândul lui este funcție

de temperatură. În acest subcapitol vom analiza literatura de specialitate care cercetează dependența proprietăților fizice ale materialelor de variația temperaturii.

În lucrarea [69], Outinen și Makelainen prezintă cercetările efectuate în laboratorul Universității de Tehnologie din Helsinki, cu privire la modificarea valorilor proprietăților mecanice ale oțelurilor utilizate în realizarea structurilor (ex. S355J2H), odată cu variația temperaturii în intervalul 20 °C–1000 °C. Rezultatele cercetărilor au fost exprimate sub forma unor coeficienți de reducere a valorilor caracteristicilor mecanice în funcție de temperatură. Acești coeficienți de reducere indică faptul că, modulul de elasticitate nu suferă modificări ale valorilor la temperaturi cuprinse în intervalul 20 °C–100 °C, $E_{100\text{ °C}} = 1 E_{20\text{ °C}}$.

Cea mai mare scădere a valorii modulului de elasticitate se petrece la temperatura de 1000 °C, valoarea modulului de elasticitate fiind dată de relația, $E_{1000\text{ °C}} = 0,045 E_{20\text{ °C}}$. Chen și Young în lucrarea [16], în urma testelor experimentale efectuate pe oțeluri laminate la rece, în intervalul de temperaturi 22 °C–1000 °C, propun o formulă de calcul a modulului de elasticitate pentru variația temperaturilor în intervalul 22 °C–650 °C bazată pe coeficienți determinați experimental, de forma:

$$\frac{E_T}{E_{T_0}} = a - \frac{(T - b)^n}{c} \quad (1.33)$$

în care, $a=1, b=22, c=1,25 \cdot 10^3, n=1$ dacă $T_0=22\text{ °C} \leq T \leq 450\text{ °C}$ și $a=-0,11, b=860, c=-2,2 \cdot 10^5, n=2$ dacă $450\text{ °C} \leq T \leq 650\text{ °C}$.

O abordare diferită pentru determinarea variației valorii modulului de elasticitate cu temperatura este prezentată de Bates și colaboratorii în lucrarea [5]. Principiul metodei este dat de modificarea frecvențelor proprii ale unui diapazon din oțel inoxidabil datorită variației rigidității acestuia odată cu temperatura. În baza acestui principiu autorii determină experimental relația de dependență a modulului de elasticitate cu variația temperaturii în intervalul 20 °C–80 °C, exprimată astfel:

$$\frac{E_T}{E_0} = (1.00501 \pm 0.0005) - (2.55 \pm 0.02)10^{-6}T - (4.5 \pm 0.2)10^{-8}T^2 \quad (1.34)$$

Aydemir și colaboratorii în lucrarea [3], analizează modificarea proprietăților mecanice ale oțelurilor speciale de înaltă rezistență Dual Phase, martensito-feritice, utilizate în industria auto. Cercetarea experimentală s-a realizat prin încercări la tracțiune, modulul de elasticitate fiind determinat din panta inițială a curbei tensiune-deformare. Concluziile arată stabilitatea relativă a proprietăților mecanice ale acestui tip de oțel până la temperaturi

de 400 °C, și scăderea accentuată a acestor valori pentru temperaturi ce depășesc acest prag. Rezultatele sunt prezentate sub forma unor coeficienți de descreștere a valorilor caracteristicilor mecanice cu creșterea temperaturii. Valoarea modulului de elasticitate pentru oțelul DP600 la temperatura de 200 °C, este dată de relația, $E_{200}/E_{20}=0.998$.

1.3.2. Influența forțelor axiale asupra comportamentului dinamic al structurilor

În procesele de proiectare și execuție a structurilor reale se aleg variante constructive care să elimine sau să limiteze efectele dilatărilor sau contracțiilor ce pot fi produse de modificările temperaturii mediului în care sunt expuse. Cu toate aceste măsuri, starea inițială de încărcare statică a unei structuri poate fi modificată de apariția unor forțe axiale datorate reacțiunilor elastice ale sistemului sau a reacțiunilor forțelor de frecare care împiedică într-o anumită măsură dilatățile sau contracțiile structurii, sau a unor anumite elemente ale structurii, apărute ca o consecință a modificărilor de temperatură. De asemenea, literatura de specialitate [79], prezintă cazuri de structuri de tip grindă utilizate în tehnica aero-spațială care datorită efectelor inerției se încarcă cu forțe axiale, sau structuri pretensionate utilizate în tehnologia panourilor solare. Modificarea stării de încărcare determină modificări ale comportamentului dinamic al structurii. În acest subcapitol vom analiza literatura de specialitate care are ca obiect comportamentul dinamic al structurilor solicate de forțe axiale.

Shaker și colaboratorii în lucrarea [79], analizează efectul forțelor axiale asupra frecvențelor proprii și a formelor modurilor de vibrație ale grinzilor elastice continue pentru toate cazurile posibile de rezemare. Autorii determină ecuația de mișcare care modelează comportamentul dinamic al grinzilor elastice continue încărcate cu forțe axiale dată de relația (1.35). Rezolvând ecuația de mișcare utilizând condițiile la limită specifice fiecărui caz de rezemare, autorul determină formulele de calcul a frecvențelor proprii și funcțiile care dau forma modurilor de vibrație pentru fiecare caz de rezemare.

$$\frac{\delta^4 v}{\delta x^4} + \frac{P}{EI} \frac{\delta^2 v_{(x,t)}}{\delta x^2} + \frac{\rho}{EI} \frac{\delta^2 v_{(x,t)}}{\delta t^2} = 0 \quad (1.35)$$

Din analiza formulelor de calcul al frecvențelor proprii și a funcțiilor formelor modale, autorii trag următoarele concluzii:

- valorile frecvențelor naturale corespunzătoare modurilor de vibrație scad odată cu creșterea forței axiale.

- când forța axială devine egală cu prima forță critică de flambaj frecvența primului mod de vibrație devine 0.
- dacă forța axială depășește valoarea primei forțe critice de flambaj, frecvența primului mod de vibrație devine complexă. Din acest motiv valoarea maximă de interes este valoarea primei forțe critice de flambaj.
- valorile frecvențelor modurilor mai mari decât 1, vor ajunge la 0 atunci când forțele axiale vor avea valorile forțelor critice corespunzătoare modului de flambaj de același rang. Acest lucru prezintă interes doar atunci când flambajul în modurile de rang inferior este împiedicat.
- influența sarcinilor axiale asupra formelor modurilor de vibrație scade odată cu creșterea rangului modului de vibrație.

Relații analitice care permit determinarea frecvențelor proprii ale grinzilor încărcate cu sarcini axiale uniforme pentru diverse moduri de rezemare sunt date și de Irvine în lucrarea [45]. Autorul prezintă și o relație de calcul aproximativă a valorilor frecvențelor proprii ale grinzilor exprimată în funcție de valoarea forței axiale și valoarea frecvențelor proprii ale grinzii neîncărcate cu forțe axiale, valabilă pentru orice mod de rezemare.

Dolecek și colaboratorii în lucrarea [19], analizează efectele alungirii unei grinzi sub acțiunea unor forțe de natură elastică asupra deplasărilor laterale după flambaj. Autorii pornesc de la ideea că în realitate forțele axiale aplicate pot fi de natură elastică, de exemplu, apărute ca rezultat al comprimării unui element alăturat al unei grinzi cu zăbrele, valoarea ei se poate modifica ca urmare a deplasărilor produse după flambajul elementului pe care îl solicită axial.

În cazul grinzilor, o forță axială cu valoare mai mare decât forța critică de flambaj poate produce deplasări importante față de poziția de echilibru primar. O forță a carei valoare este dependentă de deplasare, poate provoca o alungire a grinzii datorită apariției deformației laterale (săgeții) ca urmare a deplasării punctului ei de aplicație. Autorii dezvoltă un model numeric de determinare a deplasărilor laterale ale grinzii în funcție de alungirea post flambaj, pe care îl verifică experimental și ajung la concluzia că modelul numeric este verificat experimental pentru o valoare inițială a forței axiale aplicate mai mare decât forța critică de flambaj.

O altă concluzie importantă și în studiul comportamentului dinamic al grinzilor este aceea că în cazul sistemului real experimentat se produc deplasări laterale ale grinzii la valori oricât de mici ale forțelor axiale aplicate datorită imperfecțiunilor sistemului.

Van Beek prezintă în lucrarea [6], un experiment prin care stabilește modul în care sunt influențate valorile frecvențelor proprii și formele modurilor de vibrație ale microgrinzilor

componente ale microsistemelor electro-mecanice rezonatoare MEMS de sarcinile axiale induse de modificările valorilor temperaturii mediului de lucru în intervalul -20°C - 100°C . Concluziile formulate arată modificări nesemnificative ale valorilor frecvențelor proprii și a formelor modurilor de vibrație a microgrinzilor modelate prin teoria Euler- Bernoulli și modificări mici în cazul celor modelate prin teoria Timoshenko.

Comportamentul dinamic după flambajul datorat modificărilor temperaturii plăcilor compozite sandwich este analizat de Shiau și Kuo în lucrarea [81]. Analiza pornește de la premiza că plăcile nu își pierd capacitatea portantă în momentul flambajului, structurile de acest gen fiind în continuare utilizate. Autorii au analizat comportamentul dinamic al plăcilor sandwich după flambaj prin metoda elementului finit și au desprins următoarele concluzii:

- frecvențele proprii ale plăcilor sandwich cresc odată cu creșterea temperaturii după apariția flambajului.
- în momentul flambajului forma primului mod de vibrație poate să capete forma modului 2 de vibrație a plăcii înainte de flambaj.
- dacă un mod are forma plăcii deformate la flambaj frecvența proprie a acelui mod va deveni 0 în momentul flambajului.
- forma modurilor de vibrație se modifică după apariția flambajului.

Faraji și colaboratorii investighează analitic în lucrarea [21], comportamentul static și dinamic al ansamblului de două grinzi paralele dublu încastrate, fixate în centrul deschiderii, cu diverse distanțe între ele, pentru starea de flambaj și post flambaj. Autorii determină analitic ecuația de mișcare care caracterizează comportamentul dinamic în baza unor teorii derivate din modelul Euler-Bernoulli și principiul lui Hamilton, formula de calcul a frecvențelor proprii și funcțiile care dau formele modurilor de vibrație care derivă din aceasta, formele modurilor de flambaj și a modurilor post flambaj.

1.4. Concluzii

Literatura de specialitate prezentată în acest capitol al tezei dedică un spațiu amplu metodelor care utilizează ca indicatori ai defectului modificarea formelor modurilor de vibrație propunând metode de comparație, modificarea curburii modurilor de vibrație în secțiunile în care este localizat defectul ca urmare a modificării rigidității, modificarea energiei de deformare într-o secțiune a grinzii în care este localizat defectul analizată în baza relației energie de deformare-curbură, sau metode bazate pe modificarea matricii de sensibilitate dinamică.

Cele mai multe metode se bazează pe analiza modificărilor valorilor frecvențelor

propriu ca urmare a apariției sau evoluției defectului. Marea majoritate a acestor metode rezolvă cazuri particulare, și se bazează pe experimente de laborator în condiții stabile protejate de influențe externe.

Structurile reale sunt amplasate în condiții variabile din punct de vedere a sarcinilor operaționale sau de mediu. Variațiile acestor factori externi pot determina modificări semnificative ale valorilor parametrilor caracteristici ai comportamentului dinamic față de valorile de referință. Utilizarea datelor astfel achiziționate, fără a fi supuse unui proces de filtrare care să elimine influențele acestor factori perturbatori și să le aducă la o formă comparabilă cu cea de referință, poate compromite întreg procesul de monitorizare.

Cercetările prezentate de literatura de specialitate evidențiază necesitatea elaborării unor algoritmi pentru filtrarea datelor utilizate în procesele de monitorizare care să identifice și să separe influențele factorilor externi de cele produse de apariția sau agravarea defectului. Cu toate acestea nu au fost încă propuse metode complete care să satisfacă necesitățile unui proces de monitorizare al unei structuri reale.

Cercetările care fac obiectul acestei teze se înscriu pe această linie de analiză a influențelor factorilor externi mai precis a sarcinilor operaționale și de mediu asupra comportamentului dinamic al structurilor și de elaborare a unei metode complexe care să permită achiziționarea datelor, prelucrarea acestora pentru eliminarea influențelor temperaturii, care să conducă la evidențierea modificărilor produse asupra lor de defect și detectarea cu precizie a poziției acestuia.

Din aceste motive am abordat studiul literaturii de specialitate pe trei domenii de cercetare:

- metode de detectare a defectelor bazate pe vibrații
- influența temperaturii asupra proprietăților fizice ale materialelor
- influențele forțelor axiale asupra comportamentului dinamic al structurilor

Analiza metodelor de detectare a defectelor are la bază organizarea bibliografiei astfel încât să prezinte cursiv metodele studiate din punct de vedere al apartenenței la cele două mari categorii: metode care utilizează analiza liniară și metode care utilizează analiza neliniară.

Concluziile rezultate din această analiză, care constituie și puncte de plecare în cercetarea care face obiectul acestei teze sunt:

- tehnicile dezvoltate permit determinarea experimentală facilă și cu acuratețe a valorilor frecvențelor proprii ale unei structuri.

- metodele bazate pe modificarea formelor modurilor de vibrație sau metodele alternative ale acestora cum ar fi metodele bazate pe modificarea curburii formelor modurilor de vibrație, sunt mult mai laborioase, determinările experimentale sunt îngreunate de variația condițiilor de mediu și de incertitudinile privind condițiile la limită.
- eficiența metodelor bazate pe valorile normalizate ale frecvențelor proprii sau pe modificările procentuale ale acestora este condiționată de precizia de determinare a valorilor frecvențelor proprii ale structurii monitorizate care caracterizează starea de referință și de filtrarea valorilor măsurate în vederea eliminării influențelor factorilor externi.
- o mare importanță în cadrul proceselor de monitorizare este acordată acurateței datelor măsurate. Pentru a obține date utile proceselor de monitorizare este necesar să se analizeze concomitent modificările acestora produse de defect și de acțiunile factorilor perturbatori.
- s-a acordat o mare atenție analizei influenței temperaturii asupra comportamentului dinamic al structurilor reale ca urmare a modificării valorii modulului de elasticitate longitudinal, dar sunt puține referiri la modificările comportamentului dinamic ca urmare a modificării stării de încărcare sau a deformațiilor ce pot fi produse de variația temperaturii.
- datorită abaterilor de formă o grindă solicitată la compresiune de sarcini axiale se deformează lateral la o valoare a forței mult mai mică decât forța critică de flambaj.
- literatura de specialitate consideră dezvoltarea metodelor de detectare a defectelor pentru structurile de tip grindă un pas important în dezvoltarea metodelor de monitorizare a structurilor reale complexe, datorită faptului că marea majoritate a elementelor componente ale acestor structuri au forma și comportamentul specific grinzilor.

Cap. 2 Influența sarcinilor operaționale asupra formelor modurilor de vibrație ale grinzilor încastate la ambele capete

Structurile de tip grindă sub acțiunea diverselor sisteme de sarcini operaționale suferă deformații în domeniul elastic. În starea de echilibru static definită de sistemul de încărcare cu sarcini operaționale dat și reacțiunile sistemului determinate de această încărcare, mărimea deformațiilor care apar este invers proporțională cu rigiditatea grinzii. Forma fibrei medii deformată a unei grinzi este determinată de caracteristicile sistemului de sarcini operaționale și de condițiile la limită.

O parte a metodelor globale de detectare a defectelor bazate pe analiza comportamentului dinamic al structurilor, prezentate în capitolul anterior utilizează ca indicatori ai defectului, modificările formelor modurilor de vibrație, modificările curburii modurilor de vibrație sau modificarea energiei de deformare modală. În acest capitol ne propunem să analizăm influența deformațiilor statice determinate de sarcinile operaționale asupra formelor modurilor de vibrație ale grinzilor încastate la ambele capete.

2.1. Deformațiile grinzilor încastate la ambele capete sub acțiunea sarcinilor operaționale

Grinzile drepte sub acțiunea unui sistem de sarcini operaționale se deformează luând o formă curbă. Conform lucrării [7], în studiul deformațiilor grinzilor este suficient să se cunoască forma fibrei medii, dată de ecuația fibrei medii deformată, deplasările altor puncte de pe grindă rezultă din ipoteza lui Bernoulli. În acest subcapitol vom determina ecuațiile fibrei medii deformată ale grinzii dublu încastate solicitată la încovoiere pentru trei cazuri de încărcare cu sarcini operaționale și ale grinzii dublu încastate solicitată axial de o sarcină operațională mai mare decât forța critică de flambaj. Ecuația fibrei medii deformată este determinată de sistemul de încărcare cu sarcini operaționale și de condițiile la limită. Prin reprezentarea grafică a ecuațiilor astfel obținute, vom obține formele fibrelor medii deformată pentru fiecare caz de încărcare în parte, care vor constitui baza analizei pe care ne-am propus să o realizăm în acest capitol.

2.1.1. Deformațiile grinzilor încastate la ambele capete datorate încovoierii sub acțiunea sarcinilor operaționale

În acest subcapitol vom determina formele fibrelor medii deformată ale grinzii dublu încastate pentru trei sisteme de încărcare cu sarcini operaționale, alese în așa fel încât, să

producă deformații asemănătoare ca formă cu deformațiile aceleiași grinzi supusă solicitărilor dinamice.

Din rezistența materialelor [7], [57], [72] avem ecuația fibrei medii deformate a grinzilor solicitate la încovoiere:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{M}{EI_z} \quad (2.1)$$

Prin integrarea ecuației se obțin succesiv panta tangentei fibrei medii deformate dv/dx și funcția $v(x)$, care reprezintă ecuația fibrei medii deformate. Expresia momentului încovoietor variază în funcție de încărcarea grinzii. Constantele arbitrare de integrare se determină din condițiile pe reazeme și condițiile la limitele intervalelor, în cazul în care avem mai multe intervale de variație a momentelor încovoietoare [72]. În tabelul 2.1 sunt date condițiile pe reazeme pentru diferite tipuri de rezemare.

Tabelul 2.1. Condiții la limită pentru diferite tipuri de rezemare

Tip rezemare	Deplasare	Rotire
liber	$v \neq 0$	$dv/dx \neq 0$
reazem simplu	$v = 0$	$dv/dx \neq 0$
articulație	$v = 0$	$dv/dx \neq 0$
încastrare	$v = 0$	$dv/dx = 0$

În această cercetare vom trata cazul grinzii încastate la ambele capete. În continuare se determină săgeata $v(x)$ și rotirea dv/dx , pentru trei cazuri de încărcare cu forțe concentrate, a căror deformații simulează inerția grinzii în primele trei moduri de vibrație transversală și deformațiile primelor trei moduri de flambaj.

a) Grinda încastată la două capete încărcată cu o sarcină concentrată

Sistemul format de grinda dublu încastată este static nedeterminat. Pentru a putea fi rezolvat se transformă într-un sistem static determinat, numit sistem de bază [57]. Sistemul de bază corespunzător grinzii încastate la două capete este grinda simplu rezemată, încărcată cu sarcina P careia i se aplică două momente pe reazeme. Sistemul este prezentat în figura (2.1).

Expresiile rotirilor și săgeților care le-am determinat pentru cele două intervale de calcul a momentului încovoietor sunt date mai jos:

- intervalul A-1

$$\frac{dv_{A-1}}{dx} = -\frac{P}{EI_z} \left(\left(\frac{b}{l} + \frac{ab(b-a)}{l^3} \right) \frac{x^2}{2} - \frac{ab^2}{l^2} x \right) \quad (2.2)$$

$$v_{A-1} = -\frac{P}{EI_z} \left(\frac{1}{6l^3} (bl^2 + ab^2 - a^2b)x^3 - \frac{ab^2}{2l^2} x^2 \right) \quad (2.3)$$

-intervalul 1-B

$$\frac{dv_{1-B}}{dx} = -\frac{P}{EI_z} \left[\left(-\frac{b}{l} - \frac{ab(b-a)}{l^3} + 1 \right) \frac{x^2}{2} - \left(a - \frac{ab^2}{l^2} \right) x + al + \frac{bl}{2} - \frac{ab^2}{2l} - \frac{a^2b}{2l} - \frac{l^2}{2} \right] \quad (2.4)$$

$$v_{1-B} = -\frac{P}{EI_z} \left[\left(-\frac{b}{l} - \frac{ab(b-a)}{l^3} + 1 \right) \frac{x^3}{6} - \left(a - \frac{ab^2}{l^2} \right) \frac{x^2}{2} + \left(al + \frac{bl}{2} - \frac{ab^2}{2l} - \frac{a^2b}{2l} - \frac{l^2}{2} \right) x + \frac{l^3}{3} - \frac{bl^2}{3} + \frac{ab^2}{6} + \frac{a^2b}{3} - \frac{al^2}{2} \right] \quad (2.5)$$

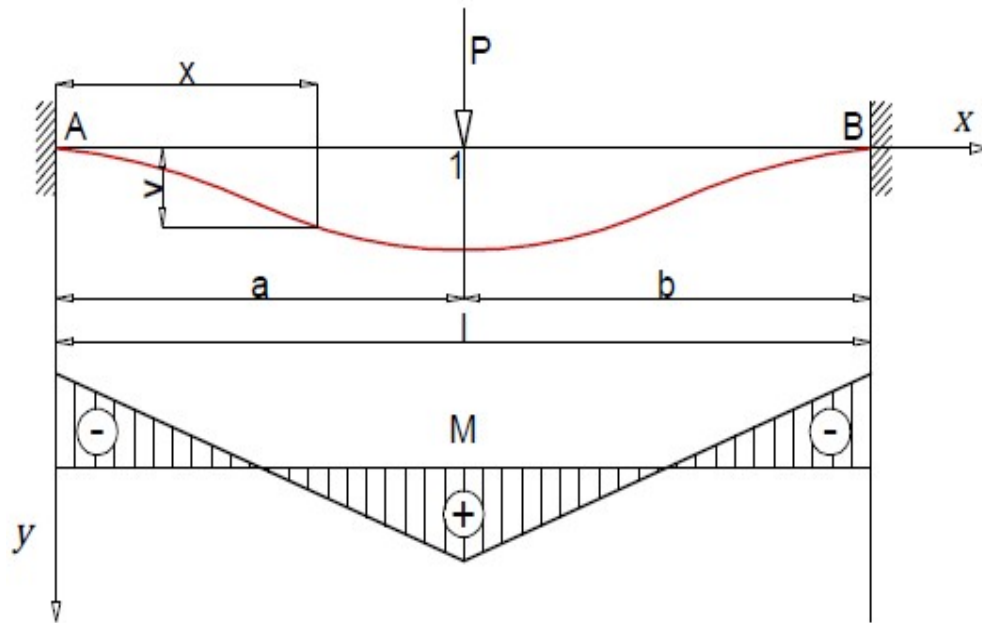


Figura 2.1. Grinda încastrată la două capete încărcată cu o sarcină concentrată

Din relațiile (1.3) și (1.5) considerând $a=b=l/2$, $u=x/l$ și $d=P/EI_z$, am obținut funcția $f(u)$ care descrie forma adimensională a fibrei medii deformate a grinzii încastrate la ambele capete încărcată cu o sarcină concentrată, cu punctul de aplicație la mijlocul deschiderii, dată de relația (2.6).

$$f(u) = \begin{cases} -d \left(-\frac{u^3}{12} + \frac{u^2}{16} \right) & \text{dacă } 0 \leq u \leq 0.5 \\ -d \left(\frac{u^3}{12} - \frac{3u^2}{16} + \frac{u}{8} - \frac{1}{48} \right) & \text{dacă } 0.5 \leq u \leq 1 \end{cases} \quad (2.6)$$

Dacă considerăm $a = 3/4 l$, $b = 1/4 l$, $u = x/l$ și $d = P/EI_z$, obținem funcția $g(u)$, care reprezentată grafic ne arată forma adimensională a fibrei medii deformate a grinzii încastrate la ambele capete încărcată cu o forță concentrată care are punctul de aplicație la $3/4 l$ față de o încastrare.

$$g(u) = \begin{cases} -d \left(-\frac{5}{192} u^3 + \frac{3}{128} u^2 \right) & \text{dacă } 0 \leq u \leq 0.75 \\ -d \left(\frac{9}{64} u^3 - \frac{45}{128} u^2 + \frac{9}{32} u - \frac{27}{384} \right) & \text{dacă } 0.75 \leq u \leq 1 \end{cases} \quad (2.7)$$

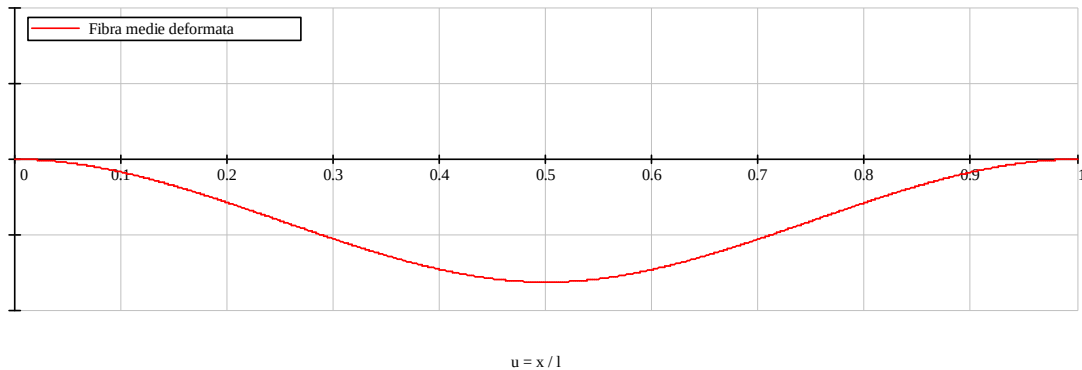


Figura 2.2. Forma adimensională a fibrei medii deformate a grinzii încastrate la ambele capete încărcată cu o sarcină concentrată pentru $a=b=1/2 l$

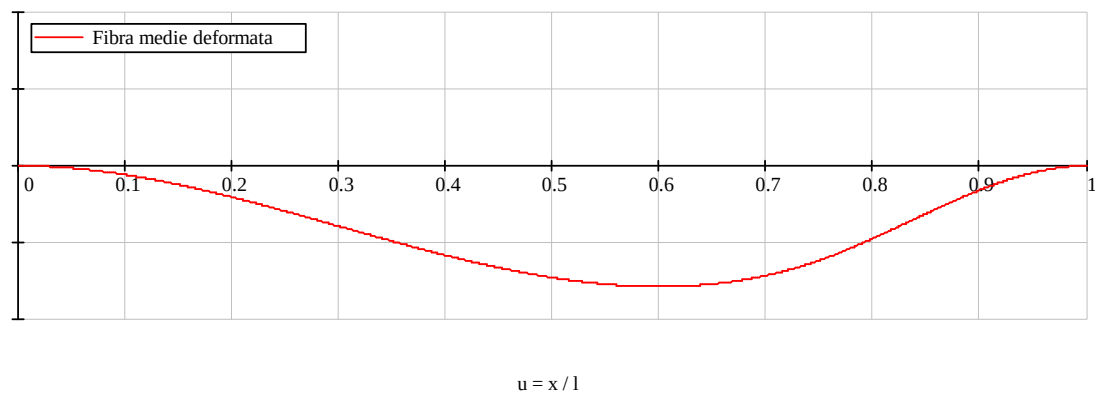


Figura 2.3. Forma adimensională a fibrei medii deformate a grinzii încastrate la ambele capete încărcată cu o sarcină concentrată pentru $a=3/4 l$, $b=1/4 l$

Pentru reprezentarea grafică acelor două funcții am utilizat programul MATCAD [21]. Formele adimensionale ale fibrelor medii ale grinzii încastrate la ambele capete le-am obținut prin reprezentarea grafică a funcțiilor (2.6) și (2.7), sunt prezentate în figura (2.2) respectiv figura (2.3).

Analizând forma fibrei medii deformate reprezentată grafic în figurile (2.2) și (2.3), am observat că poziția punctului de extrem, adică poziția săgeții maxime se modifică odată cu poziția punctului de aplicație a forței.

Pentru sistemul studiat, poziția pe grindă în care săgeata este maximă, corespunde cu secțiunea grinzii aflată între cele două încastrări în care panta tangentei se anulează [73]. Pentru a exemplifica acest lucru am reprezentat grafic în figura (2.4) momentul încovoietor, panta tangentei și forma fibrei medii deformate (săgeata), corespunzătoare poziției pe grindă a forței operaționale caracterizată de următoarele distanțe față de reazeme: $a=3/4l$ și $b=1/4l$.

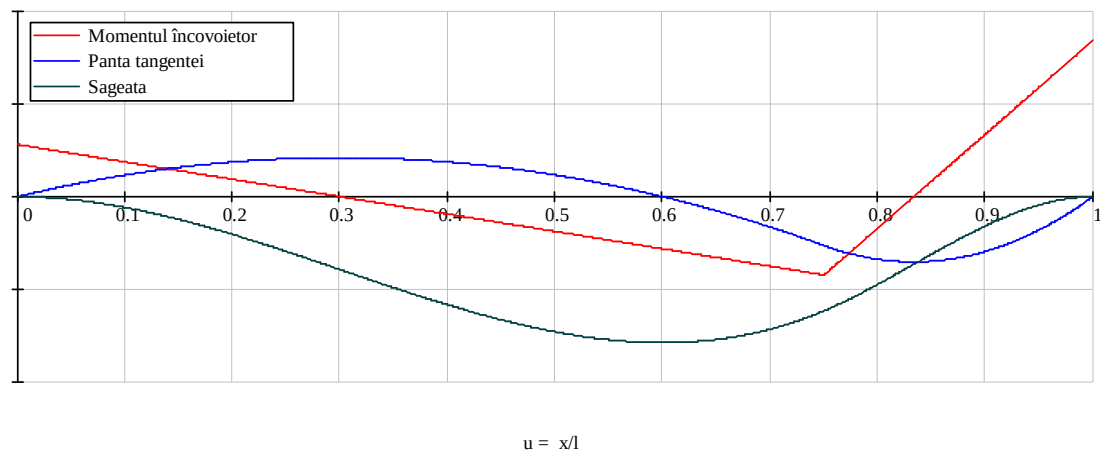


Figura 2.4. Formele adimensionale ale momentului încovoietor, pantei tangentei și formeii fibrei medii deformate ale grinzii încastrate la ambele capete încărcată cu o forță concentrată pentru $a=3/4l$ și $b=1/4l$

Din analiza reprezentărilor grafice din figurile (2.1), (2.2), (2.3) și (2.4) se desprind următoarele observații:

- punctele de inflexiune ale formeii fibrei medii deformate a grinzii încastrate la ambele capete încărcată cu o sarcină concentrată se află în secțiunile în care momentul încovoietor se anulează și panta tangentei are puncte de extrem.
- săgeata maximă este localizată în secțiunea în care panta tangentei se anulează, localizarea săgeții maxime și a vârfului de moment în aceeași secțiune a grinzii observată din analiza figurilor (2.1) și (2.2), reprezintă un caz particular datorat simetriei punctului de

aplicație a forței față de cele două încastrări.

- poziția secțiunii grinzii în care săgeata este maximă, este condiționată de poziția punctului de aplicație a forței dar nu coincide cu aceasta decât în cazul particular analizat.

b) Grinda încastrată la două capete încărcată cu două sarcini concentrate

Sistemul de încărcare cu sarcini operaționale a grinzii încastrate la ambele capete propusă spre analiză, l-am ales astfel încât punctele de aplicație și orientarea forțelor să producă deformații care să simuleze forma modului doi de vibrație transversală a grinzii studiate. În figura (2.5), este prezentată o grindă dublu încastrată încărcată cu două sarcini concentrate P_1 și P_2 de sensuri contrare. Sistemul este static nedeterminat. L-am rezolvat construind un sistem de bază static determinat [56], compus din două grinzi simplu rezemate, încărcate cu sarcina P_1 respectiv P_2 , fiecăruia i-am aplicat două momente pe reazeme.

Expresiile momentului încovoietor pentru cele trei intervale de calcul le-am determinat prin metoda suprapunerii efectelor [7]. Considerând $P_1 = P_2 = P$, expresiile rotirii și săgeții pentru cele trei intervale de calcul a momentului încovoietor sunt:

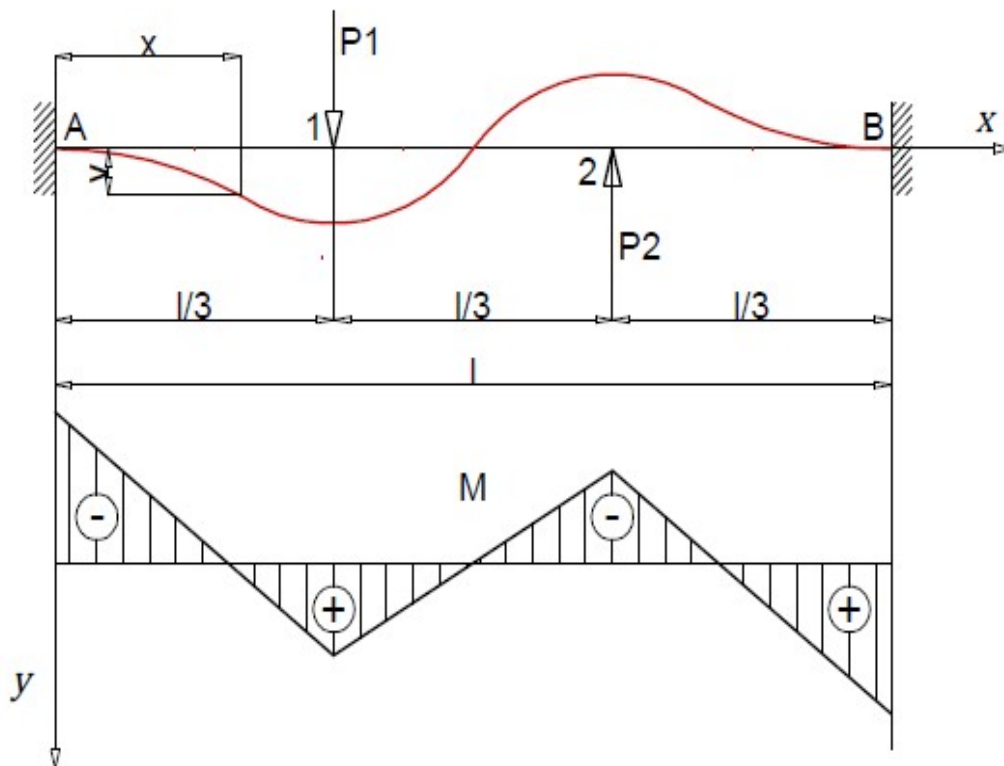


Figura 2.5. Grinda dublu încastrată încărcată cu două sarcini concentrate de sens contrar

- intervalul A-1,

$$\frac{dv_{A-1}}{dx} = -\frac{P}{EI_z} \left(-\frac{13}{54}x^2 + \frac{2l}{27}x \right) \quad (2.8)$$

$$v_{A-1} = -\frac{P}{EI_z} \left(-\frac{13x^3}{162} + \frac{lx^2}{27} \right) \quad (2.9)$$

- intervalul 1-2

$$\frac{dv_{1-2}}{dx} = -\frac{P}{EI_z} \left(+\frac{7}{27}x^2 - \frac{7l}{27}x \right) \quad (2.10)$$

$$v_{1-2} = -\frac{P}{EI_z} \left(\frac{7x^3}{81} - \frac{7lx^2}{54} + \frac{l^2x}{18} - \frac{l^3}{162} \right) \quad (2.11)$$

- intervalul 2-B

$$\frac{dv_{2-B}}{dx} = -\frac{P}{EI_z} \left(-\frac{13x^2}{54} + \frac{11l}{27}x \right) \quad (2.12)$$

$$v_{2-B} = -\frac{P}{EI_z} \left(-\frac{13x^3}{162} + \frac{11lx^2}{54} - \frac{l^2x}{6} + \frac{7l^3}{162} \right) \quad (2.13)$$

Din relațiile săgeții, dacă normalizăm deplasarea axială la lungimea grinzii, adică $u=x/l$, și notăm $c=P/EI_z$, obținem funcția $h(x)$, forma adimensională a fibrei medii deformată a grinzii studiate figura (2.5), dată de relația :

$$h(u) = \begin{cases} -c \left(-\frac{13u^3}{162} + \frac{x^2}{27} \right) & \text{dacă } 0 \leq u \leq 0.333(3) \\ -c \left(\frac{7u^3}{81} - \frac{7u^2}{54} + \frac{u}{18} - \frac{1}{162} \right) & \text{dacă } 0.333(3) \leq u \leq 0.666(6) \\ -c \left(-\frac{13u^3}{162} + \frac{11u^2}{54} - \frac{u}{6} + \frac{7}{162} \right) & \text{dacă } 0.666(6) \leq u \leq 1 \end{cases} \quad (2.14)$$

Reprezentarea grafică a funcției $h(x)$ se poate vedea în figura (2.6). Curba generată de Funcția $h(u)$, care descrie variația săgeții pe lungimea grinzii încărcată conform figurii (2.5), are două puncte extreme a căror poziții corespund cu pozițiile de extrem ale diagramei momentului încovoietor, datorită simetriei punctelor de aplicare a forțelor și trei puncte de inflexiune ce corespund pozițiilor de moment nul. În aceste puncte panta tangentei este nulă. Această formă a fibrei medii deformată se obține numai dacă cele două forțe sunt de valori egale și păstrează simetria punctelor de aplicație.

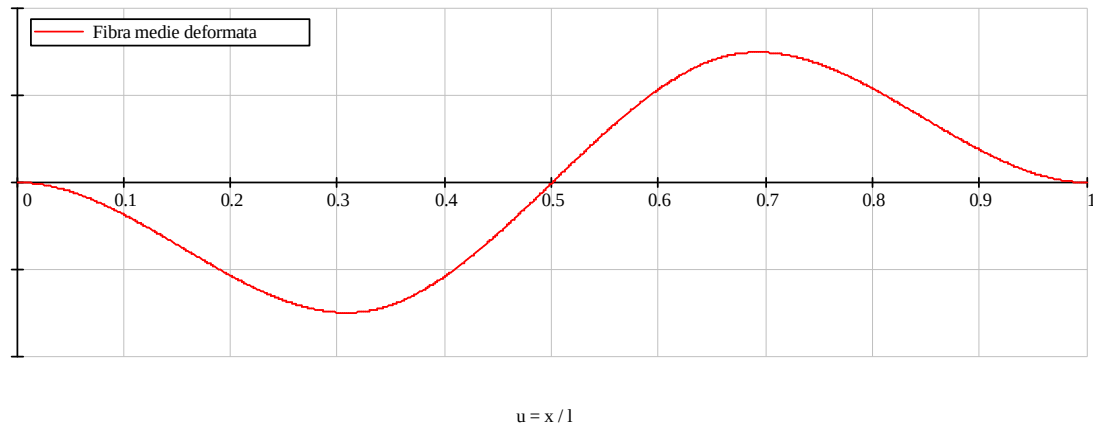


Figura 2.6. Forma fibrei medii deformate adimensională a grinzii dublu încastrate încărcată cu două sarcini concentrate de sens contrar

Modificarea distanței față de reazeme apunctelor de aplicație aforțelor concomitent cu păstrarea simetriei față de centrul grinzii va determina deplasari laterale ale punctelor de extrem ale formei fibrei medii deformate.

c) Grinda încastrată la ambele capete încărcată cu trei sarcini concentrate.

Pentru acest studiu am ales un sistem de trei forțe concentrate cu puncte de aplicare și sensuri alese în așa fel ca să producă deformații comparabile ca formă cu forma modului trei de vibrație transversală a grinzii studiate.

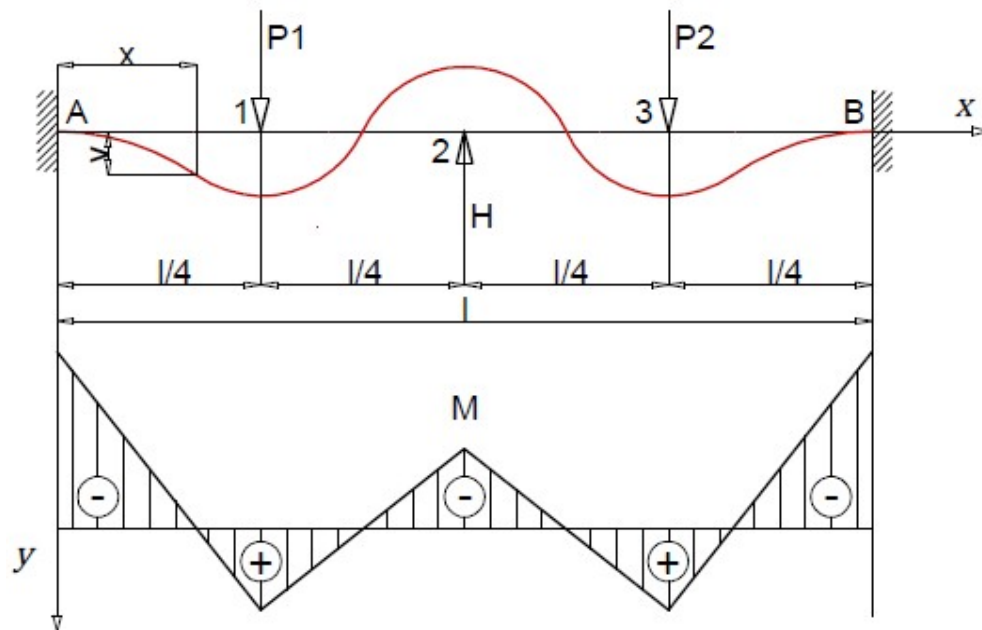


Figura 2.7. Grinda dublu încastrată încărcată cu trei sarcini concentrate

În figura (2.7) este prezentată o grindă dublu încastrată încărcată cu două sarcini concentrate P_1 și P_2 care acționează în sensul axei y și o forță H care acționează în sens contrar. Dacă $P_1=P_2=P$, expresiile rotirilor și săgeților au următoarele forme:

-intervalul A-1

$$\frac{dv_{A-1}}{dx} = -\frac{1}{EI_z} \left[\left(P - \frac{H}{2} \right) \frac{x^2}{2} - \left(\frac{3Pl}{16} - \frac{Hl}{8} \right) x \right] \quad (2.15)$$

$$v_{A-B} = -\frac{1}{EI_z} \left[\left(P - \frac{H}{2} \right) \frac{x^3}{6} - \left(\frac{3Pl}{16} - \frac{Hl}{8} \right) \frac{x^2}{2} \right] \quad (2.16)$$

-intervalul 1-2

$$\frac{dv_{1-2}}{dx} = -\frac{1}{EI_z} \left[-\frac{H}{4} x^2 + \left(\frac{Pl}{16} + \frac{Hl}{8} \right) x - \frac{Pl^2}{32} \right] \quad (2.17)$$

$$v_{1-2} = -\frac{1}{EI_z} \left[-\frac{H}{12} x^3 + \left(\frac{Pl}{32} + \frac{Hl}{16} \right) x^2 - \frac{Pl^2}{32} x + \frac{Pl^3}{384} \right] \quad (2.18)$$

- intervalul 2-3

$$\frac{dv_{2-3}}{dx} = -\frac{1}{EI_z} \left[\frac{H}{4} x^2 + \left(\frac{Pl}{16} - \frac{3Hl}{8} \right) x + \frac{Hl^2}{8} - \frac{Pl^2}{32} \right] \quad (2.19)$$

$$v_{2-3} = -\frac{1}{EI_z} \left[\frac{H}{12} x^3 + \left(\frac{Pl}{32} - \frac{3Hl}{16} \right) x^2 + \left(\frac{Hl^2}{8} - \frac{Pl^2}{32} \right) x + \frac{Pl^3}{384} - \frac{Hl^3}{48} \right] \quad (2.20)$$

- intervalul 3-B,

$$\frac{dv_{3-B}}{dx} = -\frac{1}{EI_z} \left[\left(-\frac{P}{2} + \frac{H}{4} \right) x^2 + \left(\frac{13Pl}{16} - \frac{3Hl}{8} \right) x + \frac{Hl^2}{8} - \frac{5Pl^2}{16} \right] \quad (2.21)$$

$$v_{3-B} = -\frac{1}{EI_z} \left[\left(-\frac{P}{6} + \frac{H}{12} \right) x^3 + \left(\frac{13Pl}{32} - \frac{3Hl}{16} \right) x^2 + \left(\frac{Hl^2}{8} - \frac{5Pl^2}{16} \right) x + \frac{7Pl^3}{96} - \frac{Hl^3}{48} \right] \quad (2.22)$$

Din relațiile săgeții, dacă normalizăm deplasarea axială în funcție de lungimea grinzii, și notăm, $u=x/l$, $1/EI_z=-d$, obținem funcția $j(u)$ dată de relația (2.23), care reprezentată grafic, generează forma fibrei medii deformate a grinzii dublu încastate încărcată cu sistemul de forțe concentrate din figura (2.7)

$$j(u) = \begin{cases} d \left[\left(\frac{P}{6} - \frac{H}{12} \right) u^3 - \left(\frac{3P}{32} - \frac{H}{16} \right) u^2 \right] & \text{dacă } 0 \leq u \leq 0.25 \\ d \left[-\frac{H}{12} u^3 + \left(\frac{P}{32} + \frac{H}{16} \right) u^2 - \frac{P}{32} u + \frac{P}{384} \right] & \text{dacă } 0.25 \leq u \leq 0.5 \\ d \left[\frac{H}{12} u^3 + \left(\frac{P}{32} - \frac{3H}{16} \right) u^2 + \left(\frac{H}{8} - \frac{P}{32} \right) u + \frac{P}{384} - \frac{H}{48} \right] & \text{dacă } 0.5 \leq u \leq 0.75 \\ d \left[\left(-\frac{P}{6} + \frac{H}{12} \right) u^3 + \left(\frac{13P}{32} - \frac{3H}{16} \right) u^2 + \left(\frac{H}{8} - \frac{5P}{16} \right) u + \frac{7P}{96} - \frac{H}{48} \right] & \text{dacă } 0.75 \leq u \leq 1 \end{cases} \quad (2.23)$$

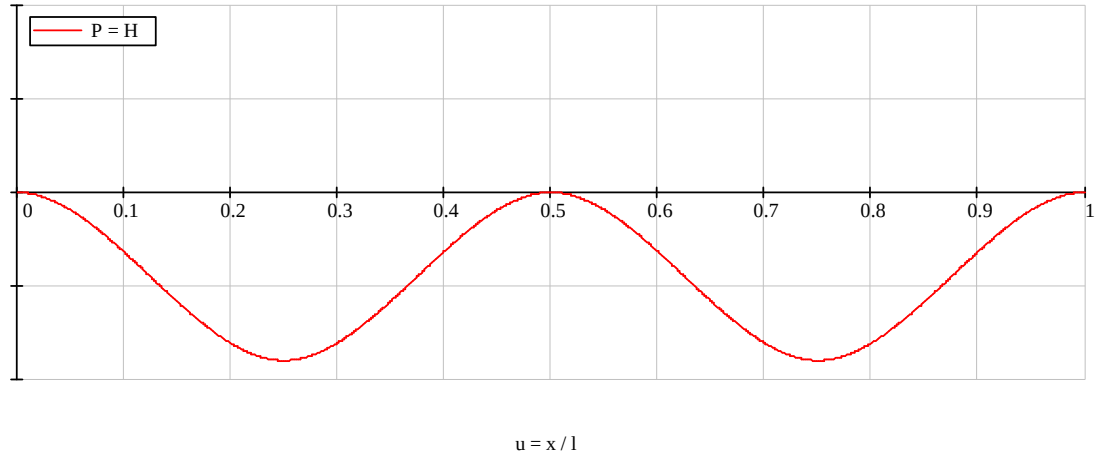


Figura 2.8. Forma fibrei medii deformate a grinzii încastrate la ambele capete solicitată de un sistem de trei forțe concentrate de valori egale $P=H$

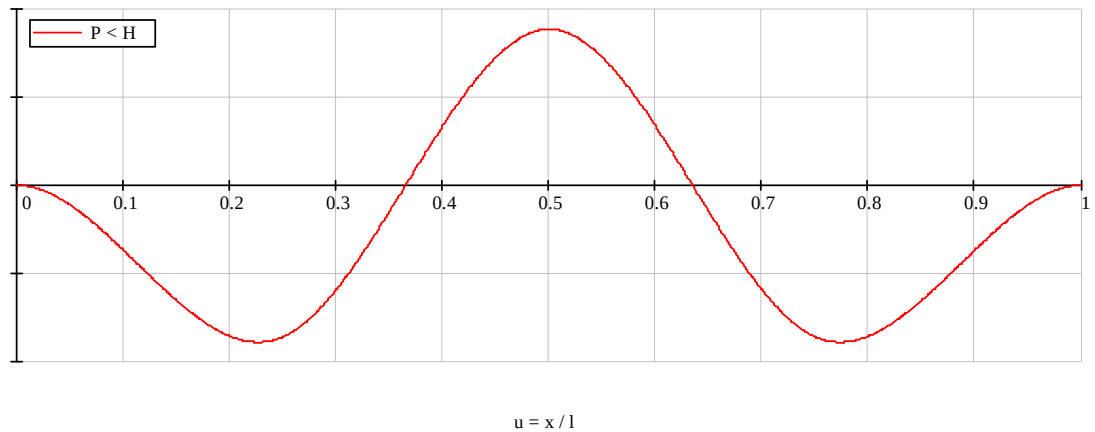


Figura 2.9. Forma fibrei medii deformate a grinzii încastrate la ambele capete solicitată de un sistem de trei forțe concentrate de valori egale $P<H$

Forma fibrei medii deformate $j(x)$, pentru sistemul din figura (2.7), depinde de valorile forțelor $P_1=P_2=P$ și H , din acest motiv am reprezentat grafic funcția $j(x)$ pentru două cazuri:

- forțe egale ca mărime, $P=H$, figura (2.8), deplasările se situează de aceeași parte a axei grinzii nedeformate, curba are puncte de inflexiune în secțiunile cu moment nul și puncte de extrem în secțiunile cu vârfuri de moment.
- forțe diferite și anume $H>P$, fig.1.8, deplasările se situează de ambele părți ale axei grinzii nedeformate, curba are puncte de inflexiune în secțiunile cu moment nul și puncte de extrem în secțiunile cu vârfuri de moment.

2.1.2. Deformațiile grinzilor încastrate la ambele capete datorate flambajului determinat de sarcinile operaționale axiale

Fenomenul prin care o grindă cu lungimea mare în comparație cu dimensiunile transversale, solicitată la compresie, trece din starea inițială de echilibru stabil în starea de echilibru instabil, poartă numele de flambaj. Valoarea sarcinii la care se produce pierderea stabilității poartă numele de forță critică de flambaj. În literatura de specialitate se prezintă două abordări distincte ale flambajului barelor (grinzilor) drepte, diferențiate în funcție de natura solicitărilor care îl cauzează:

a) flambajul static, este caracterizat de pierderea stabilității unei bare (grinzi) cu lungimea mult mai mare decât celelalte dimensiuni sub acțiunea unei forțe statice care depășește valoarea critică. La rândul lui, flambajul static cunoaște două abordări:

- din punct de vedere al dimensionării la flambaj. Rezistența materialelor [8], [73], [76], [86], analizează flambajul din punct de vedere al dimensionării barelor în scopul prevenirii acestuia, deformațiile post flambaj sunt analizate doar în măsura îndeplinirii acestui scop.

Relația de calcul a forțelor critice de flambaj, formula lui Euler se determină pornind de la ecuația diferențială de ordinul doi relația (2.1), care descrie forma fibrei medii deformată ca urmare a momentului încovoietor produs de forța axială și deplasarea laterală.

Această abordare permite determinarea forțelor critice de flambaj, corespunzătoare modurilor impare, în care deplasarea laterală se produce de o singură parte a axei barei nedeformate și pune accent pe analiza modului unu de flambaj denumit în literatura de specialitate și mod fundamental de flambaj, deoarece forța critică de flambaj corespunzătoare modului unu se utilizează în dimensionarea barelor care nu au alte restricții în deplasarea laterală decât cele impuse de condițiile pe reazeme.

- din punct de vedere al deformațiilor post flambaj. Această abordare [53], [54], completează analiza fenomenului de flambaj prezentată în studiile de rezistență materialelor prin evidențierea modurilor pare de flambaj, care sunt caracterizate prin deplasări laterale situate de ambele părți ale axei barei nedeformate. Acest lucru este posibil datorită faptului că

analiza deformațiilor are ca punct de plecare ecuația diferențială de ordin patru a fibrei medii deformată, relația (2.24). Această abordare are valoare de întrebuințare limitată în analiza fenomenului de flambaj din punct de vedere al dimensionării deoarece după cum se va vedea în continuare modurile pare de flambaj mai mari decât modul doi sunt dificil de obținut în realitate, datorită numărului mare de restricții care trebuie impuse deplasării laterale, dar oferă informații valoroase pentru analiza comportamentului dinamic al grinzilor solicitate de sarcini operaționale axiale, prin determinarea valorilor caracteristice de flambaj λ_{fi} , coeficienți adimensionali ai forței axiale.

b) flambajul dinamic [53], este caracterizat de pierderea stabilității unei grinzi elastice continue sub acțiunea unei forțe axiale variabilă în timp, care determină o mișcare oscilatorie. Flambajul dinamic este o mișcare oscilatorie forțată. O variația în timp a forței de excitație armonică determină flambajul dinamic de rezonanță, care este de fapt, o mișcare vibratorie cu forme modale asemănătoare cu cele ale vibrației transversale libere.

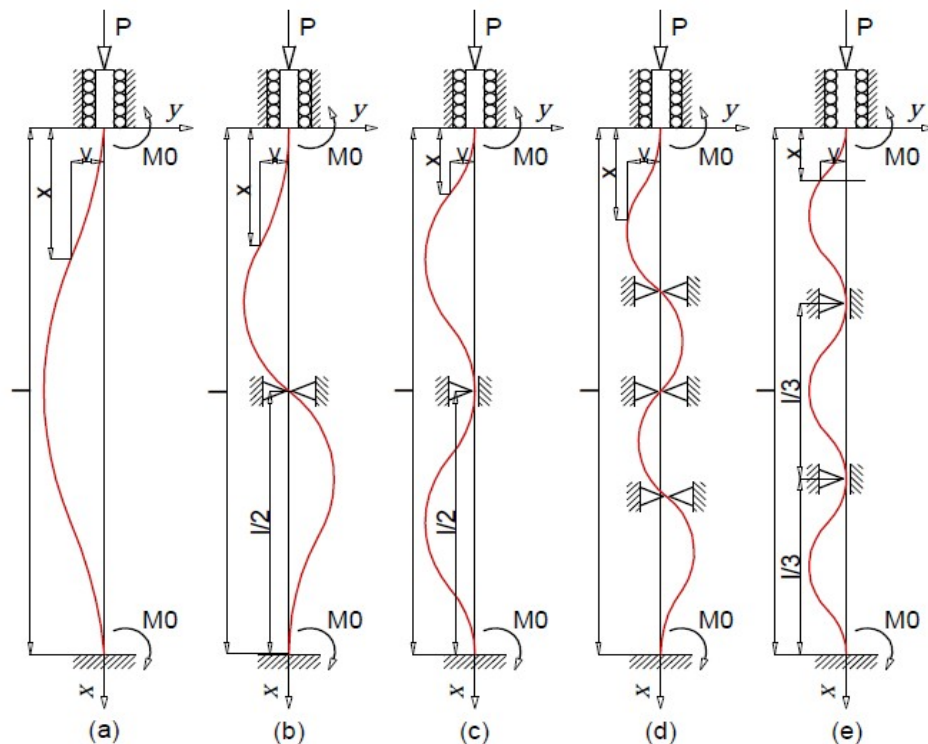


Figura 2.10. Grinda încadrată la ambele capete deformată în primele 5 moduri de flambaj,
(a)-mod1, (b)-mod2, (c)-mod3, (d)-mod4, (e)-mod5

O concluzie importantă desprinsă din analiza flambajului dinamic, utilă cercetărilor care fac obiectul acestei teze, este aceea că forma modului de vibrație dinamică este o caracteristică a intensității și amplitudinii forței de excitație, mai exact, o valoare nominală a

forței de excitație egală cu forța critică a modului i de flambaj static, și determină o mișcare vibratorie a cărei formă este asemănătoare cu forma modului i de vibrație transversală. Această concluzie va explica utilizarea coeficienților adimensionali ai forței axiale, pe care îi vom denumi valori caracteristice de flamba λ_{fi} , în determinarea pe cale analitică a frecvențelor proprii ale grinzilor elastice încărcate cu sarcini operaționale axiale.

Având în vedere considerentele de mai sus și datorită faptului că acest mod de a analiza flambajul grinzilor drepte elastice și continue este mai puțin publicat și utilizat, în continuare, vom prezenta analiza deformațiilor după flambaj a grinzilor încastrate la ambele capete publicată în lucrarea [53], rezultatele acestei analize vor fi utilizate în studiul care face obiectul acestui capitol al tezei. Studiul prezentat are ca punct de plecare ecuația diferențială de ordin patru a fibrei medii deformată (2.24).

$$\frac{d^4 v}{dx^4} + \alpha_f^2 \frac{d^2 v}{dx^2} = 0 \quad (2.24)$$

Ecuația (2.24) are următoarea soluție :

$$v_x = C_1 \sin \alpha x + C_2 \cos \alpha x + C_3 x + C_4 \quad (2.25)$$

Cele patru constante de integrare se obțin din condițiile la limită stabilite în funcție de modul de rezemare al grinzii (tabelul 2.1). Prin derivarea ecuației (2.25) și înlocuind condițiile la limită specifice grinzii încastrate la ambele capete se obține un sistem de patru ecuații cu patru necunoscute din care se determină valorile constantelor de integrare.

$$\begin{cases} C_2 + C_4 = 0 & \Rightarrow C_4 = -C_2 \\ C_1 \alpha + C_3 = 0 & \Rightarrow C_3 = -C_1 \alpha \\ C_1 \sin \alpha l + C_2 \cos \alpha l + C_3 l + C_4 = 0 \\ C_1 \alpha \cos \alpha l - C_2 \alpha \sin \alpha l + C_3 = 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

Se înlocuiesc C_4 și C_3 în ultimele două ecuații (2.26) și se notează $\lambda_f = \alpha_f l$ și se obține un sistem de două ecuații cu două necunoscute.

$$\begin{cases} c_1 (\sin \lambda_f - \lambda_f) - C_2 (1 - \cos \lambda_f) = 0 \\ c_1 (\cos \lambda_f - 1) - C_2 \sin \lambda_f = 0 \end{cases} \quad (2.27)$$

Pentru ca sistemul să fie compatibil determinantul trebuie să fie zero.

$$\begin{vmatrix} \sin \lambda_f - \lambda_f & -(1 - \cos \lambda_f) \\ \cos \lambda_f - 1 & -\sin \lambda_f \end{vmatrix} = 0 \quad (2.28)$$

Se rezolvă determinantul și se obține ecuația caracteristică:

$$\lambda_f \sin \lambda_f + 2 \cos \lambda_f - 2 = 0 \quad (2.29)$$

Pentru a fi rezolvată ecuația caracteristică (2.29), se scrie sub forma:

$$4 \sin \frac{\lambda_f}{2} \left(\frac{\lambda_f}{2} \cos \frac{\lambda_f}{2} - \sin \frac{\lambda_f}{2} \right) = 0 \quad (2.30)$$

Ecuația caracteristică (2.30), are două seturi de soluții care determină două grupe de forme modale în funcție de poziția deplasărilor v , față de axa nedeformată a grinzii:

- formele simetrice (moduri impare) (figura (2.10) (a), (c) și (e)), corespund rădăcinilor ecuației:

$$\sin \frac{\lambda_f}{2} = 0 \Rightarrow \lambda_{fn} = 2n\pi \quad (2.31)$$

- formele asimetrice (moduri pare) (figura (2.10), (b) și (d)) corespund rădăcinilor ecuației:

$$\frac{\lambda_f}{2} \cos \frac{\lambda_f}{2} - \sin \frac{\lambda_f}{2} = 0 \Rightarrow \tan \frac{\lambda_f}{2} = \frac{\lambda_f}{2} \quad (2.32)$$

Din sistemul de ecuații (2.27) se determină constantele de integrare:

$$C_4 = -C_2; C_3 = -\alpha_f C_1; C_1 = \frac{1 - \cos \lambda_f}{\sin \lambda_f - \lambda_f} C_1 \quad (2.33)$$

Înlocuind constantele de integrare în relația (2.25) se obține relația matematică a formei fibrei medii deformată datorită flambajului.

$$v_x = C \left[\left(\frac{1 - \cos \lambda_f}{\sin \lambda_f - \lambda_f} \right) (\sin \alpha_f x - \alpha_f x) + \cos \alpha_f x - 1 \right] \quad (2.34)$$

Pentru modurile simetrice (impare) de flambaj relația (2.34) poate fi scrisă sub forma:

$$v_x = C (\cos \alpha_f x - 1) \text{ dacă } \lambda_{fn} = 2n\pi, n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.35)$$

Din relația $\alpha_f^2 = \frac{P}{EI}$ și relația $\lambda_f = \alpha_f l$, se deduce forța critică de flambaj pentru grinda studiată:

$$\alpha^2 = \frac{P}{EI} = \frac{\lambda_f^2}{l^2} \Rightarrow P_{cr_i} = \frac{\lambda_{fi}^2 EI}{l^2} \quad (2.36)$$

Rădăcinile ecuației caracteristice (2.30) pentru primele zece moduri de flambaj sunt date în tabelul (2.2).

Tabelul 2.2. Rădăcinile ecuației caracteristice λ_{fi} pentru primele zece
moduri de flambaj

i	1	2	3	4	5
λ_{fi}	6.283185	8.986818	12.566370	15.450503	18.849555
i	6	7	8	9	10
λ_{fi}	21.808243	25.132741	28.132387	31.415926	34.441510

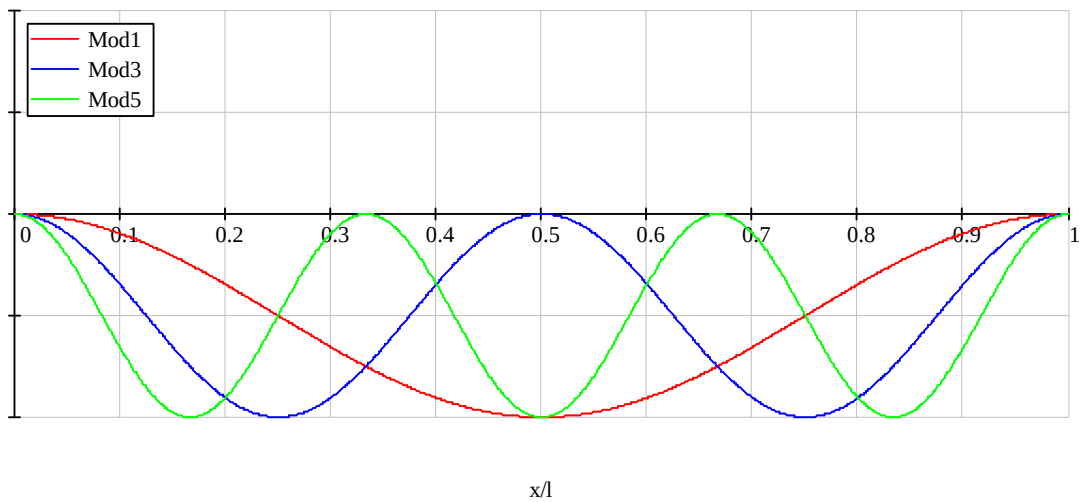


Figura 2.11. Forma fibrei medii deformată a grinzii dublu încastrate în primele trei moduri
impare de flambaj

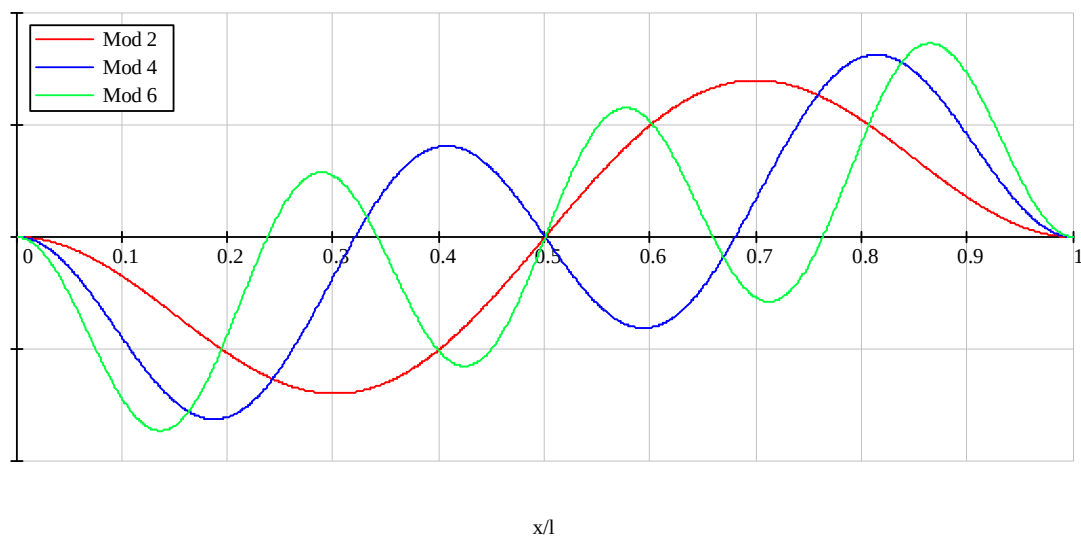


Figura 2.12. Forma fibrei medii deformată a grinzii dublu încastrate în primele trei moduri
pare de flambaj

Rădăcinile ecuației caracteristice sunt coeficienți adimensionali ai forței axiale și vor mai fi denumite în continuare și valori caracteristice de flambaj. Fiecărei rădăcini a ecuației caracteristice îi va corespunde o anumită formă a fibrei medii deformate. În figura (2.10) se prezintă reprezentarea grafică în MATCAD a relației matematice a fibrei medii deformate (2.34), pentru primele patru valori impare ale lui λ_{fi} , $i=1,3,5$ și în figura (2.11) se reprezintă aceeași relație matematică pentru primele patru valori pare ale lui λ_{fi} , $i=2,4,6$.

În calculele de rezistență nu se ține cont de mărimea deformațiilor deoarece dimensionarea se face astfel încât sistemul să rămână în echilibru, să fie evitat flambajul. Din [8], avem soluția ecuației diferențiale de ordin doi a fibrei medii deformate datorită flambajului, soluție ce dă forma fibrei medii deformate a grinzii încastrate la ambele capete după flambaj.

$$v(x) = \frac{M_0}{P} (1 - \cos \alpha_f x) \text{ dacă } \alpha_f l = \lambda_f = 2n\pi, n = 1, 2, 3 \dots \dots \quad (2.37)$$

Observăm că relațiile (2.35) și (2.37) sunt identice, deci modelarea matematică a deformațiilor barelor drepte solicitate la flambaj pornind de la ecuația diferențială de ordin patru a fibrei medii deformate introduce suplimentar față de teoriile de rezistență materialelor care pornesc în determinarea forței critice de flambaj de la ecuația diferențială de ordin doi a fibrei medii deformate, modurile asimetrice (pare) de flambaj.

Conform rezistenței materialelor [72], fibra medie deformată a barei încastrate la ambele capete figura (2.10 a), va avea întotdeauna forma dată soluția $\lambda_{f1}=2\pi$, și nu va lua formele date de valorile λ_{fi} , $i>1$, decât dacă deplasarea laterală este împiedicată în unul, două sau mai multe puncte. Dacă analizăm reprezentările grafice din figurile (2.11 și 2.12), în contextul enunțurilor din rezistența materialelor, putem concluziona următoarele:

- o grindă încastrată la ambele capete figura (2.10 a), pierde echilibrul elastic și intră în flambaj întotdeauna la valoarea forței critice corespunzătoare valorii caracteristice $\lambda_{f1}=2\pi$, și se va deforma sub forma modului unu de flambaj. O creștere a forței axiale oricât de mare, nu poate determina o deformație sub forma altui mod superior de flambaj.
- pentru ca deformația fibrei medii a grinzii încastrate la ambele capete să ia forma unui mod impar de flambaj (figura și 2.11), corespunzător uneia din valorile caracteristice λ_{fi} , unde $i=1,3,5,7,\dots$, are nevoie de $(i-1)/2$ restricții care să împiedice deplasarea laterală și rotirea figura (2.10 a, c, e), poziționate între încastrări astfel încât să împartă grinda în $(i+1)/2$ intervale egale. Flambajul grinzii pentru acest mod se va produce la forța critică dată de relația (1.38).

$$P_{cr_n} = \frac{(2 \left(\frac{i+1}{2} \right) \pi)^2 EI_{\min}}{l^2} \quad (2.38)$$

- pentru ca fibra medie deformată a grinzii dublu încastrate supusă flambajului să ia forma modului par i , $i=2, 4, 6, \dots$ de flambaj este nevoie de $i-1$ restricții care să împiedice deplasarea laterală, dar care să permită rotirea, poziționate între reazeme în punctele de intersecție a curbei modului de vibrație cu axa. Pentru obținerea unui mod asimetric de flambaj, întotdeauna este nevoie de un număr impar de restricții, din care una se aplică la jumătatea grinzii. Determinarea pozițiilor restricțiilor este laborioasă și puțin utilă practicii ingineresti, deoarece cu un număr mai mic de restricții în deplasarea laterală și rotire, putem obține creșterea forței critice de flambaj la valoarea corespunzătoare unui mod impar superior.

Având în vedere faptul că, grinda studiată în aceasta teză este încastrată la ambele capete și nu are restricții suplimentare de nici un fel, nu se poate deforma ca urmare a solicitărilor axiale decât în forma modală și la forța critică de flambaj corespunzătoare valorii caracteristice $\lambda_f=2\pi$, adică modului unu de flambaj.

2.2. Formele modurilor de vibrație transversală ale grinzilor încastrate la ambele capete, deformată sub acțiunea sarcinilor operaționale

Mișcarea vibratorie, denumită mai simplu vibrație, a unui sistem material este descrisă de variația alternativă a parametrilor caracteristici în jurul unor valori corespunzătoare stării de referință.

Starea de referință a unui sistem material, este definită ca starea de mișcare de regim sau starea de repaos, care caracterizează sistemul material într-un interval de timp [12], [55].

Un parametru important care caracterizează vibrația transversală a grinzilor elastice continue sunt formele modurilor de vibrație, care descriu variația deplasărilor laterale, a săgeților pe lungimea grinzii în cele două poziții alternative extreme ale mișcării vibratorii. În determinarea analitică a formelor modurilor de vibrație se consideră ca stare de referință a vibrației axa nedeformată a grinzii.

Deoarece modificările formelor modurilor de vibrație sunt frecvent utilizate ca indicatori ai defectului în procesele de monitorizare, în acest subcapitol vom analiza pe cale analitică modificările impuse formelor modurilor de vibrație a grinzilor încastrate la ambele capete, de schimbarea stării de referință a mișcării vibratorii, ca urmare a deformațiilor grinzii în urma solicitărilor operaționale analizate anterior. Rezultatele analizei vor fi prezentate grafic.

2.2.1. Formele modurilor de vibrație ale grinzilor încastrate la ambele capete nesolicitate static de sarcini operaționale

O grindă elastică continuă scoasă din starea de echilibru static vibrează liber după ce, cauza perturbatoare a încetat. În literatura de specialitate [13], [55], sunt prezentate patru modele de studiu a vibrațiilor transversale libere a grinzilor elastice continue:

- Modelul Euler-Bernoulli ia în considerare în determinarea ecuației diferențiale de mișcare efectele datorate încovoierii.
- Modelul Raleigh determină ecuația diferențială de mișcare adăugând ecuației Euler-Bernoulli efectele inerției de rotație a secțiunii transversale.
- Modelul Shear completează modelul Euler-Bernoulli cu efectul deformării datorită forfecării.
- Modelul Timoshenko adaugă modelului Raleigh efectele deformării datorate forțelor tăietoare.

O analiză comparativă a celor patru modele este prezentată de Han și colaboratorii în lucrarea [41]. O concluzie importantă desprinsă din această analiză este aceea că în cazul grinzilor elastice zvelte se poate utiliza modelul Euler-Bernoulli mai puțin laborios și cu rezultate comparabile cu a celorlalte modele. Determinarea relațiilor de calcul a formelor modale și a frecvențelor proprii pentru grinzi încastrate la ambele capete utilizând modelul Euler Bernoulli, prezentată de autori în lucrarea amintită mai sus [41], este prezentată pe scurt în continuare.

Ecuația diferențială de mișcare a vibrațiilor transversale libere, pentru modelul Euler-Bernoulli este dată de relația:

$$EI \frac{d^4 v(x, t)}{dx^4} + \rho A \frac{d^2 v(x, t)}{dt^2} = 0 \quad (2.39)$$

Soluția ecuației este de forma:

$$\varphi(x) = A_1 \sinh(\alpha x) + A_2 \cosh(\alpha x) + A_3 \cos(\alpha x) + A_4 \sin(\alpha x) \quad (2.40)$$

în care, A_1, A_2, A_3, A_4 , sunt constantetele de integrare și $\alpha^4 = \rho A \omega^2 / EI$.

Din soluția ecuației de mișcare și derivata acesteia, punând condițiile la limită pentru cele două încastrări (tabelul 2.1), se obține un sistem de patru ecuații cu patru necunoscute.

Condiția de compatibilitate este dată de anularea determinantului și este dată de relația (2.41).

$$\cosh \lambda \cos \lambda = 1, \quad \lambda = \alpha L \quad (2.41)$$

Se determină constantele de integrare și înlocuindu-le în relația (2.40), se obține funcția care dă forma modurilor de vibrație transversală a grinzii încastrate la ambele capete pentru modelul Euler-Bernoulli, dată de relația:

$$\phi_i(x) = \cosh(\alpha_i x) - \cos(\alpha_i x) + \frac{\cosh \lambda_i - \cos \lambda_i}{\sinh \lambda_i - \sin \lambda_i} (\sin(\alpha_i x) - \sinh(\alpha_i x)) \quad (2.42)$$

Formula de calcul pentru frecvența proprie se obține din relațiile $\lambda = \alpha L$, $\alpha^4 = \rho A \omega^2 / EI$, și $\omega = 2\pi f$, și este de forma:

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (2.43)$$

Rezolvând ecuația caracteristică (2.41) se obțin soluțiile $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_i$. Aceste soluții poartă denumirea de valori caracteristice, sau numere de undă. Aceste valori caracterizează comportamentul dinamic al grinzilor elastice continue încastrate la ambele capete modelate conform teoriei Euler Bernoulli, definind modurile de vibrație. Dacă se înlocuiește o valoare λ_i în relațiile (2.42) și (2.43), se obține forma, respectiv frecvența proprie a modului i de vibrație. Valorile caracteristice pentru primele zece moduri de vibrație transversală a grinzii încastrate la ambele capete sunt date în tabelul 2.3.

Tabelul 2.3. Valorile caracteristice λ_i pentru primele zece moduri de vibrație ale grinzii încastrate la ambele capete, pentru modelul Euler-Bernoulli

i	1	2	3	4	5
λ_i	4.730040745	7.853204624	10.995607838	14.137165491	17.278759657
i	6	7	8	9	10
λ_i	20.420352246	23.561944902	26.703537556	29.845130209	32.986722863

În subcapitolele precedente am analizat deformațiile grinzii încastrate la ambele capete ca urmare a solicitărilor statice de încovoiere și flambaj. Am luat în considerare trei cazuri de încărcare a grinzii solicitate la încovoiere care să producă deformații comparabile ca formă, cu formele primelor trei moduri de vibrație transversală ale grinzii cu aceleași caracteristici.

Pentru a avea o bază de comparație, vom reprezenta grafic funcția (2.42), pentru

primele trei valori caracteristice (tabelul 2.3), pentru a obține formele primelor trei moduri de vibrație transversală a grinzii studiate, prezentate în figura (2.13).

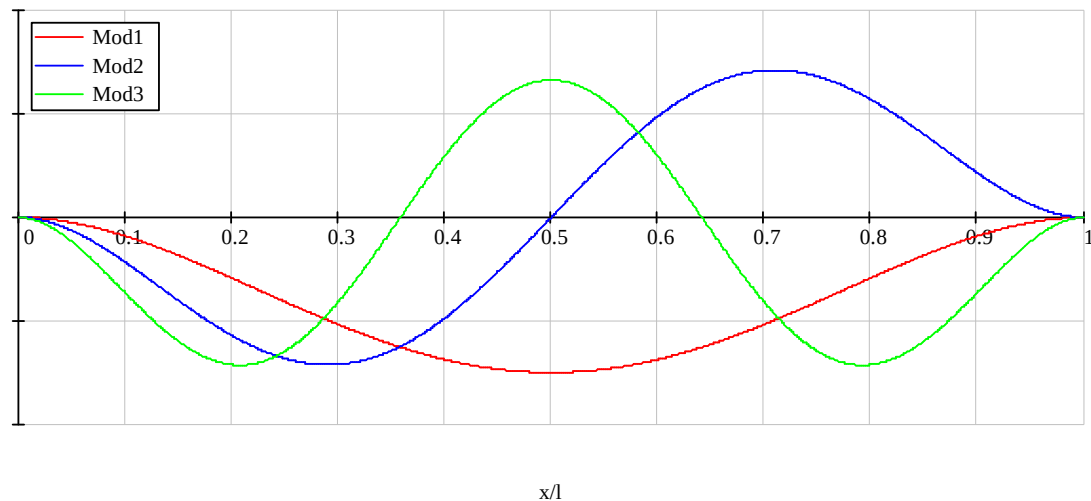


Figura 2.13. Forma primelor trei moduri de vibrație transversală liberă a grinzii încastrate la ambele capete

Modelul Euler-Bernoulli ia în considerare în studiul comportamentului dinamic al grinzilor elastice doar efectele încovoierii. Deformațiile grinzilor solicitate static analizate anterior, s-au produs ca efect al momentelor încovoietoare determinate de încărcarea cu sarcini operaționale. În continuare vom analiza comparativ formele deformațiilor grinzii studiate produse ca efect al încovoierii sub acțiunea celor două categorii de solicitări, statice și dinamice.

2.2.2. Studiul comparativ al deformațiilor grinzilor elastice continue supuse solicitărilor statice și dinamice

Pentru a evidenția asemănările și diferențele între formele fibrei medii deformate a grinzilor studiate, solicitate static la încovoiere și flambaj și forma modurilor de vibrație liberă transversală vom reprezenta succesiv formele modurilor echivalente de vibrație transversală și flambaj, împreună cu forma fibrei medii deformate ca urmare a acțiunii unui sistem de forțe care poate produce deformații echivalente ca formă.

În figura (2.14) s-au trasat forma fibrei medii deformate a grinzii solicitată la încovoiere rezemată și încărcată conform sistemului prezentat în figura (2.1), forma modului 1 de vibrație transversală și forma modului 1 de flambaj. Pentru a reprezenta grafic funcțiile care dau forma deformațiilor adimensionale studiate, date de relațiile (2.6), pentru λ_{t1} și (2.42) pentru λ_1 , am utilizat programul MATCAD. Cu scopul de a face posibilă comparația

am trasat cele trei curbe cu săgeți maxime egale.

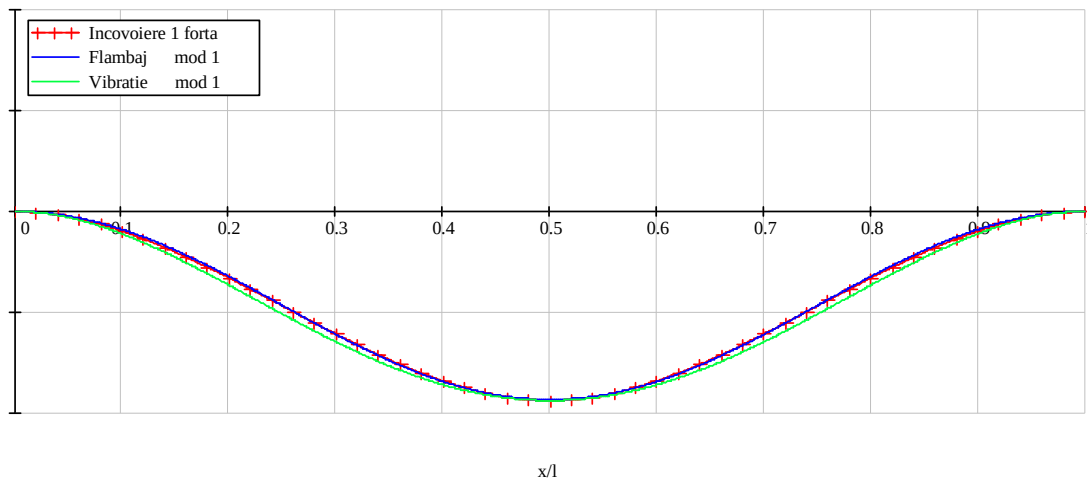


Figura 2.14. Reprezentare grafică a formei fibrei medii deformate a grinzii dublu încastrate și a formelor modului 1 de flambaj și vibrație

Din analiza figurii (2.14), putem desprinde următoarele:

- deformațiile cu săgeți maxime egale produse ca efect a solicitărilor statice au aceeași lege de variație pe toată lungimea grinzii, formele fibrelor medii deformate se suprapun, au aceleași poziții ale punctelor critice și aceleași curburi. Deci putem deduce că energia de deformare capabilă să producă deformații de aceeași amplitudine, are aceeași lege de variație pe lungimea grinzii în ambele situații.
- forma modului 1 de vibrație transversală cu aceeași valoare a săgeții maxime se supune altei legi de variație a energiei de deformare pe lungimea grinzii, curbura formei modale analizate este mai mică în punctul de extrem decât cele ale curbelor care descriu deformațiile sub acțiunea solicitărilor statice, ceea ce conferă punctelor de inflexiune tendința de a se apropia de reazeme și a se îndepărta de axă.

Forma fibrei medii deformate a grinzii solicitată la încovoiere rezemată și încărcată conform sistemului prezentat în figura (2.5), împreună cu forma modului 2 de vibrație transversală și forma modului 2 de flambaj obținute prin reprezentarea grafică a relațiilor (2.14), (2.34) pentru λ_{f2} și (2.42) pentru λ_2 , sunt prezentate în figura 2.15.

În urma analizei comparative a formelor modului 2 de vibrație și flambaj și a fibrei medii deformate sub acțiunea unui sistem de două forțe concentrate ale grinzii studiate, se confirmă concluzia desprinsă în analiza precedentă că forma modului de vibrație are curburi mai mici în punctele de extrem, ceea ce determină deplasarea spre reazeme a punctelor de inflexiune care nu sunt situate pe axa nedeformată a grinzii.

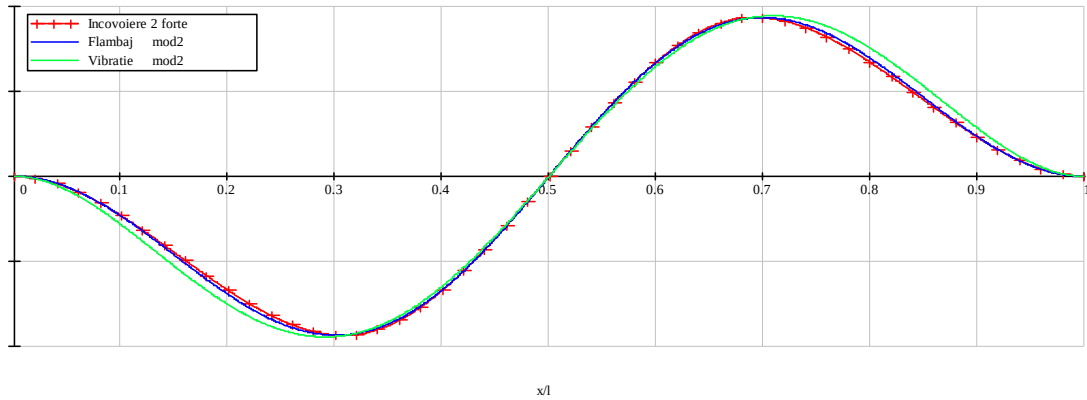


Figura 2.15. Reprezentare grafică a formei fibrei medii deformate a grinzii dublu încastrate și a formelor modului 2 de flambaj și vibrație

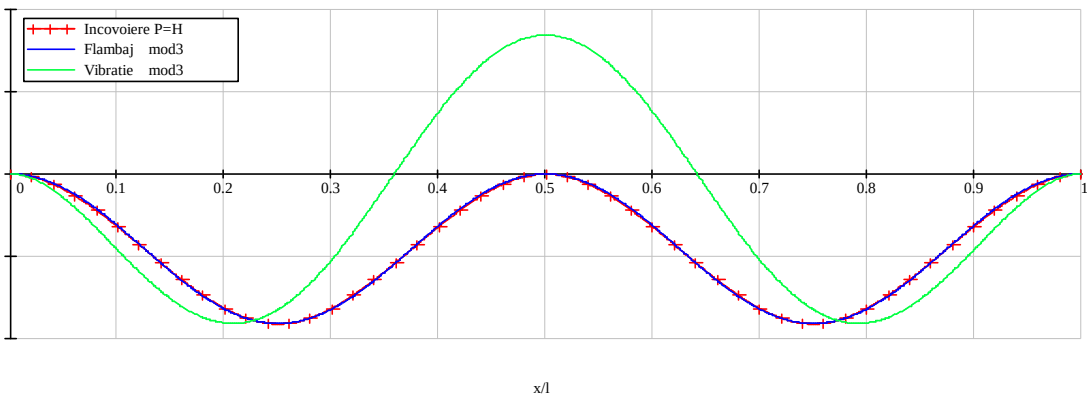


Figura 2.16. Reprezentare grafică a formei fibrei medii deformate a grinzii dublu încastrate, pentru $P=H$ și a formelor modului 3 de flambaj și vibrație

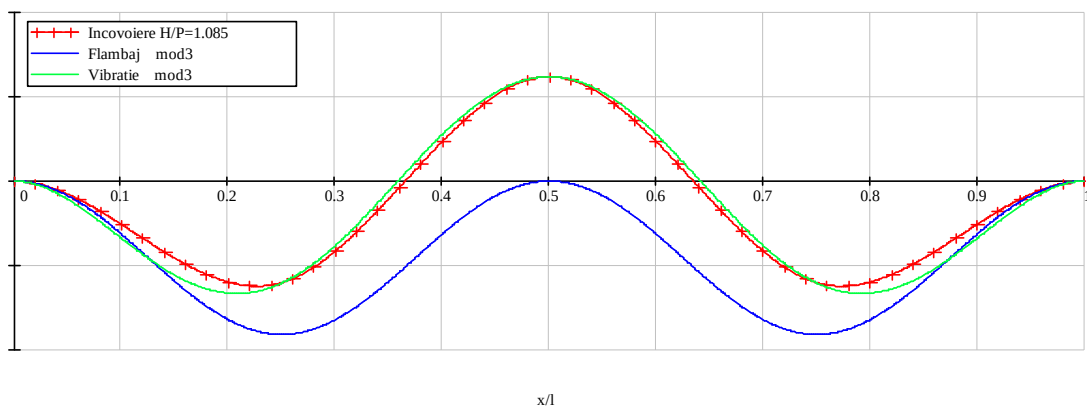


Figura 2.17. Reprezentare grafică a formei fibrei medii deformate a grinzii dublu încastrate pentru $P=H$ și a formelor modului 3 de flambaj și vibrație

Am determinat anterior forma fibrei medii deformate a grinzii studiate solicitată la încovoiere de un sistem de trei forțe concentrate figura (2.7), dată de relația (2.23), pentru două seturi de valori ale forțelor, $P=H$ și $P<H$. Pentru al doilea set de valori raportul celor două forțe l-am ajustat în MATCAD astfel încât să se obțină o deformăție comparabilă ca formă și cu săgeata maximă egală cu cea a modului 3 de vibrație, valoarea obținută este $H/P=1.085$. În figura (2.16) am reprezentat grafic relațiile (2.42) pentru λ_3 și (2.34) pentru λ_{f3} , care generează formele modurilor 3 de vibrație transversală pentru și flambaj, împreună cu forma fibrei medii deformate pentru $P=H$, iar în figura (2.17), am reprezentat aceleași moduri de vibrație și flambaj cu fibra medie deformată pentru $H/P=1.085$.

Formele prezentate în figura (2.17), permit comparația deformațiilor produse de solicitările statice. Observăm că, forma fibrei medii deformate a grinzii solicitate la încovoiere în condițiile studiate se suprapune peste forma modului 3 de flambaj, acest lucru confirmă concluziile desprinse în cele două analize anterioare.

În figura (2.18) se observă faptul punctele de extrem ale fibrei medii deformate nu coincid cu cele ale formei modului 3 de vibrație. Acest lucru se datorează poziției punctelor de aplicație a forțelor P pe lungimea grinzii alese pentru cazul studiat. În primul subcapitol, în care am analizat deformațiile grinzilor solicitate la încovoiere am arătat că poziția punctelor de extrem ale fibrei medii deformate ca urmare a încovoierii sunt funcție de poziția punctelor de aplicație a forțelor concentrate prin momentul încovoietor, și locația lor pe lungimea grinzii coincide cu locația secțiunilor în care panta tangentei fibrei medii deformate se anulează.

Cu toate aceste neconcordanțe se evidențiază foarte clar concluzia desprinsă în cele două analize anterioare, și anume că în punctele de extrem, definite de aceeași valoare a săgeții curbura formei fibrei medii deformate la încovoiere sau flambaj este mai mare decât cea a formelor modurilor de vibrație.

În urma analizei efectuate putem afirma că în cazurile studiate energia de deformare (capabilă să producă deformații echivalente) înmagazinată într-o secțiune a grinzii care corespunde cu un punct de extrem este mai mică în cazul deformațiilor determinate de solicitări dinamice decât în cazul deformațiilor determinate de solicitările statice.

2.2.3. Determinarea formelor modurilor de vibrație ale grinzilor încastrate la ambele capete deformate de solicitările statice

În cadrul acestui capitol vom determina și analiza formele modurilor de vibrație transversală a grinzilor încastrate la ambele capete, solicitate static la încovoiere și flambaj.

Forma unui mod i de vibrație este curba generată de variația pe lungimea grinzii a valorilor săgeții (deplasării laterale) corespunzătoare unei secțiuni x a grinzii. În analizele prezentate până acum, starea de referință a fost axa grinzii nedeformate, deoarece formele modurilor de vibrație, de flambaj și forma fibrelor medii deformată a grinzilor solicitate la încovoiere au fost determinate analitic pentru grinda inițial nedeformată. Pentru acest caz, deși mișcarea vibratorie este descrisă de variația alternativă a parametrilor caracteristici în jurul valorilor corespunzătoare stării de referință, pentru a caracteriza starea de deformare a unui mod de vibrație este suficient să se determine forma modală pentru o singură poziție de extrem, cealaltă fiind simetrică față de axa nedeformată a grinzii. În continuare, ne-am propus să determinăm analitic formele modurilor de vibrație a grinzilor aflate în echilibru static sub acțiunea sistemelor de forțe operaționale și a reacțiunilor determinate de acestea în reazeme. În aceste condiții mișcarea vibratorie va avea ca stare de referință fibra medie deformată static. Deplasările laterale nu vor mai avea ca referință axa nedeformată a grinzii ci fibra medie deformată. Reprezentările grafice ale formelor modale astfel obținute le vom face folosind sistemul de coordonate consacrat, axa Ox , reprezentând axa nedeformată a grinzii. Pentru ca să fie complet definite, vom determina formele modurilor de vibrație în cele două poziții alternative. Având în vedere faptul că sistemul studiat, grindă încastrată la două capete este considerat liniar elastic, conform principiului suprapunerii efectelor, forma modurilor de vibrație transversală a grinzii solicitată static, adică deplasarea laterală totală va fi dată de suma algebrică a deplasărilor produse de solicitările statice și dinamice.

Ecuațiile fibrei medii deformată a grinzii dublu încastrate solicitată la încovoiere, le-am determinat în subcapitolul 2.1.1 al acestei teze, pentru trei cazuri de încărcare, care simulează forma primelor trei moduri de flambaj și vibrație.

În continuare, vom determina grafic forma primelor trei moduri de vibrație transversală a grinzii deformată datorită încovoierii pentru fiecare din cele trei cazuri de încărcare. În subcapitolul 2.1.2 al acestei teze s-a prezentat determinarea pe cale analitică a formelor modurilor de flambaj, și s-a argumentat faptul că grinda încastrată la ambele capete care nu are nici o restricție în deplasarea laterală, nu se poate deforma ca urmare a solicitărilor axiale decât în forma modală și la forța critică de flambaj, corespunzătoare valorii caracteristice $\lambda_1=2\pi$, adică în forma modului unu de flambaj (denumită și formă fundamentală de flambaj).

Din acest motiv vom determina grafic și vom analiza doar formele modurilor de vibrație ale grinzii deformată după flambaj conform modului 1. Vom prezenta algoritmul de determinare a funcțiilor sursă pentru formele modurilor de vibrație a grinzilor deformată în

urma solicitărilor statice și vom reprezenta grafic formele primelor trei moduri de vibrație transversală pentru toate cazurile de încărcare statică studiate.

În subcapitolul 2.1.1. am determinat analitic funcția care dă forma fibrei medii deformată a grinzii solicitate la încovoiere de o sarcină concentrată, pentru două poziții ale punctului de aplicație al forței. Pentru a evidenția posibilele modificări ale formelor modurilor de vibrație, vom analiza doar cazul mult mai general determinat de poziționarea asimetrică a punctului de aplicație a forței, caracterizat de distanțele față de reazeme $a=3/4l$ și $b=1/4l$.

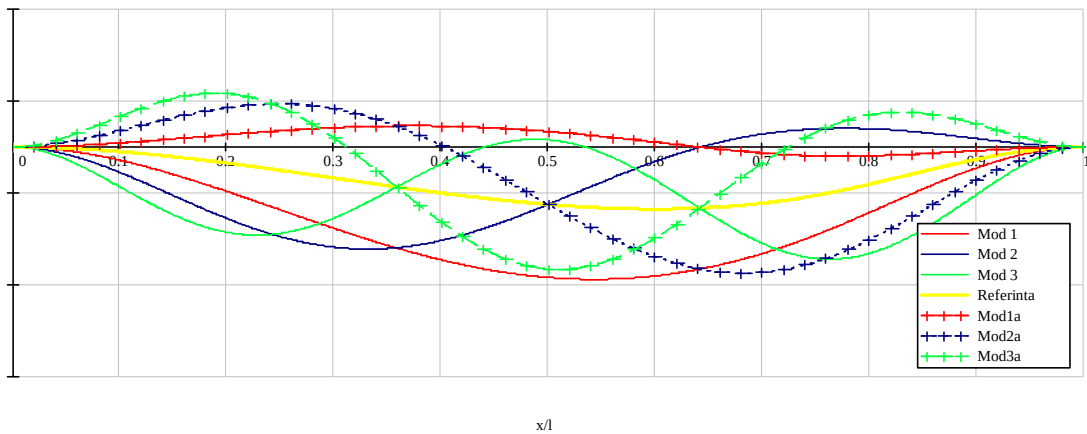


Figura 2.18. Formele primelor trei moduri de vibrație transversală ale grinzii solicitată static la încovoiere de o forță concentrată dacă punctul de aplicație a forței este poziționat față de reazeme la $a=3/4l$ și $b=1/4l$

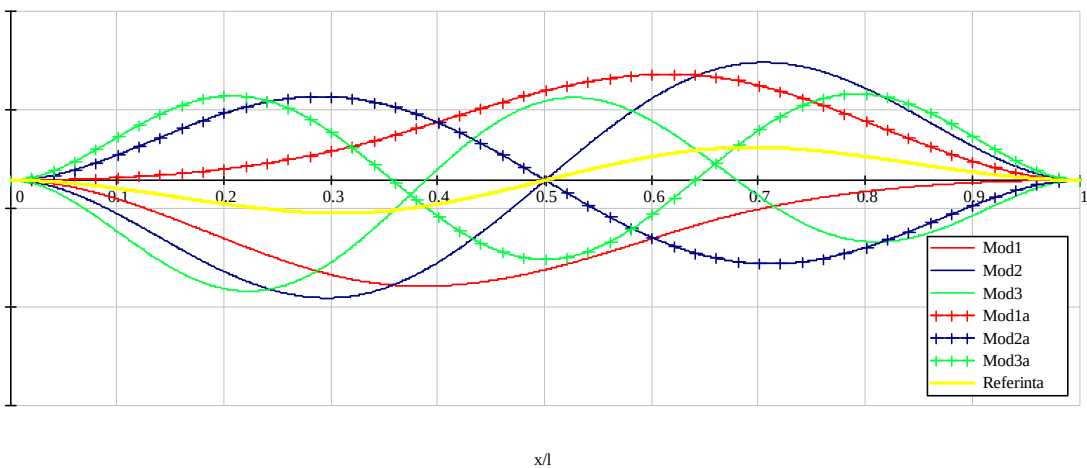


Figura 2.19. Formele primelor trei moduri de vibrație transversală ale grinzii studiate solicitată static la încovoiere de un sistem de două forțe concentrate

Formele primelor trei moduri de vibrație transversală a grinzii încărcate cu o sarcină concentrată, cu punctul de aplicație al forței determinat de $a=3/4l$ și $b=1/4l$, figura (2.1), le-am obținut prin reprezentarea grafică a unei funcții obținută din suma algebrică a relațiilor

$f(x/l)$, (2.7) și $\Phi(x/l)$, (2.42), pentru primele trei valori λ_i . Graficul rezultat este prezentat în figura (2.18).

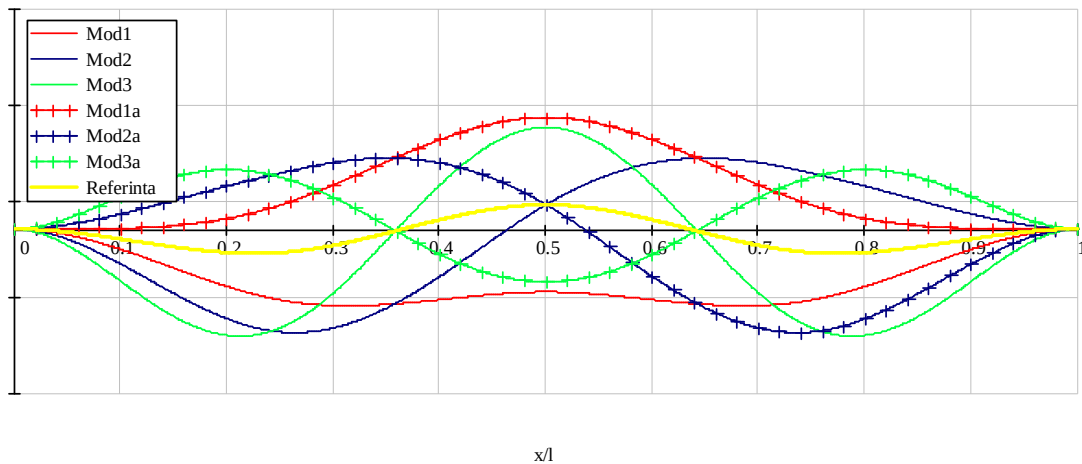


Figura 2.20. Formele primelor trei moduri de vibrație transversală ale grinzii studiate solicitată static la încovoiere de un sistem de trei forțe concentrate, dacă $H/P=1.085$

Formele modurilor de vibrație ale grinzii deformată sub acțiunea unui sistem de două forțe concentrate figura (2.5), sunt date în figura (2.19). Funcția care generează aceste forme modale am obținut-o din suma algebrică a relației (2.14) cu cele trei funcții $\Phi_i(x/l)$ obținute prin înlocuirea în relația (2.42) a primelor trei valori caracteristice λ_i .

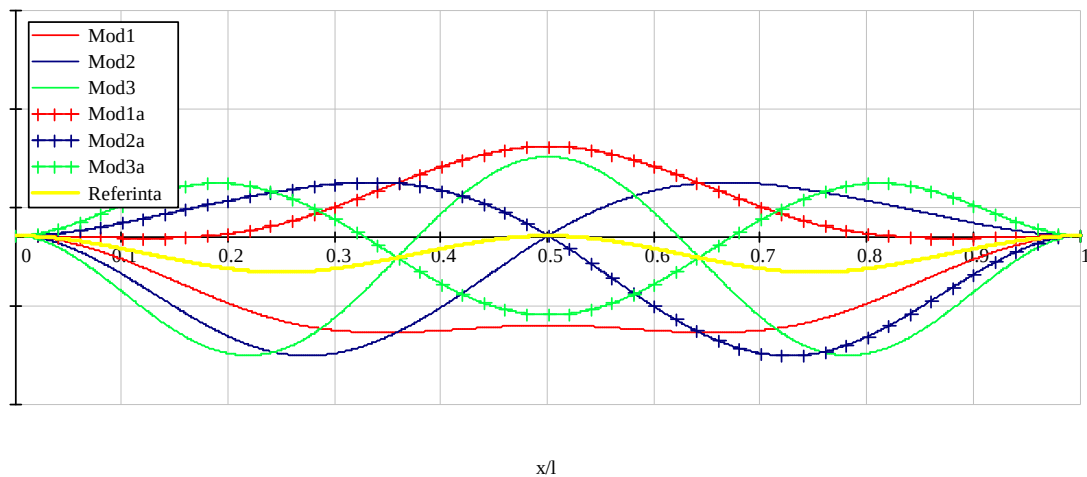


Figura 2.21. Formele primelor trei moduri de vibrație transversală ale grinzii studiate solicitată static la încovoiere de un sistem de trei forțe concentrate, dacă $H/P=1$

În figura (2.20), am reprezentat grafic funcțiile obținute din suma algebrică a relației săgeții (2.23) pe care am determinat-o pentru grinda încărcată cu un sistem de trei forțe concentrate, figura (2.7), care satisfac condiția $H/P=1.085$ și funcțiile $\Phi_i(x/l)$ date de relația (2.42) pentru primele trei valori caracteristice λ_i .

Formele modurilor de vibrație ale aceluiași sistem static, deformat sub acțiunea celor trei forțe dacă acestea îndeplinesc condiția $H/P=1$, sunt prezentate în figura 2.21.

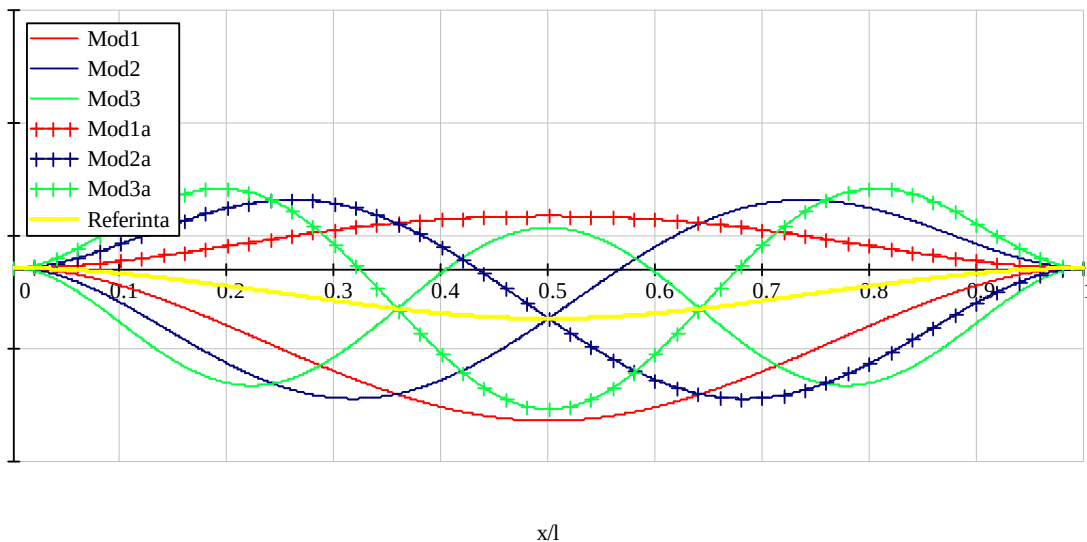


Figura 2.22. Formele primelor trei moduri de vibrație transversală ale grinzii deformată static la flambaj

Pentru a reprezenta grafic formele modale care caracterizează vibrația grinzii încastrate la ambele capete deformată după flambaj sub forma modului fundamental, am determinat funcția sursă suma algebrică a funcțiilor $v(x/l)$ date de relația (2.34) pentru primele trei valori caracteristice de flambaj λf_i , cu funcțiile $\Phi_i(x/l)$ date de relația (2.42), pentru primele trei valori caracteristice λ_i . Formele modale astfel obținute le-am reprezentat grafic în figura (2.22).

2.2.4. Analiza influenței deformațiilor produse de solicitările statice asupra formelor modurilor de vibrație ale grinzilor încastrate la ambele capete

Modificările formelor modale le vom evidenția comparându-le pe cele rezultate din compunerea deformațiilor celor două tipuri de solicitări, cu formele modurilor de vibrație a grinzii cu aceleași condiții la limită nedeformate prezentate în figura (2.13). Toate observațiile privind modificările formelor modale și a pozițiilor punctelor critice a formelor modale se vor face luând ca referință axa Ox , adică fibra medie nedeformată a grinzii și cele două reazeme. Deformațiile grinzilor solicitate static au fost analizate pentru câteva cazuri particulare de încărcare cu sarcini operaționale, în cazurile reale solicitările pot fi mult mai complexe, sarcinile operaționale și punctele lor de aplicație sunt determinate concret în procesele de proiectare în urma calculului de rezistență sau de considerente funcționale și

constructive dar pe durata de viață acestea pot suferi modificări din diverse cauze. Din aceste motive în analiza care face obiectul acestui capitol al tezei vom încerca să desprindem concluzii cu caracter cât mai general cu privire la modificările formelor modale ale grinzilor studiate datorate deformărilor sub acțiunea solicitărilor statice, care să poată fi utilizate în analiza comportamentului dinamic al structurilor cu diverse particularități.

Ca urmare a analizei formelor modale rezultate din compunerea deplasărilor laterale datorate deformațiilor cauzate de solicitările statice analizate, cu deplasările laterale datorate vibrației transversale, prezentate în figurile (2.18), (2.19), (2.20), (2.21) și (2.22), care au ca referință fibra medie deformată static și compararea lor cu formele modurilor de vibrație liberă a grinzii care au ca referință axa nedeformată, figura (2.13), putem desprinde următoarele concluzii generalizate pentru toate cazurile studiate:

- toate formele modurilor de vibrație care au ca referință fibra medie deformată a grinzii datorită solicitărilor statice sunt asimetrice față de axa Ox , în timp ce toate formele modurilor de vibrație a grinzii nedeformate sunt simetrice.
- datorită acestei asimetrii pentru a caracteriza deformațiile specifice ale unui mod de vibrație care are ca referință fibra medie deformată a grinzii este necesar să se determine curbele care caracterizează cele două poziții alternative.
- punctele critice de extrem corespondente ale formelor alternative ale aceluiași mod de vibrație nu se mai află în aceeași secțiune a grinzii nedeformate. Excepție face doar cazul punctelor de extrem centrale în situațiile în care fibra medie deformată static este simetrică față de o axă coborâtă perpendicular în centrul axei grinzii nedeformate. Această concluzie și excepția formulată sunt exemplificate în figura (2.23), în care sunt reprezentate cele două forme alternative ale modului 3 de vibrație cu referință fibra medie deformată a grinzii deformată la încovoiere de sistemul de trei forțe concentrate care satisfac raportul $H/P=1.085$, forma modului 3 de vibrație a grinzii nedeformate ca termen de comparație și referință, fibra medie a grinzii deformată static. Pentru a evidenția cele afirmate în graficul din figura (2.23) am amplasat două marcaje corespunzătoare primelor două secțiuni ale grinzii nedeformate, în care panta tangentei formei modului 3 de vibrație al grinzii nedeformate se anulează.

Marcajul amplasat în secțiunea $x = 0.21l$ evidențiază deplasările laterale ale celor două puncte de extrem ale formelor alternative ale modului de vibrație analizat, ceea ce confirmă concluzia. Marcajul din secțiunea $x=0.5l$, confirmă excepția. Punctele de extrem ale formelor modale analizate se află în aceeași secțiune a grinzii.

- dacă un punct de extrem al unei forme modale cu referința axa deformată se deplasează

într-un anumit sens pe direcția axei Ox , punctul corespondent al formei alternative a modului respectiv se va deplasa în sens contrar. Acest lucru este vizibil în toate reprezentările grafice prezentate în subcapitolul anterior și este evidențiat în figura (2.23) în secțiunea marcată pentru $x = 0.21l$.

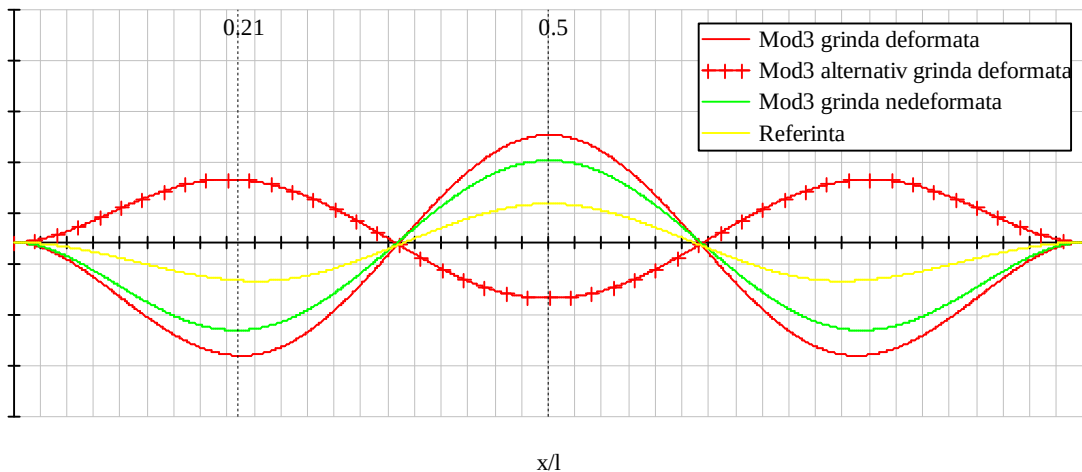


Figura 2.23. Formele alternative ale modului 3 de vibrație cu referință fibra medie deformată la încovoiere de sistemul de trei forțe studiat dacă $H/P=1.085$

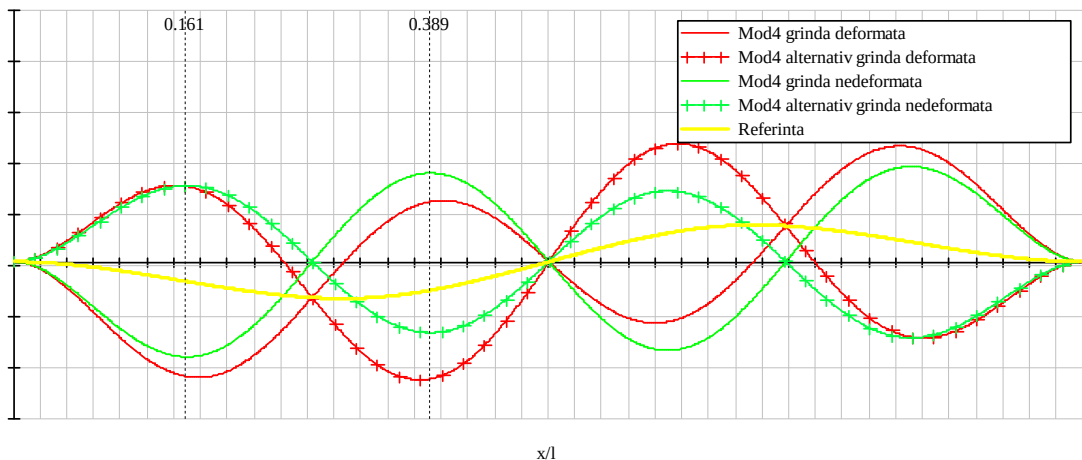


Figura 2.24. Formele alternative ale modului 4 de vibrație cu referință fibra medie deformată la încovoiere de sistemul de două forțe studiat

- curburile formelor alternative ale aceluiași mod de vibrație sunt diferite pentru aceeași secțiune a grinzii nedeformate. Concluzie evidentă în toate reprezentările grafice care fac obiectul acestei analize.
- punctele de inflexiune ale modurilor de vibrație care în cazul grinzii nedeformate sunt poziționate pe axă, adică pe referință, se transferă pe noua referință adică pe fibra medie deformată.

- punctele de inflexiune care nu sunt localizate pe referință se deplasează după aceleași reguli ca și punctul de extrem cel mai apropiat. Acest lucru poate fi observat în figura (2.24).
- amplitudinea asimetriei formelor modale estimată prin:

- a) deplasările relative ale punctelor critice de extrem corespondente
- b) deplasările relative ale punctelor critice corespondente de inflexiune care nu sunt localizate pe referință
- c) diferențele înregistrate între curburile formelor alternative ale aceluiași mod de vibrație în aceeași secțiune a grinzii este direct proporțională cu amplitudinea deformației referinței.

Această afirmație este susținută de exemplul prezentat în figurile (2.25) și (2.26), în care am reprezentat formele alternative ale modului 4 de vibrație transversală ale grinzii cu referință fibra medie deformată la încovoiere de sistemul de trei forțe analizat atunci când acestea satisfac raportul $H/P=1.085$, pentru valori diferite ale acestora.

Formele modale din figura (2.25) au ca referință fibra medie deformată la încovoiere de cele trei forțe cu valori derivate din condițiile, $P=P_0$ și $H/P=1.085$.

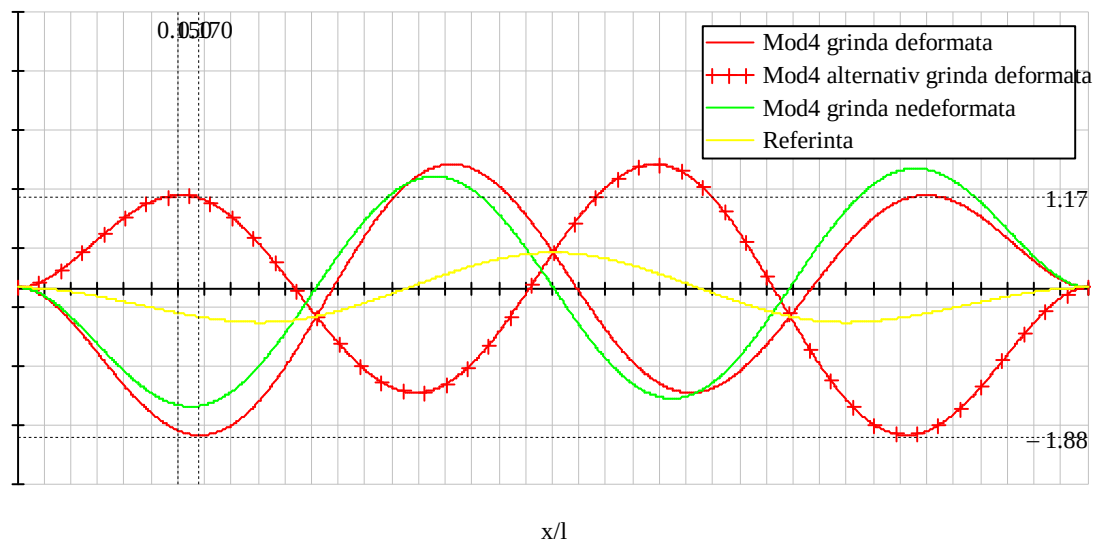


Figura 2.25. Formele alternative ale modului 4 de vibrație a grinzii deformată la încovoiere de un sistem de trei forțe cu raportul $H/P=1.085$, pentru o valoare a forțelor P dată de relația $P=P_0$

Cele din figura (2.26) au ca referință fibra medie deformată a aceleiași grinzi solicitată de un sistem identic de forțe din punct de vedere al punctelor de aplicație și al sensului în care acționează, dar cu valori obținute din respectarea condițiilor, $P=2P_0$ și $H/P=1.085$, adică de două ori mai mari, ceea ce amplifică deformația statică inițială. Pentru a evidenția diferențele am marcat aceleași două puncte de extrem corespondente în ambele figuri.

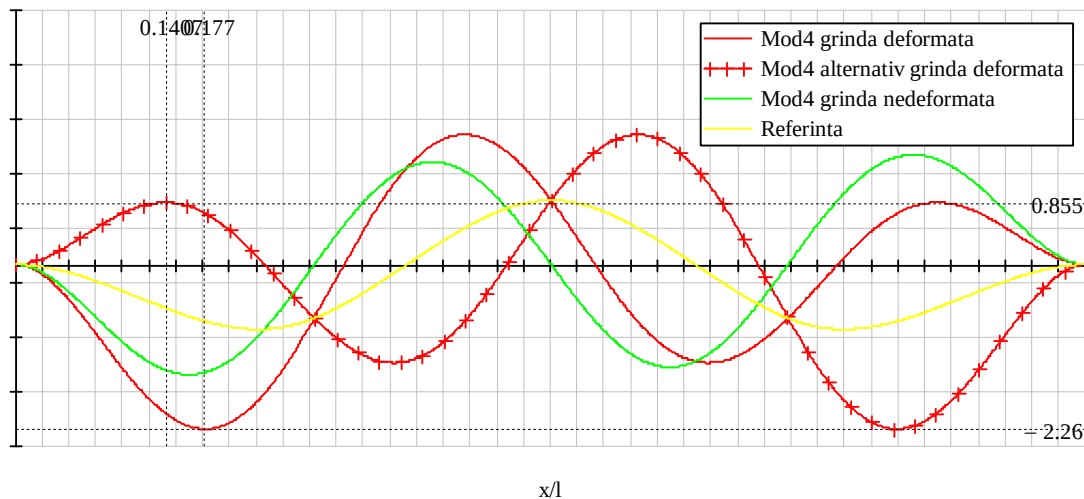


Figura 2.26. Formele alternative ale modului 4 de vibrație a grinzii deformată la încovoiere de un sistem de trei forțe cu raportul $H/P=1.085$, pentru o valoare a forțelor P dată de relația $P=2P_0$

Pentru cele două reprezentări am respectat aceeași scară pentru a obține rezultate concludente. Marcajele orizontale tangente la formele modale alternative în două puncte de extrem corespondente indică deplasările pe verticală ale respectivelor puncte de extrem evidențiind creșterea gradului de asimetrie între formele alternative ale modului studiat odată cu creșterea în amplitudine a deformațiilor referinței. Creșterea gradului de asimetrie duce automat la creșterea decalajului între curburile celor două forme modale pentru aceeași secțiune a grinzii.

Marcajele verticale care intersectează cele două forme modale alternative analizate în punctele de extrem corespondente monitorizate indică creșterea distanței relative dintre cele două puncte de extrem de la $0.020l$, valoare corespunzătoare deformației statice din figura (2.25), la $0.037l$, valoare corespunzătoare deformației statice produsă de dublarea valorilor forțelor, figura (2.26). Creșterea distanței relative înregistrată de $0.017l$ se datorează amplificării deformației referinței prin dublarea valorilor forțelor $P_1=P_2=P$ și H care solicită la încovoiere sistemul analizat. Marcajele orizontale indică deplasarea punctelor de extrem în sensul creșterii deformației referinței. Deplasarea punctului de extrem al formei modale alternative căreia îi crește săgeata în secțiunea respectivă are o valoare determinată grafic de $0.38l$, în timp ce deplasarea punctului de extrem corespondent al formei alternative conjugate determină o scădere a săgeții în secțiunea respectivă cu $0.31l$. Valorile deplasărilor verticale sunt determinate de aceleași cauze cu deplasările relative orizontale și sunt corelate cu acestea, caracterizând evoluția sistemului analizat în condiții de variabilitate a solicitărilor operaționale.

Din analiza efectuată am extras un caz particular care poate genera concluzii utile studiului comportamentului dinamic al grinzilor deformate sub acțiunea statică a diverselor sarcini operaționale. Din reprezentările grafice am observat că pot să apară situații în care formele alternative ale aceluiași mod de vibrație cu referință fibra medie deformată să aibă numere diferite de puncte critice. În acest caz una din formele alternative are un număr egal de puncte critice cu formele alternative ale unui mod de vibrație cu rang superior. Acest caz particular poate fi vizualizat în figurile (2.18), (2.20) și (2.21). În figura (2.18), una din formele alternative ale modului 1 de vibrație cu referință fibra medie deformată la încovoiere de o sarcină concentrată cu punctul de aplicație situat la $3/4$ de reazem, are două puncte de extrem și două puncte de inflexiune, la fel cu formele alternative ale modului 2 de vibrație cu aceeași referință. O cauză care determină această transformare este forma deformației de referință, în acest caz curba de referință are săgeata maximă într-o secțiune în care forma modului 1 de vibrație cu referință axa nedeformată are săgeata în regresie. De aici putem deduce că probabilitatea ca acest fenomen să se producă este cu atât mai mare cu cât secțiunea cu săgeată maximă a curbei de referință se apropie de un reazem și tinde la zero, atunci când secțiunea cu săgeată maximă a curbei de referință se deplasează spre centrul grinzii.

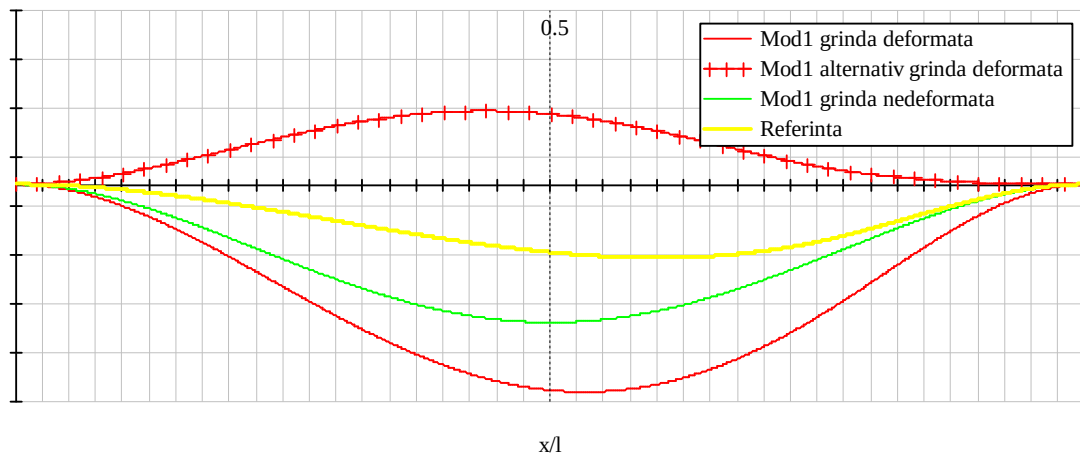


Figura 2.27. Forma modului 1 de vibrație a grinzii cu referință cu referință fibra medie deformată la încovoiere de o sarcină concentrată cu punctul de aplicație situat la $3/4$ de reazem

Aceste afirmații sunt susținute de analiza comparativă a figurii (2.18) și a figurii (2.22). În figura (2.22) forma deformației de referință este cea a modului fundamental de flambaj, cu săgeata maximă în aceeași secțiune a grinzii ca și forma modului 1 de vibrație cu referință axa nedeformată, adică la jumătatea grinzii. În acest caz cele două forme

alternative ale modului 1 de vibrație se diferențiază doar prin săgeată, curburi și pozițiile punctelor de inflexiune, datorită formei simetrice a deformației statice.

O analiză mai atentă ne conduce la concluzia că forma curbei de referință doar favorizează aceste modificări, producerea lor este determinată de amplitudinea deformației curbei de referință. Acest aspect se poate observa analizând figura (2.18) și figura (2.27) în care am reprezentat forma modului 1 de vibrație a grinzii considerând o deformație de amplitudine mai mică, săgeata maximă a curbei de referință este mai mică decât în figura (2.18). Se observă că forma alternativă reprezentată în partea superioară tinde să-și mărească deformația în zona secțiunii grinzii în care curba de referință are săgeata maximă, dar forma corespunde ca număr de puncte critice cu forma alternativă complementară. Un alt caz similar este prezentat în figurile (2.20) și (2.21). De această dată, în ambele situații una din formele alternative ale modului 1 de vibrație a grinzii cu referința fibra medie deformată la încovoiere de un sistem de trei forțe concentrate care satisfac rapoartele $H/P=1$, figura (2.20) și $H/P=1.085$, figura (2.21), are un număr de 3 puncte de extrem și 4 puncte de inflexiune, la fel cu modul 3 de vibrație al acelei grinzi.

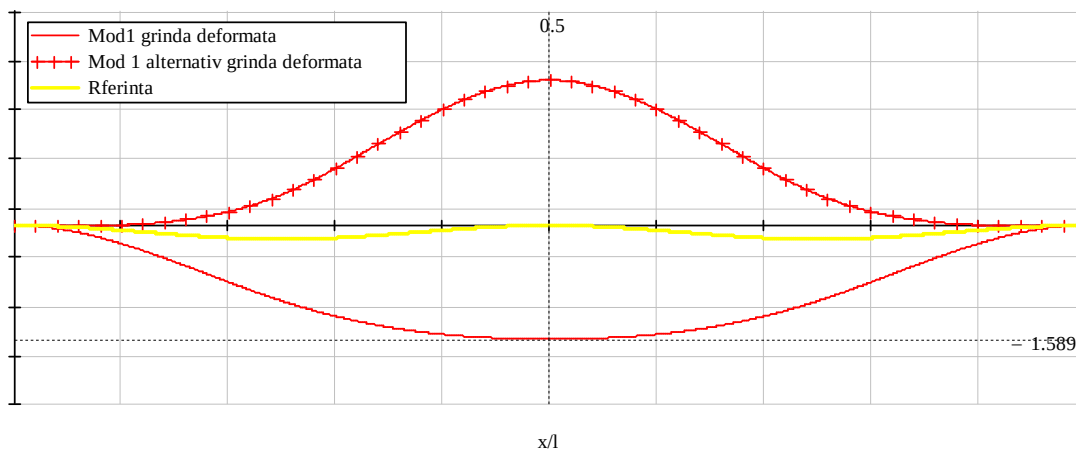


Figura 2.28. Formele alternative ale modului 1 de vibrație a grinzii cu referință fibra medie deformată la încovoiere de un sistem de trei forțe care satisfac raportul $H/P=1$

Dacă analizăm figurile (2.28) și (2.29) în care am trasat formele modurilor de vibrație pe care le analizăm pentru sarcini reduse ca valoare, care determină deformații caracterizate de o valoare scăzută a săgeții maxime, observăm că marcasele sunt tangente la formele modale în punctul de extrem analizat, ceea ce indică că forma modului analizat are același număr de puncte critice cu forma corespondentă alternativă. Și în acest caz, putem afirma că la modificarea numărului de puncte critice ale modului studiat au concurat forma și amplitudinea deformațiilor referinței.

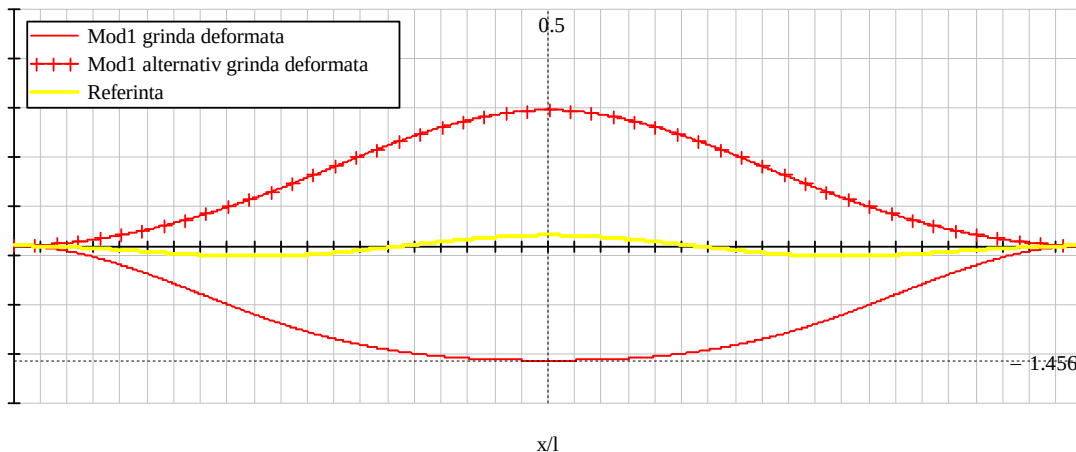


Figura 2.29. Formele alternative ale modului 1 de vibrație a grinzii cu referință fibra medie deformată la încovoiere de un sistem de trei forte care satisfac raportul $H/P=1.85$

Curba care descrie deformația referinței în acest caz este simetrică față de o axă perpendiculară pe centrul axei nedeformate a grinzii, caracteristică unui caz particular de încărcare statică, o configurație asimetrică mărește contribuția formei referinței la deformarea modurilor de vibrație.

2.3. Concluzii. Contribuții personale

Literatura de specialitate dedică un spațiu amplu metodelor care utilizează ca indicatori ai defectului modificarea formelor modurilor de vibrație propunând metode de comparație, modificarea curburii modurilor de vibrație în secțiunile în care este localizat defectul ca urmare a modificării rigidității, modificarea energiei de deformare într-o secțiune a grinzii în care este localizat defectul analizată în baza relației energie de deformare-curbură, sau metode bazate pe modificarea matricii de sensibilitate dinamică. Marea majoritate a acestor metode rezolvă cazuri particulare, și se bazează pe experimente de laborator în condiții stabile protejate de influențe externe. Structurile reale sunt amplasate în medii variabile din punct de vedere a sarcinilor operaționale sau de mediu care pot determina sau modifica în timp o anumită stare de deformații. În același timp literatura de specialitate studiată se ocupă din ce în ce mai mult de elaborarea unor algoritmi necesari filtrării datelor utilizate în procesele de monitorizare care să identifice și să separe influențele factorilor externi de cele produse de apariția sau agravarea defectului. Modificările suferite de formele modale datorate deformațiilor referinței după cum s-a putut vedea în capitolul anterior sunt semnificative, efectele lor le pot acoperi pe cele datorate apariției sau agravării defectului. Din acest motiv este necesară monitorizarea structurilor și din punct de vedere

al solicitărilor statice. Analiza întreprinsă în acest capitol a evidențiat influențele variațiilor sarcinilor operaționale asupra formelor modale ale grinzii încastrate la ambele capete.

2.3.1. Concluzii

Rezultatele acestei analize care pot fi generalizate, coroborate cu cele provenite din analiza metodelor de detectare care utilizează ca indicatori ai defectului modificările formelor modale sau alți parametri modali ai căror valori sunt determinate de aceste modificări, impun enunțarea următoarelor concluzii:

- deoarece formele modurilor de vibrație ale structurilor deformate ca urmare a solicitărilor statice sunt asimetrice într-un proces de monitorizare este necesară determinarea celor două forme alternative pentru fiecare mod de vibrație.
- monitorizarea unei structuri cu metode bazate pe modificarea formelor modurilor de vibrație, presupune pe lângă determinarea experimentală a formelor modurilor de vibrație, actualizarea permanentă a bazei de date privind evoluția stării de deformare statică prin achiziționarea de date măsurate și crearea de algoritmi care să evalueze forma și amplitudinea deformației în momentul măsurărilor.
- utilizarea metodelor bazate pe modificarea (creșterea) curburii formelor modale în cazul structurilor deformate static este condiționată de crearea unui algoritm care să estimeze curbura formelor modale ale structurii intacte în funcție de deformația statică determinată. Această metodă este dificil de aplicat structurilor a căror deformație statică nu poate fi modelată analitic în funcție de natura și amplitudinea solicitărilor. Având în vedere faptul că metodele bazate pe modificarea energiei de deformare utilizează un mecanism bazat pe relația între energia de deformare și pătratul curburii secțiunii analizate, toate observațiile de mai sus sunt valabile și pentru utilizarea acestei metode. Una din metodele de estimare a curburii unui segment al formei modale se bazează pe modificarea distanței relative între două puncte critice. Cercetările efectuate în acest capitol au evidențiat deplasări importante ale punctelor critice ca urmare a deformațiilor referinței. Utilizarea acesteia presupune analiza statică a structurii monitorizate, determinarea deformațiilor și corelarea deplasărilor punctelor critice ca urmare a acestor deformații pentru a putea evidenția modificările produse de defect.
- utilizarea metodelor bazate pe modificările matricii de flexibilitate dinamică presupune determinarea experimentală a formelor și frecvențelor proprii pentru un număr considerabil de moduri de vibrație. Literatura de specialitate care tratează aceste metode pe care am avut posibilitatea să o studiez, nu face nici o referire la necesitatea caracterizării unui mod

de vibrație prin determinarea celor două forme alternative ale sale, atunci când deformațiile statice produc asimetria acestora. Această concluzie desprinsă din analiza efectuată în această teză, limitează sau face mai dificilă utilizarea acestora.

Aceste concluzii pot fi încheiate cu afirmația că monitorizarea comportamentului dinamic al unei structuri reale nu poate avea succes dacă nu este monitorizată în paralel și din punct de vedere al relațiilor solicitări statice-deformații. Evaluarea datelor astfel obținute nu este posibilă fără a crea algoritmi care să coreleze evoluția în timp a deformațiilor ca urmare a variabilității solicitărilor cu evoluția în timp a parametrilor care caracterizează comportamentul dinamic.

În analiza efectuată am determinat formele deformațiilor produse ca urmare a încovoierii grinzilor încastrate la ambele capete sub acțiunea unor sisteme de forțe a căror puncte de aplicație, număr și sens au fost astfel alese, încât să producă deformații comparabile ca formă cu cele ale primelor trei moduri de vibrație și de flambaj și s-au prezentat deducerile acestora din urmă așa cum se găsesc în literatura de specialitate. Scopul principal al acestor determinări și prezentări a fost atins prin efectuarea analizei influenței deformațiilor produse de sarcinile operaționale asupra formelor modurilor de vibrație ale grinzii încastrate la ambele capete. Formele deformațiilor grinzilor datorate celor trei solicitări au fost comparate grafic pentru aceeași amplitudine. În urma acestei analize, s-a concluzionat că:

- o grindă încastrată la ambele capete se poate deforma ca urmare a încovoierii sub acțiunea unui sistem de forțe concentrate bine ales, astfel încât fibra medie deformată să aibă o formă identică cu forma unui mod de flambaj. Suprapunerea celor două forme comparate indică aceeași distribuție a curburilor și implicit a energiei de deformare pe lungimea grinzii în cazul ambelor solicitări.
- curburile formelor modurilor de vibrație sunt mai uniform distribuite pe lungimea grinzii decât cele ale fibrelor medii deformate ca urmare a solicitărilor statice. În punctele critice de extrem curburile formelor modale sunt mai mici decât cele ale fibrelor medii deformate static, și în rest mai mari.

2.3.2. Contribuții personale

Elementul de originalitate care constituie contribuție personală adusă dezvoltării cercetărilor cu privire la formele modurilor de vibrație a grinzilor deformate static este:

- fundamentarea analitică a conceptului de asimetrie a formelor modurilor de vibrație a grinzilor deformate ca urmare a solicitărilor statice.

Cap. 3. Influența factorilor de mediu asupra dinamicii grinzilor

Structurile metalice reale se află permanent sub acțiunea sarcinilor operaționale bine determinate pentru care au fost construite. Așa cum s-a arătat în capitolul precedent al acestei teze, comportamentul dinamic al unui element de structură metalică poate fi evaluat, atunci când se cunosc efectele solicitărilor statice și se poate determina starea de referință.

În practică structurile metalice sunt expuse și efectelor factorilor de mediu sau efectelor microclimatului industrial care pot modifica anumite caracteristici fizice ale materialelor, caracteristici dimensionale ale elementelor care intră în componența structurilor, sau pot induce o stare de tensiuni suplimentare care să se suprapună peste cea datorată sarcinilor operaționale. În continuare, vom prezenta câțiva factori de mediu sau microclimat industrial și influența pe care o pot avea asupra structurilor metalice:

- umiditatea atmosferică și mediul industrial coroziv ca urmare a proceselor tehnologice, pot duce la coroziunea structurilor metalice, care la rândul ei poate modifica rigiditatea elementelor structurilor metalice prin reducerea ariei secțiunii.

- temperatura mediului ambiant sau a microclimatului industrial variabilă între anumite limite duce la modificarea parametrilor dimensionali prin contracții sau dilatări, modificarea unor parametri fizici ai materialelor cum ar fi modulul de elasticitate longitudinal, sau poate induce forțe axiale atunci când dilatarea sau contracția elementelor structurilor metalice este împiedicată.

În cadrul acestei teze vom analiza modul în care temperatura influențează comportamentul dinamic al grinzilor elastice încastrate la două capete prin următoarele două mecanisme:

- modificarea modulului de elasticitate longitudinal E .
- apariția de forțe axiale datorate dilatării sau contracțiilor produse de variațiile de temperatură, ca o consecință a faptului că modul de rezemare împiedică sau limitează producerea acestor fenomene fizice.

Efectele dilatărilor sau contracțiilor determinate de variațiile de temperatură asupra integrității structurilor metalice, sunt analizate în cadrul proceselor de proiectare și sunt eliminate sau limitate prin soluții constructive specifice. Cu toate acestea, în anumite elemente ale structurilor reale, dilatările sau contracțiile pot induce forțe axiale, cu valori egale cu cele ale reacțiunilor determinate de forțele de frecare sau de forțele de natură elastică care se opun deplasărilor. Unul din exemplele concludente este cel al unui element din cadrul unei grinzi cu zăbrele, în care se poate induce o forță axială ca urmare a dilatărilor

sau contracțiilor egală cu reacțiunea elastică a elementelor de legătură. În cadrul cercetărilor care fac obiectul acestei teze vom analiza comportamentul dinamic în medii cu temperaturi variabile al unei grinzi elastice încastrate la ambele capete, care simulează un element al unei grinzi cu zăbrele.

Dimensionarea acestor structuri pornește de la ipoteza simplificatoare că un element se comportă ca și o grindă articulată la ambele capete. Analiza dinamică nu poate face abstracție de condițiile la limită specifice și tratează un element al unei grinzi cu zăbrele ca pe o grindă încastrată la ambele capete.

Pe parcursul cercetărilor care urmează, vom analiza comportamentul dinamic al unei grinzi încastrate la ambele capete cu caracteristicile dimensionale și fizico-mecanice ale materialului din care este construită, prezentate în tabelul (3.1), pe care o vom denumi în continuare grinda studiată.

Tabelul 3.1 Caracteristicile dimensionale și fizico-mecanice ale grinzii studiate

Caracteristici dimensionale	Lungime (m)	Lățime (m)	Înălțime (m)
	1,00	0,05	0.01
Caracteristici fizico-mecanice	Coeficient de dilatare termică α [°C]	Modul de elasticitate longitudinal $E_{(20\text{ }^{\circ}\text{C})}$ [N/m ²]	Densitate P [Kg/m ³]
	$1,15 \cdot 10^{-5}$	$2,00 \cdot 10^{11}$	7850
Caracteristici fizico-mecanice	Conductivitate termică λ [W/mK]	Limita de curgere σ_c [N/m ²]	Rezistența de rupere la tracțiune σ_r [N/m ²]
	49,8	$3 \cdot 10^7$	$5,3 \cdot 10^7$

3.1. Efectul temperaturii asupra dinamicii grinzilor încastrate la ambele capete prin modificarea modului de elasticitate longitudinal

În capitolul precedent s-a prezentat formula (2.43) de calcul analitic a frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete. Această formulă arată că valorile frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete sunt direct proporționale cu valoarea modului de elasticitate longitudinal E . În continuare vom studia variația modului de elasticitate longitudinal în intervalul de temperatura 0 °C-100 °C.

Din literatura de specialitate am extras două relații determinate experimental pentru calculul valorii modului de elasticitate la o temperatură dată T . Lucrările [2], [92] consideră că variația modului de elasticitate E în intervalul de temperaturi 0 °C < T < 600 °C, este definită de relația:

$$\frac{E(T)}{E(0)} = 1 + \frac{T}{2000 \ln\left(\frac{T}{1100}\right)} \quad (3.1)$$

în care:

$E(T)$ – reprezintă valoarea modului de elasticitate longitudinal la temperatura T °C.

$E(0)$ – reprezintă valoarea modului de elasticitate longitudinal la temperatura 0 °C.

Conform lucrării [91], variația modului de elasticitate E în același interval de temperaturi este dată de relația:

$$E(T) = c_0 + c_1 T + c_2 T^2 + c_3 T^3 \quad (3.2)$$

în care: $c_0 = 2,005 \cdot 10^{11}$ N/m², este modulul de elasticitate longitudinal la 0 °C al materialului grinzii studiate și valorile determinate experimental pentru ceilalți coeficienți sunt:

$c_1 = -0,04326 \cdot 10^9$ N/m²°C, $c_2 = -3,502 \cdot 10^4$ N/m²°C, $c_3 = -65,92$ N/m²°C.

Valorile modului de elasticitate a materialului grinzii studiate, calculate cu cele două formule pentru variația temperaturii între 0 °C-100 °C, sunt date în tabelul (3.2).

Tabelul 3.2 Valorile modului de elasticitate determinate pentru intervalul de temperaturi 0 °C-100 °C cu relațiile (3.1) și (3.2)

$E(T) \cdot 10^{11}$ [N/m ²]	Temperatura [°C]				
	0	20	30	40	50
Formula (3.1)	2.005	2	1.99482	1.9929	1.98878
Formula (3.2)	2.005	1.9962	1.9894	1.98709	1.98241
$E(T) \cdot 10^{11}$ [N/m ²]	Temp [°C]				
	60	70	80	90	100
Formula (3.1)	1.98432	1.97952	1.9744	1.96896	1.96319
Formula (3.2)	1.97764	1.97278	1.96781	1.96275	1.95758

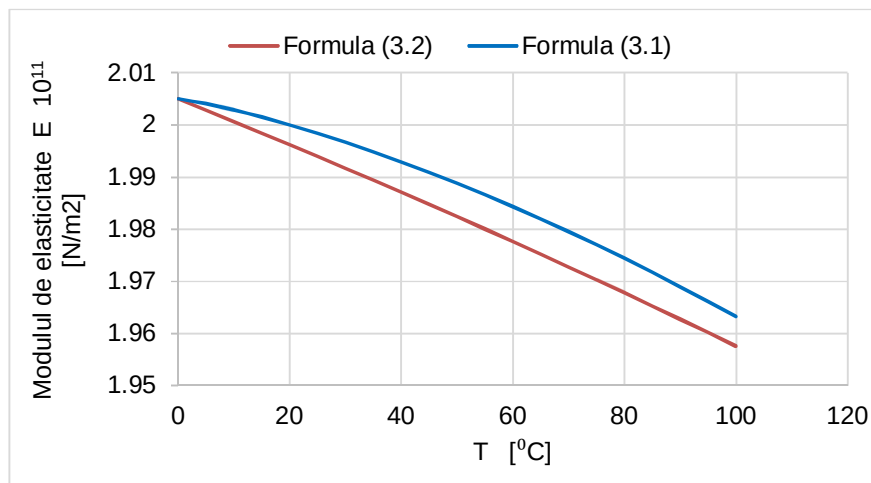


Figura 3.1 Variația modului de elasticitate longitudinal determinată de variația temperaturii în intervalul 0 °C-100 °C

Pentru a evalua modificările valorilor frecvențelor proprii determinate de variația modului de elasticitate longitudinal în intervalul de temperatură analizat, se determină analitic cu formula (2.46), valorile frecvențelor proprii ale grinzii studiate.

Tabelul 3.3 Valorile frecvențelor proprii ale grinzii, determinate analitic cu valorile lui E calculate cu formula (3.2) pentru intervalul de temperaturi 0 °C-50 °C

Frecvența modului i [Hz]	Temperatura [°C]				
	0	5	10	15	20
1	51.94953674	51.92139297	51.8930004	51.86435232	51.83544176
2	143.2008967	143.1233173	143.045052	142.9660826	142.8863895
3	280.7309956	280.578909	280.425478	280.270666	280.1144358
4	464.0625502	463.8111434	463.557514	463.3016021	463.0433456
5	693.2294646	692.8539061	692.475028	692.0927393	691.7069486
6	968.2295138	967.7049735	967.175797	966.6418562	966.1030247
7	1277.055003	1276.363155	1275.66519	1274.960947	1274.250251
8	1655.729856	1654.832861	1653.92794	1653.014867	1652.093433
9	2068.22993	2067.109462	2065.97909	2064.838543	2063.687547
10	2526.563488	2525.194717	2523.81385	2522.420547	2521.014484
	Temperatura [°C]				
	25	30	35	40	45
1	51.80626192	51.7768059	51.7470668	51.71703771	51.68671167
2	142.8059542	142.7247575	142.642781	142.5600042	142.4764093
3	279.9567503	279.7975724	279.636865	279.47459	279.3107107
4	462.7826836	462.5195545	462.253897	461.9856483	461.7147473
5	691.3175644	690.9244948	690.527648	690.126931	689.7222517
6	965.5591741	965.0101761	964.455902	963.8962234	963.3310103
7	1273.532934	1272.808828	1272.07776	1271.33957	1270.594077
8	1651.163416	1650.224597	1649.27676	1648.319672	1647.353124
9	2062.525831	2061.353119	2060.16914	2058.973611	2057.766262
10	2519.595323	2518.162731	2516.71637	2515.255908	2513.781002

Se folosesc valorile caracteristice λ_i cuprinse în tabelul (2.3) și valorile modului de elasticitate longitudinal E calculate cu formula (3.2). Valorile frecvențelor proprii astfel determinate pentru primele 10 moduri de vibrație sunt date în tabelele (3.3) și (3.4) .

Pentru a cuantifica modificările valorice suferite de frecvențele proprii ale grinzii studiate ca urmare a modificării valorilor modului de elasticitate longitudinal odată cu temperatura, vom determina o abatere maximă relativă $\delta f_i(E_T)$ a frecvențelor proprii exprimată în procente cu ajutorul relației (3.3).

Tabelul 3.4 Valorile frecvențelor proprii ale grinzii, determinate analitic cu valorile lui E calculate cu formula (3.2) pentru intervalul de temperaturi 50 °C-100 °C

Frecvența modului i [Hz]	Temperatura [°C]				
	50	55	60	65	70
1	51.65608173	51.6251409	51.5938822	51.5622985	51.53038285
2	142.3919767	142.3066871	142.220521	142.1334596	142.0454829
3	279.145189	278.9779873	278.809068	278.6383922	278.4659227
4	461.4411316	461.1647388	460.885506	460.6033709	460.31827
5	689.3135171	688.9006337	688.483508	688.0620468	687.6361553
6	962.7601329	962.1834612	961.600865	961.0122119	960.4173716
7	1269.841114	1269.080507	1268.31209	1267.535677	1266.751108
8	1646.37689	1645.390747	1644.39447	1643.387842	1642.37063
9	2056.546814	2055.314989	2054.07051	2052.813089	2051.542454
10	2512.291316	2510.78651	2509.26624	2507.730173	2506.177957
	Temperatura [°C]				
	75	80	85	90	100
1	51.49812814	51.46552726	51.4325731	51.39925846	51.33151913
2	141.9565715	141.8667059	141.775866	141.6840335	141.4973074
3	278.2916209	278.1154484	277.937367	277.7573373	277.3912796
4	460.0301403	459.7389183	459.44454	459.1469425	458.5418306
5	687.2057392	686.7707037	686.330954	685.8863939	684.982461
6	959.816212	959.2086005	958.594404	957.9734902	956.7109724
7	1265.958203	1265.156788	1264.34669	1263.527728	1261.862519
8	1641.342611	1640.303559	1639.25325	1638.191448	1636.032467
9	2050.25832	2048.960404	2047.64842	2046.322092	2043.625234
10	2504.60925	2503.023708	2501.42098	2499.800728	2496.506228

$$\delta f_i(E_T) = 100 \left(f_i(E_{T_0}) - f_i(E_T) \right) / f_i(E_{T_0}) \quad (3.3)$$

în care $f_i(E_{T_0})$, reprezintă frecvența modului i de vibrație calculată cu valoarea modului de elasticitate longitudinal corespunzătoare temperaturii de referință $T_0 = 0$ °C, și $f_i(E_T)$ reprezintă valoarea frecvenței modului i de vibrație calculată cu valoarea modului de elasticitate longitudinal corespunzătoare unei temperaturi T . Cele două temperaturi T_0 și T constituie limitele intervalului de temperatură pe care se calculează abaterea relativă a frecvențelor proprii.

Dacă în formula (3.3) considerăm $T_0 = 0$ °C și $T = 100$ °C, abaterea relativă a valorilor frecvențelor proprii datorată variației valorii modului de elasticitate odată cu temperatura

În intervalul 0 °C-100 °C este de 1,19 % pentru toate cele zece moduri de vibrație. Dacă $T_0=24,85$ °C și $T=100$ °C, temperatura de 24,85 °C fiind temperatura de referință utilizată în analiza prin metoda elementului finit cu programul SOLID WORKS, abaterea relativă dată de formula (3.3) este de 0.91 %.

3.2. Efectul forțelor axiale induse de variațiile de temperatură asupra dinamicii grinzilor

Grinzile supuse variațiilor de temperatură suportă fenomene de dilatare sau contracție în funcție de sensul în care variază temperatura în jurul valorii de referință. Dacă modul de rezemare permite deplasări pe direcție axială, grinzile suferă doar modificări dimensionale. În cazul în care deplasările în reazeme sunt împiedicate sau limitate, dilatările sau contracțiile induc în grindă forțe axiale, care influențează comportamentul dinamic al acestora.

Analiza comportamentului dinamic al grinzilor solicitate de forțe axiale a făcut obiectul multor cercetări, o parte a acestora le-am prezentat în primul capitol al tezei. Din lucrarea [79], am preluat relația matematică a ecuației diferențiate de mișcare a grinzilor elastice continue solicitate axial și a formulei de calcul a valorilor frecvențelor proprii derivată din aceasta, care scrise cu notațiile specifice acestei teze sunt date de relațiile:

$$EI \frac{d^4 v(x, t)}{dx^4} - N \frac{d^2 v(x, t)}{dx^2} + \rho A \frac{d^2 v(x, t)}{dt^2} = 0 \quad (3.4)$$

$$f_{i \text{ axial}} = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A} - \frac{NL^2}{\rho A \lambda_{if}^2}} \quad (3.5)$$

în care:

- λ_i reprezintă valoarea caracteristică a modului i de vibrație transversală.
- λ_{fi} reprezintă un coeficient adimensional al forței axiale egal cu valoarea caracteristică pentru modul i de flambaj de același rang (din acest motiv vom păstra notația).

În cadrul acestui capitol, vom analiza comportamentul dinamic al grinzii studiate în medii cu temperaturi variabile pentru două moduri de comportare a reazemelor:

- cele două încastrări împiedică în totalitate dilatarea sau contracția grinzii.
- cele două încastrări limitează deplasările rezultate ca efecte ale dilatărilor sau contracțiilor la valoarea specifică stării de echilibru static al forțelor axiale induse cu reacțiuni elastice ale sistemului.

3.2.1. Comportamentul dinamic al grinzilor ale căror reazeme împiedică în totalitate dilatările sau contracțiile cauzate de variația temperaturii

Datorită faptului că dilatările sau contracțiile sunt împiedicate de cele două încastrări, variațiile temperaturii încarcă grinda studiată cu forțe axiale. Din rezistența materialelor [86] am preluat relația de calcul a forțelor axiale N , a unei grinzi cu secțiune constantă cu aria A construită dintr-un material cu coeficientul de dilatare termică liniară α , pentru o variație a temperaturii ΔT , de forma:

$$N = EA\alpha\Delta T \quad (3.6)$$

În cazul analizat, dacă forțele axiale deduse cu relația (3.6) au valori pozitive, atunci grinda este solicitată la compresiune, iar dacă sunt negative solicitările sunt de întindere.

Din relațiile (3.5) și (3.6) am dedus formula de calculul a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii studiate pentru o valoare T a temperaturii, în funcție de valoarea la temperatura de referință, dată de relația:

$$f_i(T) = f_i(T_0) \sqrt{1 - \frac{A\alpha(T - T_0)l^2}{I\lambda_{if}^2}} \quad (3.7)$$

Dacă forțele axiale de compresiune induse în grindă ca urmare a dilatării depășesc o anumită valoare se produce fenomenul de flambaj. Forța axială la care grinda își pierde starea de echilibru și se produce flambajul se numește forța critică de flambaj, iar valoarea temperaturii raportată la o temperatură de referință T_0 , la care se induce o forță axială egală cu forța critică de flambaj poartă denumirea de temperatură critică de flambaj cu referința T_0 și o vom nota T_{crT_0} .

Așa cum am arătat în capitolul precedent forțele critice de flambaj pentru grinda studiată se determină cu relația (2.36) pentru valoarea $\lambda_{if}=2\pi$.

Pentru determinarea temperaturilor critice am dedus următoarea formulă de calcul:

$$T_{crT_0} = \frac{4\pi^2 I_{min}}{\alpha A l^2} + T_0 \quad (3.8)$$

O concluzie importantă desprinsă din analiza formulei (3.8) este aceea că valoarea temperaturii critice nu este influențată de variația modului de elasticitate cu temperatura.

Valorile forțelor critice de flambaj ale grinzii studiate calculate cu formula (2.36) și valorile temperaturilor critice calculate cu formula (3.8) pentru o valoare $T_0=24.85$ °C corespunzătoare primelor zece moduri de flambaj sunt date în tabelul (3.5).

Tabelul 3.5 Valorile forțelor, diferențelor de temperatură și a temperaturilor critice de flambaj ale grinzii studiate crespunzătoare primelor zece moduri de flambaj

Mod i	P_{cr} [N]	ΔT_{cr} [°C]	$T_{cr}(24.85\text{ °C})$ [°C]	Mod i	P_{cr} [N]	ΔT_{cr} [°C]	$T_{cr}(24.85\text{ °C})$ [°C]
1	32898.68	28.61	53.46	6	396332.90	344.64	369.49
2	67302.43	58.52	83.37	7	526378.90	457.72	482.57
3	131594.73	114.43	139.28	8	659526.04	573.51	598.36
4	198931.72	172.99	197.84	9	822467.03	715.19	740.04
5	296088.13	257.47	282.32	10	988514.71	859.58	884.43

Tabelul 3.6 Valorile frecvențelor proprii pentru primele zece moduri de vibrație ale grinzii studiate solicitată de sarcini axiale produse de variația temperaturii față de $T_0=24.85\text{ °C}$,
în intervalul $0\text{ °C}-50\text{ °C}$

Frecvența mod i [Hz]	Temperatura [°C]				
	0	5	10	15	20
1	70.9257	67.52737	63.948702	60.15752	56.110763
2	170.7073	165.5094	160.14291	154.5902	148.83056
3	309.3303	303.7273	298.01892	292.1991	286.26089
4	495.6577	489.354	482.96815	476.4967	469.93608
5	725.0074	718.5586	712.05141	705.4842	698.85524
6	1001.278	994.4803	987.63568	980.7433	973.80208
7	1321.941	1315.075	1308.1727	1301.234	1294.2576
8	1689.111	1682.039	1674.9368	1667.805	1660.6417
9	2101.23	2094.119	2086.9846	2079.826	2072.6417
10	2559.627	2552.381	2545.115	2537.828	2530.5201
	Temperatura [°C]				
	24.85	30	35	40	45
1	51.88472	46.98297	41.67601	35.58624	28.211188
2	143.0222	136.5845	130.02965	123.1264	115.81232
3	280.3807	273.9987	267.6571	261.1615	254.50017
4	463.4836	456.5322	449.68039	442.7226	435.65369
5	692.3645	685.405	678.57997	671.6856	664.71964
6	967.0215	959.7691	952.6751	945.5279	938.32621
7	1287.455	1280.191	1273.0999	1265.969	1258.7973
8	1653.664	1646.222	1638.9652	1631.676	1624.3534
9	2065.65	2058.199	2050.9392	2043.654	2036.3424
10	2523.411	2515.841	2508.4686	2501.075	2493.6592

Valorile frecvențelor proprii ale grinzii studiate determinate analitic cu formula (3.7), pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul $0\text{ °C}-50\text{ °C}$, pentru temperatura de referință $T_0=24.85\text{ °C}$, sunt date în tabelul (3.6), iar cele determinate în aceleași condiții pentru intervalul de temperaturi $50\text{ °C}-100\text{ °C}$, sunt date în tabelul (3.7).

Pentru a evidenția evoluția valorilor frecvențelor proprii ale grinzii studiate, încărcate cu sarcini axiale determinate de variația temperaturii în intervalul 0 °C-100 °C, față de temperatura de referință $T_0=24.85$ °C, vom reprezenta grafic valorile din tabelele (3.6) și (3.7). Graficul rezultat este dat în figura (3.2).

Tabelul 3.7 Valorile frecvențelor proprii pentru primele zece moduri de vibrație ale grinzii studiate solicitată de sarcini axiale produse de variația temperaturii față de $T_0=24.85$ °C, în intervalul 50 °C-100 °C

Frecvența mod i [Hz]	Temperatura [°C]				
	50	53.46	60	65	70
1	18.03779	0	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	108.0041	102.2523	90.38621	80.13775	68.36996
3	247.6597	242.8134	233.3782	225.899	218.1637
4	428.4682	423.4244	413.7229	406.1496	398.4324
5	657.6799	652.764	643.3695	636.0936	628.7335
6	931.0688	926.0135	916.3817	908.9492	901.4553
7	1251.585	1246.569	1237.033	1229.693	1222.309
8	1616.998	1611.889	1602.186	1594.728	1587.236
9	2029.005	2023.911	2014.249	2006.83	1999.384
10	2486.221	2481.061	2471.279	2463.773	2456.245
	Temperatura [°C]				
	75	80	83.37	90	100
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	54.1003	34.33998	0	Nedefinită	Nedefinită
3	210.1437	201.8053	195.9852	183.9984	164.2724
4	390.5627	382.5311	377.0213	365.9395	348.5591
5	621.2861	613.7485	608.6154	598.3883	582.6234
6	893.8987	886.2776	881.1038	870.8353	855.1143
7	1214.879	1207.404	1202.34	1192.314	1177.03
8	1579.708	1572.143	1567.024	1556.905	1541.515
9	1991.91	1984.408	1979.336	1969.318	1954.112
10	2448.694	2441.119	2436.000	2425.899	2410.582

Valorile frecvențelor proprii determinate pentru grinda studiată cu formula (3.7), pornind de la ipoteza că cele două încastrări împiedică dilatările sau contracțiile cauzate de variația temperaturii, indică o creștere atunci când temperatura scade față de valoarea de referință și o scădere atunci când valorile temperaturii cresc față de referință. Dacă analizăm graficul prezentat în figura (3.2) observăm o variație în funcție de temperatură aproape liniară a valorilor frecvențelor proprii ale modurile de vibrație mai mari decât 2.

Valorile modurilor 1 și 2 tind la zero la valoarea temperaturilor critice corespunzătoare modurilor de flambaj de același rang.

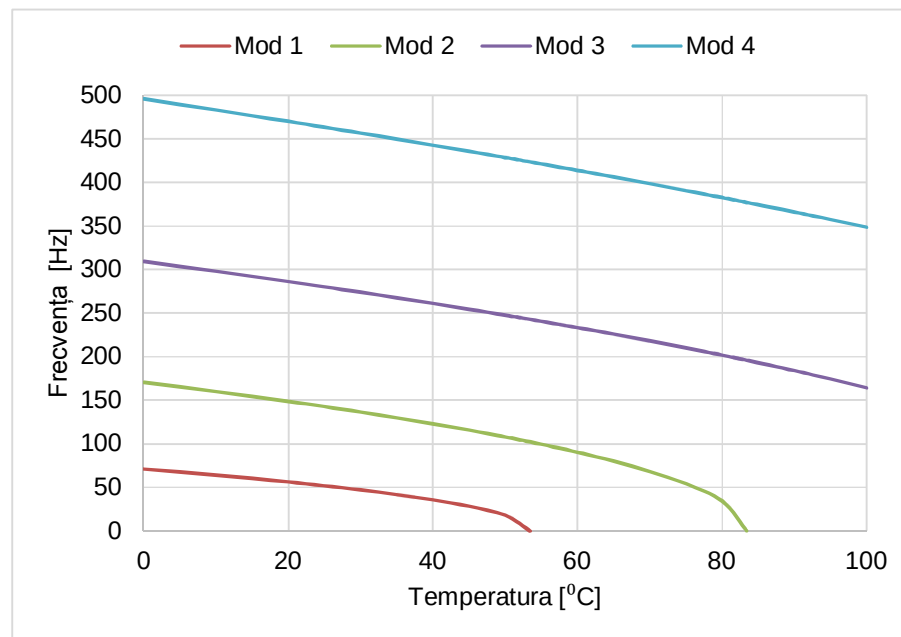


Figura 3.2 Variația valorilor frecvențelor proprii corespunzătoare primelor patru moduri de vibrație a grinzii studiate solicitată de sarcini axiale produse de variația temperaturii față de $T_0=24.85^\circ\text{C}$, în intervalul 0°C - 100°C

Panta curbei care descrie variația valorilor frecvențelor proprii ale modurilor de vibrație care tind să se anuleze la temperaturile critice se modifică semnificativ în imediata apropiere a acestora. Din acest motiv, utilizarea acestora în cadrul proceselor de monitorizare se va face doar după o analiză a posibilelor efecte pe care această variație a valorilor frecvențelor proprii la temperaturi apropiate de valoarea critică le poate produce asupra datelor achiziționate.

3.2.2. Efectul cumulat al variațiilor modului de elasticitate longitudinal și al forțelor axiale induse ca urmare a variațiilor temperaturii asupra dinamicii grinzii studiate

Literatura de specialitate analizată în primul capitol al acestei teze pune un accent deosebit pe acuratețea datelor utilizate în procesele de monitorizare a stării de sănătate a structurilor. Așa cum s-a evidențiat, apariția unui defect de mică amploare sau într-o anumită secțiune a structurii poate influența într-o mică măsură comportamentul dinamic. Aceste influențe pot fi acoperite de influențele factorilor perturbatori. Din acest motiv este foarte important să cunoaștem, să estimăm și să eliminăm toate influențele factorilor perturbatori din datele utilizate în aceste procese.

Tabelul 3.8 Valorile frecvențelor proprii pentru primele zece moduri de vibrație ale grinzii studiate, modificate de efectul cumulat al variației modulului de elasticitate și a solicitărilor axiale produse de variația temperaturii față de $T_0=24.85\text{ }^{\circ}\text{C}$, în intervalul $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ - $50\text{ }^{\circ}\text{C}$

Frecvența mod i [Hz]	Temperatura [$^{\circ}\text{C}$]				
	0	5	10	15	20
1	71.014455	67.596215	63.994693	60.180236	56.110763
2	170.92099	165.67824	160.25817	154.64869	148.83056
3	309.71778	304.03727	298.23353	292.3096	286.26089
4	496.27861	489.85355	483.316	476.67699	469.93608
5	725.91578	719.29218	712.56433	705.7512	698.85524
6	1002.5327	995.49563	988.34717	981.11451	973.80208
7	1323.5976	1316.4176	1309.1151	1301.7263	1294.2576
8	1691.2276	1683.7563	1676.1436	1668.436	1660.6417
9	2103.8627	2096.2575	2088.4883	2080.6129	2072.6417
10	2562.8341	2554.9872	2546.9487	2538.7888	2530.5201
	Temperatura [$^{\circ}\text{C}$]				
	24.85	30	35	40	45
1	51.864519	46.943832	41.622293	35.523325	28.14722
2	142.96654	136.47064	129.86188	122.9083	115.54886
3	280.27159	273.77033	267.31163	260.69876	253.92089
4	463.30317	456.15155	449.09992	441.93806	434.66194
5	692.09501	684.83359	677.70397	670.49519	663.20631
6	966.64508	958.96889	951.44522	943.85214	936.18989
7	1286.9535	1279.124	1271.4564	1263.7251	1255.9312
8	1653.0203	1644.8498	1636.8492	1628.7837	1620.655
9	2064.8454	2056.4827	2048.2914	2040.0317	2031.7059
10	2522.4289	2513.7429	2505.23	2496.642	2487.9814

Valoarea erorii relative maxime a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii studiate în cazul utilizării unei valori constante a modulului de elasticitate atunci când temperatura variază pe intervalul $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ - $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, față de o temperatură de referință $T_0=0\text{ }^{\circ}\text{C}$, a fost determinată în acest capitol și este 1,19 %. Această cifră luată separat nu este semnificativă, dar efectul ei cumulat cu efectele altor factori perturbatori pot genera date care să dea informații false proceselor de monitorizare. În continuare vom determina valorile frecvențelor proprii ale grinzii studiate ținând cont de variația modulului de elasticitate dată de formula (3.1) și de efectele forțelor axiale determinate de variația temperaturii atunci când încăstrările împiedică deplasările, pentru valori ale temperaturii care variază în intervalul $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ - $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, față de temperatura de referință $T_0=24.85\text{ }^{\circ}\text{C}$. Valorile astfel obținute sunt date în tabelele (3.8) și (3.9) și vor fi utilizate ca valori de referință în cadrul cercetărilor pe care le vom întreprinde în această teză.

Tabelul 3.9 Valorile frecvențelor proprii pentru primele zece moduri de vibrație ale grinzii studiate modificate de efectul cumulat al variației modulului de elasticitate și a solicitărilor axiale produse de variația temperaturii față de $T_0=24.85\text{ }^{\circ}\text{C}$, în intervalul $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ - $100\text{ }^{\circ}\text{C}$

Frecvența mod i [Hz]	Temperatura [$^{\circ}\text{C}$]				
	53.46	60	65	70	75
1	0	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	101.9274	90.032122	79.776601	68.020262	53.789871
3	242.04116	232.4629	224.87951	217.04544	208.93357
4	422.07761	412.10011	404.31622	396.38972	388.31296
5	650.68754	640.84565	633.22188	625.50975	617.70699
6	923.0676	912.78668	904.84543	896.83305	888.74876
7	1242.6033	1232.1801	1224.141	1216.041	1207.88
8	1606.7605	1595.9002	1587.5282	1579.0967	1570.6062
9	2017.4724	2006.3463	1997.7693	1989.1316	1980.4338
10	2473.1681	2461.5831	2452.6492	2443.6498	2434.5855
	Temperatura [$^{\circ}\text{C}$]				
	80	83.37	90	95	100
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	34.121873	1.220218	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
3	200.51125	194.63982	182.56655	172.93246	162.75569
4	380.0774	374.43232	363.09079	354.31717	345.33923
5	609.81116	604.43553	593.72941	585.53751	577.24055
6	880.59163	875.05215	864.05481	855.67281	847.2134
7	1199.658	1194.0819	1183.03	1174.6233	1166.1544
8	1562.0567	1556.2613	1544.7816	1536.056	1527.2717
9	1971.6764	1965.7403	1953.9837	1945.049	1936.0556
10	2425.4569	2419.2682	2407.0086	2397.6896	2388.3076

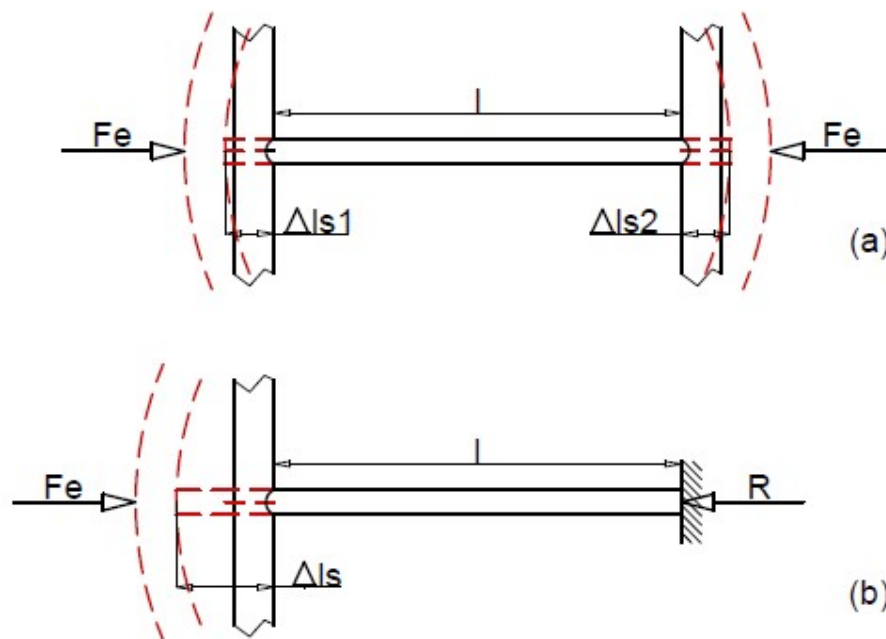
Variația modulului de elasticitate intervine asupra valorilor frecvențelor proprii ale grinzii studiate prin două mecanisme, modificarea rigidității grinzii și modificarea valorilor forțelor axiale. Influența modificării rigidității ca urmare a variațiilor modulului de elasticitate cu temperatura asupra frecvențelor proprii analizată anterior, a scos în evidență o variație a acestor valori pe intervalul de temperatură considerat de 0.91 %. Efectul cumulat al variației modulului de elasticitate prin celor două mecanisme a produs modificarea valorilor frecvențelor proprii prezentate în tabelele (3.8) și (3.9), față de cele prezentate în tabelele (3.6) și (3.7), care nu țin cont de variația modulului de elasticitate, cu maximum 0.92 %.

Dacă considerăm valorile frecvențelor proprii la temperatura de referință sensibil egale, valorile determinate luând în considerare și variația modulului de elasticitate cresc față de valorile determinate doar în funcție de influența forțelor axiale atunci când temperatura scade față de referință și scad față de acestea dacă temperatura urcă.

3.2.3. Determinarea formulei de calcul a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii studiate în funcție de deplasările și reacțiunile elastice ale sistemului de susținere a reazemelor

Așa cum am amintit la începutul capitolului un element al unei grinzi cu zăbrele se comportă din punct de vedere dinamic ca și o grindă încastrată la ambele capete, dar cele două reazeme sunt susținute de un sistem elastic constituit din elementele de legătură din cadrul ansamblului. Dacă asupra unui sistem elastic acționăm cu o forță, acesta se deplasează sub acțiunea ei și răspunde cu o reacțiune a carei valoare este proporțională cu deplasarea. Sistemul elastic ajunge în echilibru static atunci când reacțiunea este de valoare egală cu forța care o determină. Starea de echilibru static este definită de valoarea forței exterioare N , valoarea constantei elastice a sistemului k și de valoarea totală a deplasării sistemului sub acțiunea forței exterioare Δl . Din lucrarea [14] relația de calcul a forței elastice de forma:

$$F_e = k\Delta l \quad (3.9)$$



.Figura 3.3 Element al unei grinzi cu zăbrele aflat în echilibru static determinat de forțele axiale datorate variațiilor de temperatură și reacțiunile elastice ale sistemului

Elementul din figura (3.3, a) se află în echilibru static determinat de forța axială N indusă în element de variația temperaturii cu ΔT și reacțiunile elastice ale sistemului F_e .

Ecuatia de echilibru este $Fe=N$, unde $Fe=k_1\Delta l_1=k_2\Delta l_2$, k_1 și k_2 sunt constantele elastice ale sistemelor de susținere a celor două reazeme, iar Δl_1 și Δl_2 sunt valorile deplasărilor celor două reazeme ca urmare a dilatărilor sau contracțiilor elementului din poziția inițială corespunzătoare stării de referință până la stabilirea echilibrului static dat de $Fe=N$.

Modelarea acestui sistem este laborioasă datorită faptului că cele două deplasări sunt greu de separat în cazul unor măsurători pe structuri reale. Datorită faptului că forțele elastice variază liniar odată cu deplasările vom modela sistemul prezentat în figura (3.3, b), în care este luată în considerare deplasarea cumulată a celor două reazeme. Pentru modelarea acestui sistem este suficient să se determine valoarea totală a deplasărilor notată Δl_s , și intervalul de variație a temperaturilor care o determină, notat ΔT . Pornind de la ecuația de echilibru $Fe=N$ și utilizând relațiile cunoscute care corelează deplasările cu diferențele de temperatură prin intermediul caracteristicilor dimensionale și fizice ale elementului analizat am dedus formula de calcul a valorilor frecvențelor proprii pentru grinda analizată, în funcție de deplasarea sistemului Δl_s și ΔT care o determină, relația (3.10), și formula de calcul a acelorași valori în funcție de deplasarea sistemului Δl_s și constanta elastică a sistemului k , relația (3.11).

$$f_i(\Delta l_s, \Delta T) = f_{i \text{ referință}} \sqrt{\left(1 - \frac{Al(\alpha \Delta T - \Delta l_s)}{I\lambda_{if}^2}\right)} \quad (3.10)$$

$$f_i(\Delta l_s, k) = f_{i \text{ referință}} \sqrt{\left(1 - \frac{k\Delta l_s l^2}{EI\lambda_{if}^2}\right)} \quad (3.11)$$

Constanta de elasticitate a sistemului din relația (3.11) se determină cu formula:

$$k = EA \left(\frac{\alpha \Delta T}{\Delta l_s} - \frac{1}{l} \right) \quad (3.12)$$

Aplicarea acestor formule pentru a determina valori ale frecvențelor proprii este puțin justificată deoarece sunt necesare date provenite în urma unor măsurători reale, în cadrul cărora pot fi măsurate direct aceste valori. Dar, deoarece aceste formule stabilesc relații de dependență între valorile frecvențelor proprii și variațiile temperaturii prin intermediul unor parametri ușor de determinat experimental, utilitatea lor va fi dovedită în continuarea acestei teze, atunci când va fi pusă problema inversă, de filtrare a datelor măsurate astfel încât acestea să păstreze doar influențele produse de eventualul defect.

Constanta elastică a sistemului poate fi utilizată ca o cheie de verificare a acurateții procesului de măsurare. Fiind o constantă care caracterizează sistemul în momentul respectiv variația valorilor calculate funcție de datele măsurate indică nivelul de eroare al procesului de măsurare.

3.3. Filtrarea valorilor frecvențelor proprii prin eliminarea influențelor temperaturii

Procese de monitorizare au la bază compararea datelor măsurate cu datele de referință care caracterizează comportamentul dinamic al structurii pentru o anumită stare.

Pentru ca acestea să-și îndeplinească scopul propus de identificare, localizare și de evaluare a defectului este necesar ca datele măsurate la un moment dat să fie filtrate de influențele factorilor perturbatori, astfel încât, atunci când sunt comparate cu datele de referință să nu mai conțină decât informații cu privire la defect. Pentru a elabora un algoritm de filtrare a datelor este necesar să se cunoască mecanismele prin care factorii perturbatori influențează valorile parametrilor comportamentului dinamic al structurii monitorizate sensibile la defect. Relațiile de dependență determinate între variațiile parametrilor factorilor perturbatori și variațiile valorilor parametrilor comportamentului dinamic sunt utilizate în elaborarea acestor algoritmi. Pentru eliminarea influențelor variațiilor de temperatură din valorile măsurate ale frecvențelor proprii ale grinzii studiate am elaborat un algoritm bazat pe prelucrarea analitică a acestor valori, care utilizează valorile măsurate ale deplasărilor sistemului determinate de aceeași cauză. Formula care translatează valorile măsurate către valorile de referință prin eliminarea efectelor variațiilor temperaturii este:

$$f_{i \rightarrow ref}(\Delta T, \Delta l_s(\Delta T)) = \frac{f_{i \text{ măs.}}(\Delta T)}{\sqrt{\left(1 - \frac{Al(\alpha l \Delta T - \Delta l_s)}{I \lambda_{if}^2}\right)}} \quad (3.13)$$

Valorile translateate către referință (filtrate) sunt obținute prin extragerea din valorile măsurate ale frecvențelor proprii a influențelor variațiilor de temperatură

$$f_{i \rightarrow ref}(k, \Delta l_s(\Delta T)) = f_{i \text{ măs.}}(\Delta T) / \sqrt{(1 - k \Delta l_s l^2 / EI \lambda_{if}^2)} \quad (3.14)$$

Formula de translateare (filtrare) a frecvențelor proprii către valorile de referință am determinat-o și în funcție de constanta elastică a sistemului, relația (3.14). Cele două formule ar trebui să conducă spre rezultate similare deoarece utilizează aceleași date

pentru calculul valorilor frecvențelor proprii, dar introducerea constantei elastice a cărei valoare se determină cu relația (3.12) dă posibilitatea verificării acurateții datelor măsurate. Acest lucru se poate realiza prin calcularea abaterilor relative ale acestei constante pentru o serie de măsurători. Prin stabilirea unor valori ale abaterilor relative maxime admise se poate realiza o triere prealabilă a datelor care vor fi utilizate în procesele de monitorizare a acestor tipuri de structuri, lucru ce permite eliminarea datelor care pot vicia rezultatele procesului.

Performanțele acestui algoritm vor fi evaluate în cadrul cercetărilor experimentale din cadrul acestei teze.

3.4. Analiza cu ajutorul metodei elementului finit a influenței forței axiale datorată variației temperaturii asupra frecvențelor și formelor modale.

Vibrațiile sistemelor continue elastice sunt descrise matematic prin ecuații diferențiale, care integrate în condiții la limită dau soluțiile problemelor studiate. În cazuri complexe rezolvarea analitică devine dificilă sau imposibilă. Metoda elementului finit are ca punct de plecare un model integral al fenomenului studiat și se aplică separat pentru o serie de mici regiuni ale unei structuri continue obținute prin procesul de discretizare, numite elemente finite. Elementele finite sunt legate între ele prin noduri și sunt astfel concepute încât să reconstituie cât mai fidel structura analizată. Metoda elementului finit definește necunoscutele, deplasări sau eforturi în noduri și calculează valorile lor în aceste puncte. Din aceste motive este necesar ca discretizarea să se facă astfel încât să se obțină un număr suficient de noduri pentru ca aproximarea geometriei structurii, a condițiilor de rezemare și a condițiilor de încărcare să satisfacă scopul urmărit.

3.4.1. Analiza cu ajutorul metodei elementului finit a influenței forței axiale datorată variației temperaturii asupra frecvențelor

Pentru analiza cu metoda elementului finit s-a utilizat programul SolidWorks [58], [67], [68]. Am realizat modelul conform caracteristicilor grinzii studiate date în tabelul (3.1). În modulul "Simulation" am configurat proprietățile fizice ale materialului grinzii studiate sub denumirea de „Custom steel”, conform datelor din același tabel cu cele dimensionale și am inițiat două studii, „Thermal” și „Frequency”. Pentru ambele studii i s-au aplicat modelului caracteristicile fizice ale materialului și condițiile la limită specifice rezemării încastrat-încastrat, fără alunecări astfel încât dilatările sau contracțiile să fie împiedicate figura (3.4).

Pentru ca studiile să fie rulate, am discretizat modelul figura (3.5) utilizând un Mesh de tip “Solid Mesh” cu elemente tetraedale cu baze curbate, 29 puncte Jacobiene, obținând 126580 de elemente și 196829 noduri, dimensiunea maximă a unui element fiind de 3.17561 mm.

În cadrul studiului “*Thermal*” am simulat efectele încălzirii grinzii studiate pentru fiecare valoare a temperaturii figura (3.6), raportată la valoarea de referință $T_0=24.85\text{ }^{\circ}\text{C}$.

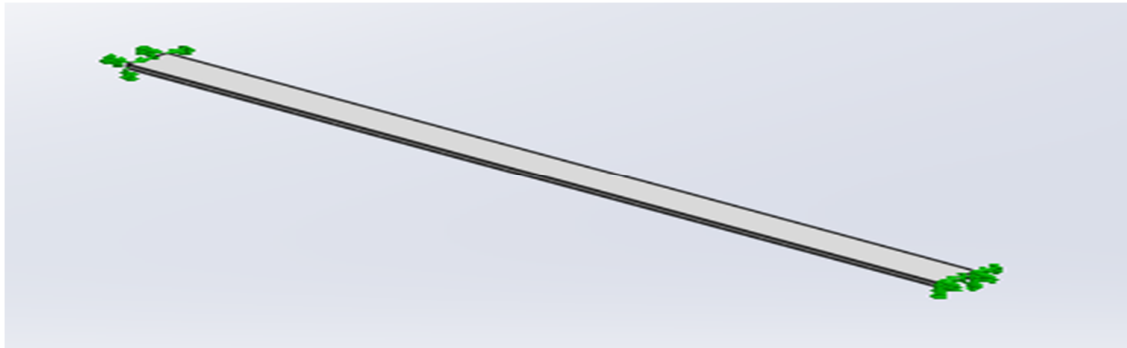


Figura 3.4 Modelul grindă cu condițiile la limită aplicate

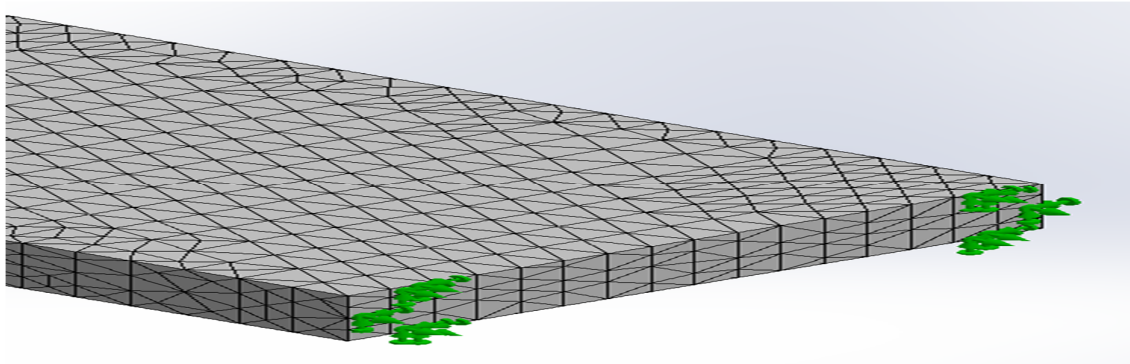


Figura 3.5 Discretizarea modelului analizat în elemente tetraedale cu baze curbate

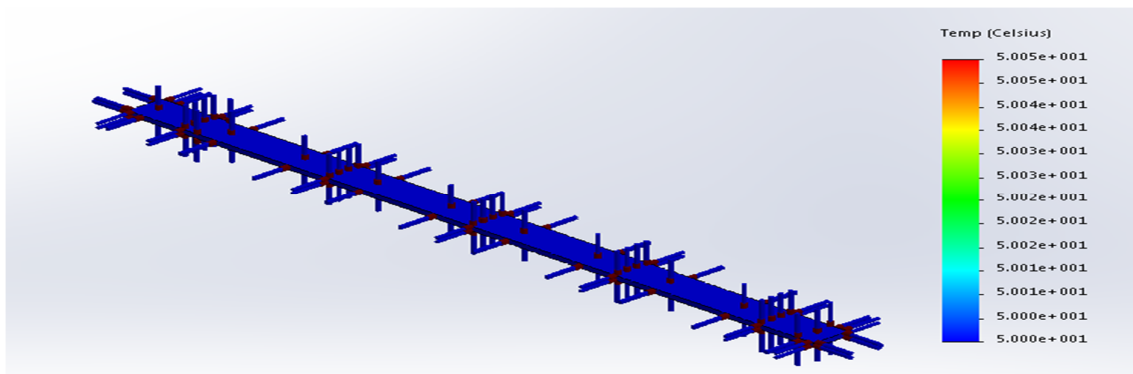


Figura 3.6 Prezentarea grafică a rezultatului studiului „*Thermal*” pentru $T=5\text{ }^{\circ}\text{C}$

Comportamentul dinamic al grinzii studiate a fost simulat în cadrul studiului „Frequency” pentru starea modelului caracterizată de studiul „Thermal” rulat pentru temperatura analizată. Valorile frecvențelor proprii ale modelului analizat conform metodologiei descrise, date în tabelele (3.10) și (3.11), au fost determinate pentru 20 de valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 0 °C -100 °C. Valorile temperaturilor pentru care au fost rulate cele două studii sunt cele pentru care s-au determinat frecvențele proprii ale grinzii studiate analitic. Acest lucru face posibilă compararea celor două seturi de valori în scopul evaluării oportunității utilizării uneia din cele două metode sau combinarea rezultatelor obținute prin cele două în obținerea unor modele de referință privind comportamentul dinamic al unei structuri.

Tabelul 3.10 Valorile FEM ale frecvențelor proprii ale grinzii studiate determinate pentru variația temperaturii în intervalul 0 °C-50 °C față de $T_0=24.85$ °C

Frecvența mod i [Hz]	Temperatura [°C]				
	0	5	10	15	20
1	70.508949	67.260544	63.826027	60.171417	56.251213
2	170.7095	165.63667	160.39008	154.95139	149.29878
3	312.19873	306.22275	300.12329	293.89282	287.52298
4	497.48111	490.98724	484.40442	477.72906	470.95731
5	727.20331	720.38104	713.49255	706.53607	699.50946
6	1001.405	994.35699	987.25812	980.1073	972.90344
7	1319.8633	1312.6498	1305.396	1298.1014	1290.7654
8	1682.1862	1674.8447	1667.4707	1660.0637	1652.6233
9	2087.8638	2080.4187	2072.9465	2065.4475	2057.9207
	Temperatura [°C]				
	24.85	30	35	40	45
1	52.135151	47.331425	42.093517	36.03426	28.625431
2	143.58661	137.24126	130.76469	123.92615	116.66039
3	281.20239	274.32739	267.47989	260.44931	253.22121
4	464.29269	457.10791	450.02115	442.81973	435.49817
5	692.62488	685.23785	677.98834	670.65979	663.24976
6	965.86395	958.33203	950.96198	943.53406	936.04681
7	1283.6091	1275.9659	1268.501	1260.9917	1253.4373
8	1645.3738	1637.6405	1630.0973	1622.5188	1614.9045
9	2050.5933	2042.7837	2035.1729	2027.5332	2019.8646

Reprezentarea grafică în funcție de temperatură a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii studiate obținute prin simulări numerice cu metoda elementului finit este dată în figura (3.7). Se observă aceeași evoluție, de scădere a valorilor odată cu creșterea temperaturii

de achiziție peste valoarea temperaturii de referință și de creștere, dacă temperatura scade față de referință, ca și în cazul valorilor determinate analitic.

Tabelul 3.11 Valorile FEM ale frecvențelor proprii ale grinzii studiate determinate pentru variația temperaturii în intervalul 50 °C-100 °C față de $T_0=24.85$ °C

Frecvența mod i [Hz]	Temperatura [°C]				
	53.46	60	65	70	75
1	2.5166694	25.701031	34.236839	41.179253	47.261322
2	103.13281	91.231781	80.903343	68.982773	54.427696
3	240.49446	230.17636	221.9696	213.45587	204.60176
4	422.81964	412.75095	404.88446	396.86279	388.67688
5	650.5188	640.50317	632.73889	624.87817	616.91754
6	923.2395	913.21533	905.47656	897.67102	889.79694
7	1240.5498	1230.4944	1222.7509	1214.9578	1207.1144
8	1601.9386	1591.8425	1584.0804	1576.2799	1568.4406
9	2006.8224	1996.6815	1988.8936	1981.075	1973.2252
	Temperatura [°C]				
	80	83.37	90	95	100
1	52.810547	56.347687	63.00412	67.879845	72.736488
2	33.997738	8.2446337	49.915482	65.83667	78.687828
3	195.3679	188.90689	175.56438	164.87058	153.54317
4	380.31677	374.57834	363.02899	354.07574	344.8967
5	608.85315	603.3573	592.39722	583.99695	575.4754
6	881.8526	876.45781	865.74573	857.57922	849.33459
7	1199.2197	1193.8693	1183.2722	1175.2174	1167.1071
8	1560.5618	1555.229	1544.6836	1536.6829	1528.6403
9	1965.3441	1960.0144	1949.4862	1941.5085	1933.498

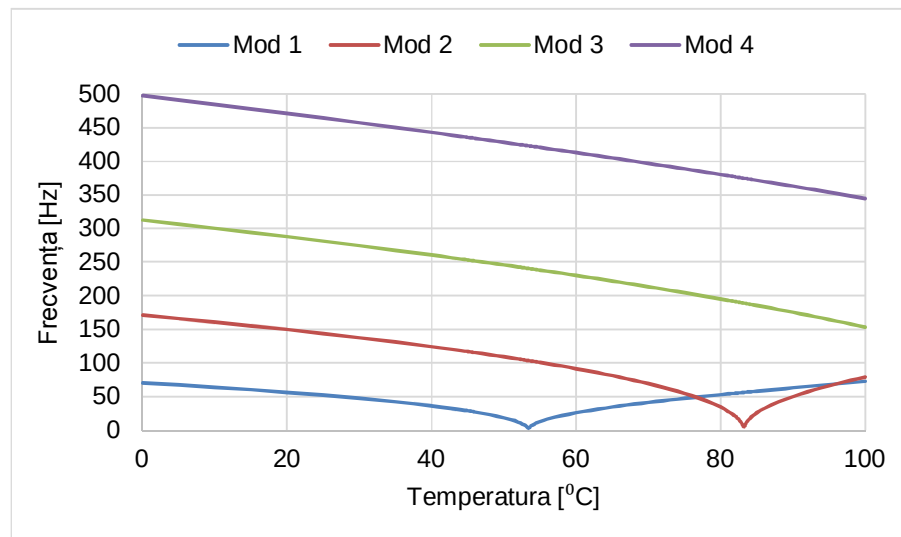


Figura 3.7. Valorile frecvențelor FEM funcție de temperatură pentru primele 4 moduri de vibrație a grinzii studiate

Prin metoda elementului finit se determină valorile frecvențelor proprii pentru un mod de vibrație și pentru valori ale temperaturii mai mari decât temperatura critică corespunzătoare modului respectiv, valori care nu pot fi definite analitic. Valorile frecvențelor proprii ale modurilor 1 și 2 devin egale pentru două valori ale temperaturii, o valoare situată în intervalul determinat de cele două temperaturi critice, cealaltă după temperatura critică a modului 2. După cum se observă din reprezentarea grafică pe intervalul de temperaturi determinat de valorile critice a două moduri de vibrație consecutive, valorile modului de rang mai mic cresc, iar cele a modului mai mare descresc. Pe intervalul determinat de cele două valori ale temperaturii la care frecvențele celor două moduri sunt egale modul de rang superior are valori ale frecvențelor proprii mai mici decât modul mai mic. Acest lucru trebuie luat în seamă atunci când se analizează comportamentul dinamic al grinzilor cu rigiditate scăzută.

3.4.2. Compararea valorilor frecvențelor proprii obținute prin cele două metode, FEM și analitic

Pentru a evidenția diferențele sau asemănările care pot să apară în evoluția valorilor frecvențelor proprii determinate prin cele două metode de calcul pe intervalul de temperatură analizat vom reprezenta pe același grafic valorile obținute prin cele două metode pentru aceleași moduri de vibrație. Datorită diferențelor mari între valorile frecvențelor proprii ale modurilor 1 și 4, nu se observă detaliile. Din acest motiv, pentru o mai bună vizualizare vom reprezenta valorile frecvențelor proprii a două moduri de vibrație pe un grafic. În figura (3.8) sunt reprezentate frecvențele proprii ale modurilor de vibrație 1 și 2 și în figura (3.9) valorile frecvențelor proprii ale modurilor de vibrație 3 și 4. Se observă o variație aproape identică a valorilor frecvențelor proprii determinate prin cele două metode de calcul. Cea mai mare diferență vizibilă pe figurile (3.8) și (3.9) se înregistrează între valorile frecvențelor modului 3 de vibrație la temperatura de achiziție de 100 °C. Eroarea relativă a celor două valori cu referință la analitic este de 5.66 %. Explicația acestei diferențe poate fi apropierea valorii temperaturii de achiziție de valoarea temperaturii critice a modului 3. Deoarece temperatura critică a modului 3 este în afara intervalului studiat vom analiza detaliile care arată evoluția comparativă a valorilor frecvențelor proprii ale modurilor 1 și 2 în apropierea temperaturilor critice, prezentate în figurile (3.10) și (3.11).

Figura (3.10) arată o evoluție aproape identică a valorilor frecvențelor proprii FEM și analitice cu excepția că valoarea FEM nu ajunge la zero, dar ordonata punctului de minim corespunde cu cea a valorii zero obținută analitic.

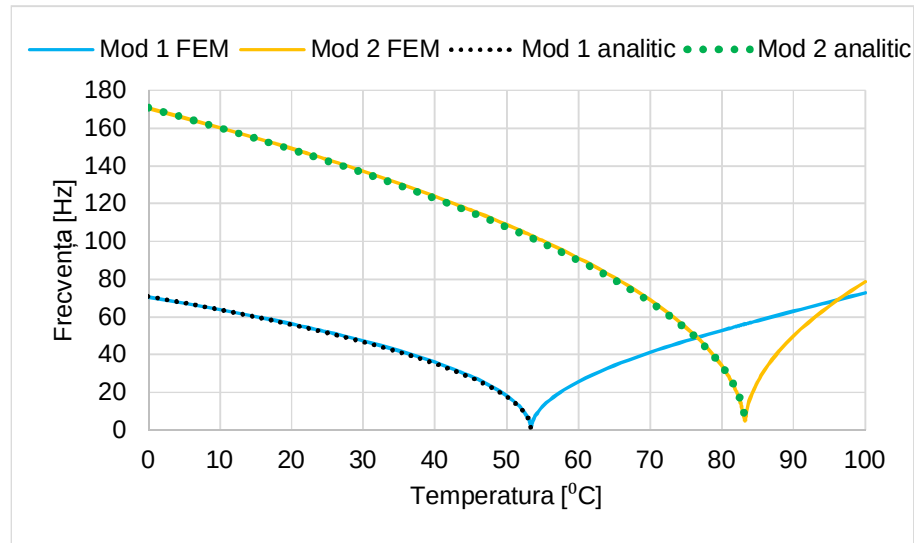


Figura 3.8. Evoluția valorilor frecvențelor proprii ale modurilor 1 și 2 determinate prin cele două metode pe intervalul de temperatură studiat

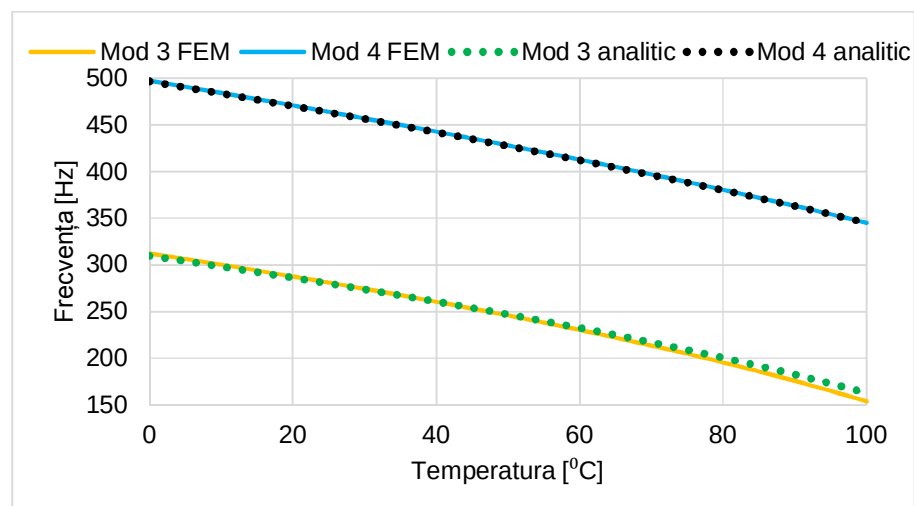


Figura 3.9. Evoluția valorilor frecvențelor proprii ale modurilor 3 și 4 determinate prin cele două metode pe intervalul de temperatură studiat

În figura (3.11) este vizibilă tendința de creștere a valorilor în intervalul de temperaturi apropiat temperaturii critice 2, care ajung la zero după ordonata punctului de minim a valorilor FEM. Diferența relativă între cele două valori analizate raportată la valoarea mai mare analitică la temperatura de 83 °C este de 28.14 %. Aceste observații împreună cu diferențele evidente înregistrate de valorile frecvențelor modului 3 atunci când temperatura de achiziție se apropie de limita intervalului analizat, adică de temperatura de 100 °C, conduc spre următoarele concluzii valabile pentru intervalul studiat:

- cele mai mari diferențe între valorile frecvențelor proprii determinate prin cele două metode

se înregistrează atunci când temperaturile de achiziție se apropie de temperatura critică corespunzătoare modului analizat.

- intervalul pe care se înregistrează aceste abateri este limitat superior de temperatura critică a modului respectiv, iar mărimea intervalului crește odată cu rangul modului de vibrație.
- valorile frecvențelor proprii determinate analitic pentru temperaturi cuprinse în aceste intervale sunt mai mari decât cele determinate FEM pentru aceleași valori ale temperaturii.

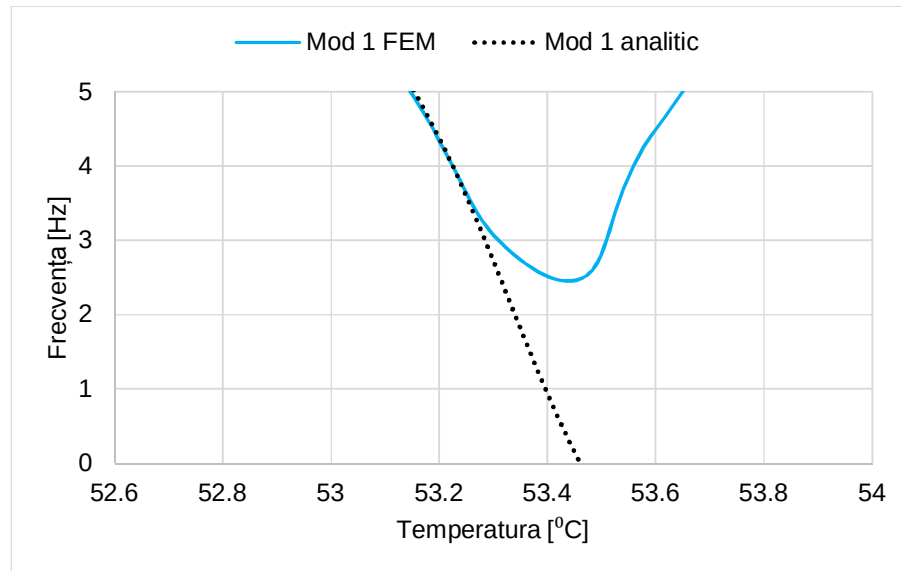


Figura 3.10. Evoluția valorilor frecvențelor proprii ale modului 1 determinate prin cele două metode de calcul la valori ale temperaturii apropiate temperaturii critice 1

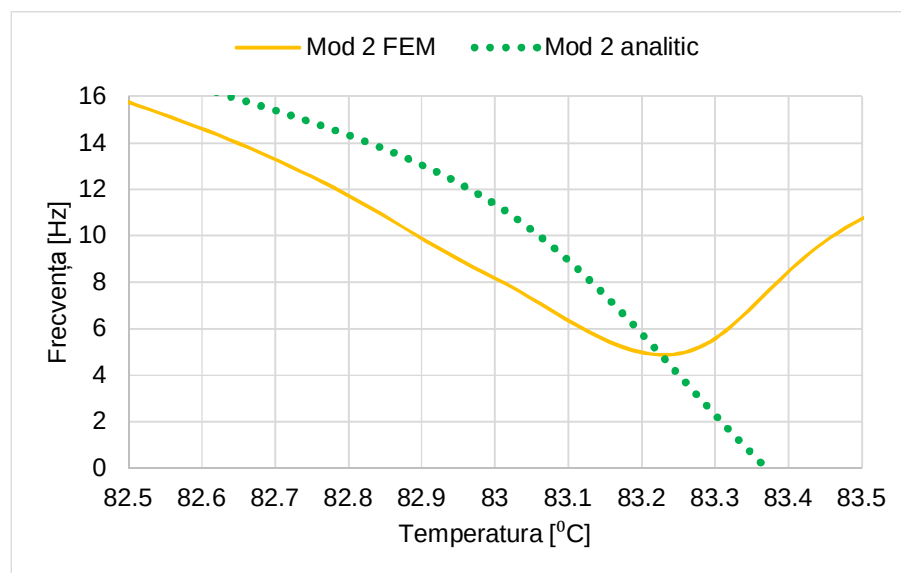


Figura 3.11. Evoluția valorilor frecvențelor proprii ale modului 2 determinate prin cele două metode de calcul la valori ale temperaturii apropiate temperaturii critice 2

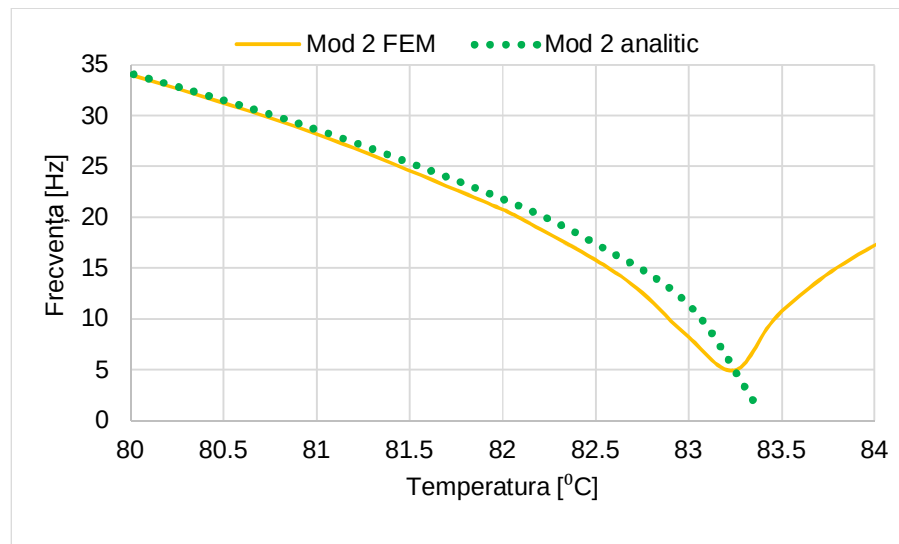


Figura 3.12. Delimitarea grafică a intervalului de temperaturi pe care valorile frecvențelor proprii ale modului 2 determinate prin cele două metode înregistrează abateri semnificative

În figura (3.12) este prezentat în detaliu intervalul de temperaturi pe care se înregistrează creșterea valorilor analitice față de cele FEM pentru modul 2 de vibrație. Intervalul este restrâns, 80 °C-83.25 °C, dar datorită valorilor scăzute ale frecvențelor modului 2 pentru aceste temperaturi abaterea relativă este foarte mare, așa cum am arătat anterior tinde spre 30 %.

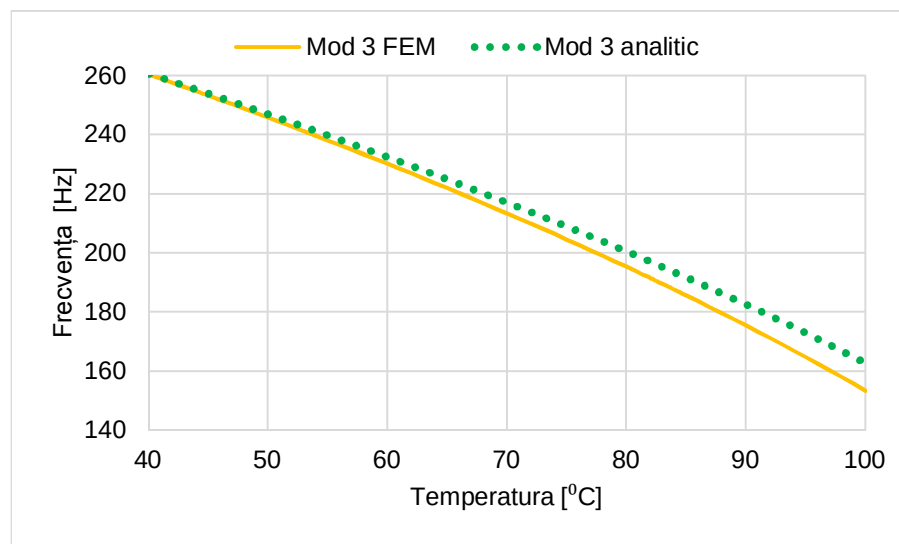


Figura 3.13. Delimitarea grafică a intervalului de temperaturi pe care valorile frecvențelor proprii ale modului 3 determinate prin cele două metode înregistrează abateri semnificative

Abaterile celor două seturi de valori conform celor observate în figura (3.13), se desfășoară pe un interval de temperaturi mult mai larg pentru modul 3 de vibrație. Limita inferioară a acestui interval este în jurul valorii temperaturii de 45 °C, iar cea superioară, deși nu este situată în intervalul de temperaturi, având în vedere variația liniară a valorilor nu poate fi decât temperatura critică a modului 3.

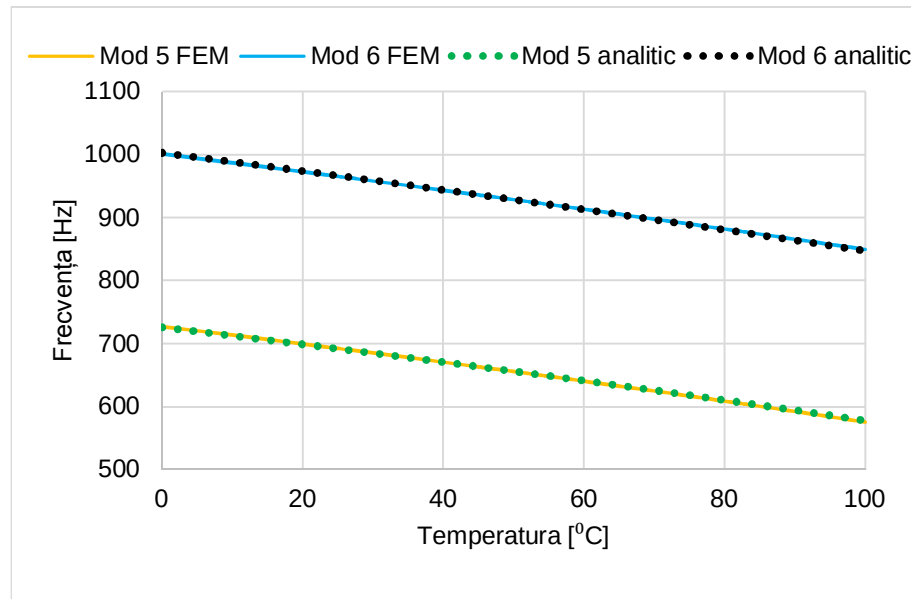


Figura 3.14. Evoluția valorile frecvențelor proprii ale modurilor 5 și 6 determinate prin cele două metode pe intervalul de temperatură studiat

Abaterea relativă a valorilor frecvențelor modului 3 variază mai lent pe acest interval decât în cazul valorilor modului 2. La temperatura de 50 °C, abaterea relativă raportată la valoarea analitică este de 0.48 %, la temperatura de 60 °C este de 0.98 %, la 80 °C este de 2.57 %, iar la 100 °C, așa cum am mai arătat este de 5.66 %. Din figurile (3.9) și (3.14) observăm că modurile de vibrație mai mari de 3 înregistrează abateri foarte mici, neglijabile, între valorile frecvențelor proprii obținute prin cele două metode, pentru temperaturi cuprinse în intervalul analizat. Astfel, valorile frecvențelor modului 4 au o abatere relativă cu referință valoarea analitică de -0.24 % la 0 °C, -0.21 % la temperatura de referință $T_0=24.85$ °C și de 0.13 % la 100 °C. Abaterile valorilor modului 5 de vibrație calculate la fel sunt de -0.17 % la 0 °C, -0.07 % la temperatura $T_0=24.85$ °C și de 0.3 % la 100 °C. Pentru modul 6 de vibrație avem o abatere de 0.11 % la 0 °C, 0.08 % la $T_0=24.85$ °C și de -0.25 % la 100 °C.

Aceste observații sunt utile atunci când în modelarea comportamentului dinamic al unei grinzi încastrate la ambele capete sunt utilizate date obținute prin ambele metode.

Rezultatele acestei analize vor fi utilizate în continuare în prelucrarea inversă a valorilor frecvențelor proprii astfel determinate, cu scopul eliminării modificărilor acestor

valori datorate variației temperaturii, pentru a le face comparabile cu cele care caracterizează starea de referință. Acest procedeu denumit în continuare, procedeu de filtrare, este o fază esențială a prelucrării datelor utilizate în procesele de monitorizare, de care depinde într-o mare măsură succesul acestuia.

3.4.3. Analiza prin metoda elementului finit a influenței forței axiale datorată variației temperaturii asupra formelor modale

În capitolul 2 al acestei teze, am analizat formele modurilor de vibrație transversală ale grinzilor încastrate la ambele capete, solicitată static de forțe axiale. În urma studiilor realizate am concluzionat că deformația datorată flambajului grinzii sub acțiunea unei forțe axiale mai mare decât prima valoare critică, determină asimetria formelor modurilor de vibrație a grinzii deformată, prin modificarea referinței. În analiza realizată prin metoda elementului finit am simulat comportamentul dinamic al grinzii studiate solicitată de forțe axiale determinate de variația temperaturii în intervalul 0°C - 100°C , față de valoarea de referință aleasă $T_0=24.850^{\circ}\text{C}$, interval care conține și valorile temperaturilor critice ale modurilor 1 și 2. În urma analizei la care am făcut referire anterior, am concluzionat că grinda studiată se poate deforma ca urmare a flambajului numai conform formei modului 1, indiferent de valoarea cu care sarcina axială depășește valoarea forței critice corespunzătoare modului 1. În analiza formelor modurilor de vibrație a grinzii studiate obținute prin simulări numerice, vom urmări dacă se confirmă cele două concluzii, deformarea doar în forma modului 1 de flambaj și asimetria formelor modurilor de vibrație față de axa nedeformată a grinzii, adică necesitatea caracterizării deformației specifice unui mod de vibrație prin definirea formelor alternative ale acestuia.

Deformațiile structurilor reale determinate de solicitările statice sunt mici comparativ cu dimensiunea lor. Din acest motiv și pentru a putea urmări cele două direcții de analiză propuse vom compara forma modului 3 de vibrație a grinzii studiate obținut prin simulări numerice, la temperatura de referință figura (3.15) și la temperatura de 100°C , figura (3.16). Din analiza celor două figuri se evidențiază foarte clar deplasarea formei modului, obținută la temperatura de 100°C , față de axa grinzii nedeformate.

Deplasările maxime marcate pe figura (3.15), indică deplasări laterale de valori egale față de axa nedeformată, ceea ce indică o formă simetrică a modului de vibrație pentru grinda neîncărcată axial, comparabilă cu cea obținută analitic, figura (2.13). Forma modului 3 a grinzii încărcată cu sarcini axiale cu valoare determinată de creșterea temperaturii de la valoarea de referință la $T=100^{\circ}\text{C}$, prezentată în figura (3.16) este deformată, deplasările

laterale marcate indică o modificare relativă a punctelor de maxim situate de cele două părți, în raport cu axa de 29 %.

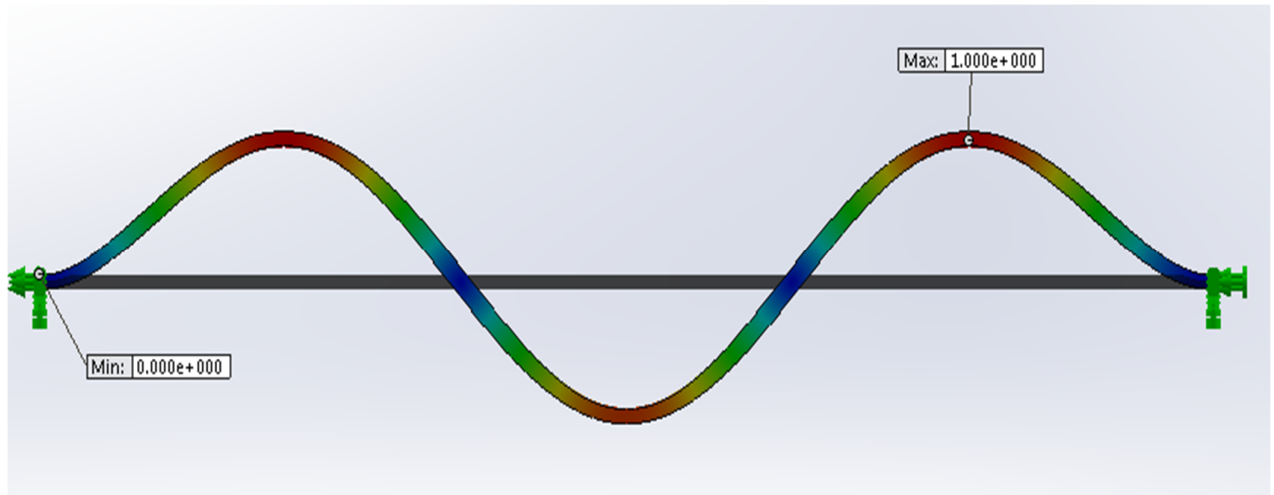


Figura 3.15. Forma FEM normalizată a modului 3 de vibrație pentru $T_0 = 24.850 \text{ } ^\circ\text{C}$

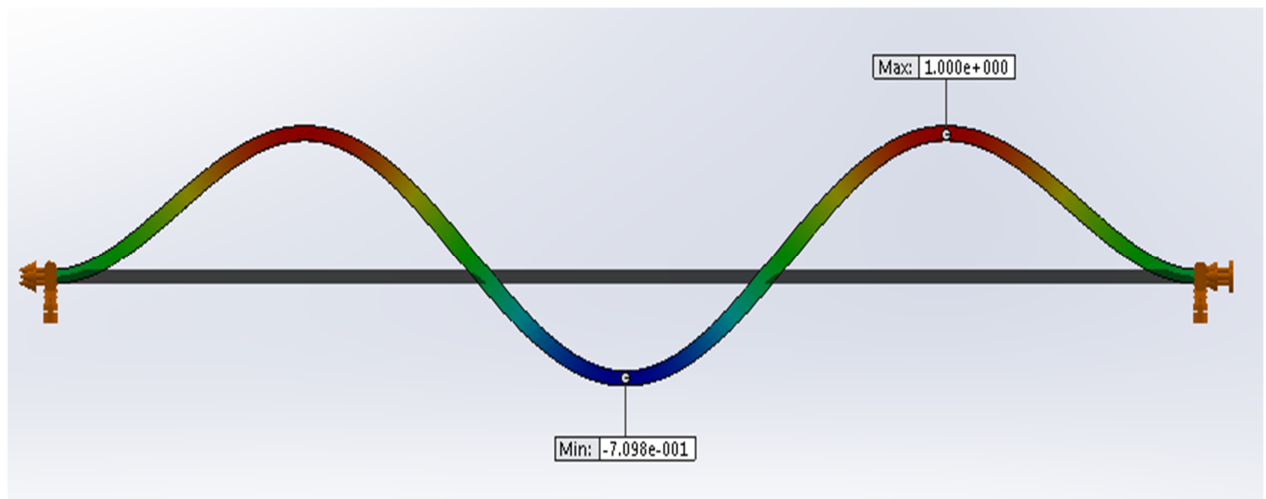


Figura 3.16. Forma FEM normalizată a modului 3 de vibrație pentru $T = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$

Forma modului 3 la $T = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$ este similară cu cea determinată analitic, prezentată în figura (2.22), adică este asimetrică față de axa grinzii nedeformate, deci pentru a caracteriza deformările acestui mod de vibrație, pentru starea de încărcare dată, este necesară și forma alternativă.

Analizând figurile (3.15), (3.16) și (2.22), putem concluziona că deformarea grinzii ca urmare a forței axiale determinată de creșterea temperaturii față de valoarea de referință peste valoarea critică corespunzătoare modului 2, este de forma modului 1 de flambaj. Acest lucru este confirmat de poziția punctului de extrem central care nu s-a deplasat de pe secțiunea mediană a grinzii.

3.5. Filtrarea valorilor frecvențelor determinate FEM în vederea eliminării modificărilor produse de variația temperaturii

Succesul proceselor de monitorizare a structurilor reale depinde în mare măsură de acuratețea datelor achiziționate. Literatura de specialitate arată importanța prelucrării datelor achiziționate în vederea eliminării modificărilor produse de variația factorilor externi asupra lor, fără a altera modificările determinate de apariția sau evoluția defectelor. În cadrul acestui subcapitol vom testa capacitatea relației analitice de filtrare (3.13), de a elimina din valorile frecvențelor proprii determinate FEM pentru grinda studiată, modificările produse de variația temperaturii.

Eficiența va fi evaluată în funcție de valoarea erorilor relative de filtrare determinate de comparația valorilor filtrate cu valorile determinate FEM pentru temperatura de referință.

3.5.1. Filtrarea valorilor frecvențelor proprii obținute prin simulări numerice cu metoda elementului finit

Aceste valori se vor determina analitic cu relația (3.13), pentru toate cele 9 moduri de vibrație analizate, pentru toate valorile determinate FEM la temperaturile analizate, valori pe care le vom denumi în continuare valori sursă. Pentru a fi utile, este necesar ca valorile să rezulte din procesul de filtrare cu erori relative față de valorile de referință, subunitare. Valorile filtrate sunt date în tabelele (3.12) și (3.13). Pentru a da o imagine cu caracter mai general valorilor date în tabelele amintite, acestea vor fi exprimate în funcție de ΔT .

Din analiza valorilor filtrate se desprinde o primă observație importantă, aceea că deși prin metoda elementului finit sunt determinate valori ale frecvențelor proprii ale unui anumit mod de vibrație la valori ale temperaturilor mai mari decât valorile critice, acestea nu pot fi utilizate direct în cadrul proceselor de monitorizare deoarece nu pot fi definite analitic, nu pot fi filtrate. De asemenea se observă că aceste valorile filtrate descresc odată cu creșterea temperaturii la care au fost achiziționate valorile sursă.

Pentru a aprecia acuratețea procesului de filtrare vom determina erorile relative ale valorilor filtrate față de valorile FEM determinate pentru fiecare mod de vibrație la temperatura de referință, denumite în continuare valori de referință. Valorile erorilor de filtrare sunt date în tabelele (3.14) și (3.15).

Pentru a evalua mai ușor valorile erorilor de filtrare și distribuția lor pe intervalul de temperaturi analizat le-am reprezentat grafic în funcție de ΔT . Pentru a fi mai bine vizualizate am reprezentat în figura (3.17) valorile pentru primele trei moduri de vibrație și în figura (3.18) valorile corespunzătoare celorlalte șase moduri.

Tabelul 3.12 Valorile filtrate ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul $-24.85\text{ }^{\circ}\text{C}$ - $35.15\text{ }^{\circ}\text{C}$

Frecvența mod i [Hz]	$\Delta T\text{ }[^{\circ}\text{C}]$				
	-24.85	-19.85	-14.85	-9.85	-4.85
1	51.579943	51.679784	51.785255	51.896756	52.0146174
2	143.02427	143.13235	143.24307	143.35642	143.472213
3	282.98087	282.68453	282.36068	282.00608	281.616943
4	465.18889	465.03063	464.86207	464.68243	464.490845
5	694.46176	694.1207	693.76597	693.39695	693.012722
6	967.14428	966.9018	966.65199	966.39455	966.129192
7	1285.4312	1285.0806	1284.7222	1284.3557	1283.98084
8	1646.8847	1646.5915	1646.2929	1645.9889	1645.67938
9	2052.5102	2052.1354	2051.7551	2051.3696	2050.97818
	$\Delta T\text{ }[^{\circ}\text{C}]$				
	5.15	10.15	15.15	20.15	25.15
1	52.269483	52.404378	52.537692	52.64607	52.5604313
2	143.7099	143.83059	143.95104	144.06923	144.18173
3	280.71698	280.19499	279.61596	278.97147	278.251427
4	464.06806	463.83469	463.5851	463.31788	463.031462
5	692.19558	691.76076	691.307	690.83327	690.338341
6	965.57353	965.28248	964.9822	964.67217	964.352026
7	1283.2052	1282.8037	1282.3929	1281.9724	1281.54167
8	1645.0433	1644.7165	1644.3836	1644.0444	1643.69884
9	2050.1785	2049.7699	2049.3552	2048.9343	2048.50723
	$\Delta T\text{ }[^{\circ}\text{C}]$				
	26.15	27.15	28.15	28.45	35.15
1	52.40646	51.981934	49.442748	41.461564	Nedefinită
2	144.20308	144.2239	144.24411	144.25001	144.359329
3	278.09733	277.93963	277.7782	277.72899	276.533604
4	462.97176	462.91118	462.84975	462.83113	462.394212
5	690.23666	690.13417	690.03067	689.99943	689.279458
6	964.28677	964.22108	964.15496	964.13497	963.679722
7	1281.4544	1281.3666	1281.2784	1281.2518	1280.64888
8	1643.6289	1643.5588	1643.4883	1643.4671	1642.98773
9	2048.421	2048.3345	2048.2478	2048.2217	2047.63345

Tabelul 3.13 Valorile filtrate ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul 40.15 °C-75.15 °C

Frecvența mod i [Hz]	ΔT [°C]				
	40.15	45.15	50.15	55.15	56.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	144.38731	144.30221	143.88429	141.58757	139.82968
3	275.50302	274.32964	272.9856	271.43579	271.09741
4	462.03927	461.65708	461.24494	460.79978	460.70648
5	688.71255	688.11848	687.49546	686.8414	686.70675
6	963.32656	962.9614	962.58361	962.19268	962.11292
7	1280.186	1279.7115	1279.2252	1278.7266	1278.6254
8	1642.622	1642.249	1641.8688	1641.4812	1641.4027
9	2047.1866	2046.7329	2046.2721	2045.8043	2045.7099
	ΔT [°C]				
	57.15	57.21	57.65	57.9	58.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	135.34568	134.84845	128.96345	121.53527	102.07856
3	270.74864	270.72738	270.57021	270.47999	270.38904
4	460.61171	460.60597	460.56373	460.53962	460.51542
5	686.57069	686.56246	686.50214	686.46772	686.43324
6	962.03249	962.0277	961.9921	961.97188	961.95156
7	1278.5237	1278.5175	1278.4726	1278.447	1278.4213
8	1641.3239	1641.3192	1641.2845	1641.2647	1641.2449
9	2045.6151	2045.6094	2045.5677	2045.5438	2045.52
	ΔT [°C]				
	58.4	60.15	65.15	70.15	75.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	106.97214	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
3	270.2974	269.63555	267.52736	265.03666	262.06599
4	460.4911	460.31814	459.79611	459.22921	458.61226
5	686.39865	686.15427	685.43157	684.67082	683.86901
6	961.93127	961.788	961.36886	960.93457	960.4844
7	1278.3958	1278.2153	1277.6906	1277.1523	1276.5998
8	1641.2251	1641.0858	1640.6826	1640.2711	1639.8513
9	2045.4963	2045.3291	2044.8465	2044.3561	2043.8581

Tabelul 3.14 Valorile erorilor relative de filtrare ale frecvențelor proprii determinate FEM
pentru valori ΔT cuprinse în intervalul $-24.85\text{ }^{\circ}\text{C}$ - $35.15\text{ }^{\circ}\text{C}$

Eroare mod i [%]	$\Delta T\text{ }[^{\circ}\text{C}]$				
	-24.85	-19.85	-14.85	-9.85	-4.85
1	1.0649405	0.8734356	0.6711332	0.4572637	0.23119434
2	0.3916389	0.3163678	0.2392521	0.1603149	0.0796703
3	-0.632455	-0.527072	-0.411905	-0.2858043	-0.1474207
4	-0.193023	-0.158939	-0.122632	-0.083942	-0.04267799
5	-0.265207	-0.215964	-0.164749	-0.1114711	-0.05599623
6	-0.132558	-0.107452	-0.081589	-0.0549349	-0.02746132
7	-0.14195	-0.114639	-0.08671	-0.058158	-0.02895834
8	-0.091831	-0.074006	-0.055859	-0.0373852	-0.01857339
9	-0.093482	-0.075205	-0.056657	-0.0378589	-0.01877108
	$\Delta T\text{ }[^{\circ}\text{C}]$				
	5.15	10.15	15.15	20.15	25.15
1	-0.257661	-0.516402	-0.772111	-0.9799905	-0.81572673
2	-0.085868	-0.169917	-0.253804	-0.3361218	-0.41446816
3	0.1726206	0.358248	0.5641609	0.7933525	1.04940997
4	0.048383	0.0986448	0.1524018	0.2099558	0.27164593
5	0.0619806	0.1247597	0.1902729	0.2586691	0.33012627
6	0.0300687	0.0602027	0.0912919	0.1233904	0.15653614
7	0.0314658	0.062744	0.0947487	0.1275096	0.16106591
8	0.0200859	0.039947	0.0601807	0.0807968	0.1017971
9	0.020225	0.0401505	0.0603766	0.0808997	0.101728
	$\Delta T\text{ }[^{\circ}\text{C}]$				
	26.15	27.15	28.15	28.45	35.15
1	-0.520395	0.293884	5.1642764	20.472918	Nedefinită
2	-0.429335	-0.443835	-0.457915	-0.4620221	-0.53815588
3	1.1042076	1.160291	1.2176951	1.2351957	1.66029491
4	0.2845049	0.2975514	0.3107831	0.3147944	0.40889779
5	0.3448061	0.3596047	0.374548	0.3790579	0.48300606
6	0.1632926	0.1700938	0.1769389	0.1790088	0.22614272
7	0.1678676	0.1747077	0.1815763	0.1836459	0.23061918
8	0.1060496	0.1103099	0.1145934	0.1158826	0.1450156
9	0.1059355	0.110151	0.1143807	0.1156508	0.14433925

Tabelul 3.15 Valorile erorilor relative de filtrare ale frecvențelor proprii determinate FEM
pentru valori ΔT cuprinse în intervalul 40.15 °C-75.15 °C

Eroare mod i [%]	ΔT [°C]				
	40.15	45.15	50.15	55.15	56.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	-0.557644	-0.4983781	-0.2073197	1.3922173	2.6164918
3	2.0267853	2.4440575	2.9220213	3.4731583	3.5934892
4	0.4853462	0.5676615	0.6564293	0.7523089	0.7724044
5	0.5648551	0.6506265	0.7405764	0.8350086	0.8544495
6	0.2627075	0.300514	0.3396274	0.3801021	0.3883607
7	0.2666805	0.3036464	0.3415321	0.3803714	0.3882598
8	0.1672429	0.1899105	0.2130179	0.2365798	0.2413496
9	0.1661322	0.1882566	0.2107261	0.2335422	0.2381445
	ΔT [°C]				
	57.15	57.21	57.65	57.9	58.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	5.7393418	6.0856377	10.184211	15.357518	28.90802
3	3.7175188	3.72508	3.7809701	3.8130552	3.8453994
4	0.7928153	0.7940513	0.8031504	0.8083414	0.8135555
5	0.8740934	0.875282	0.8839907	0.8889605	0.8939377
6	0.3966873	0.3971834	0.4008697	0.402963	0.4050669
7	0.3961858	0.3966655	0.4001642	0.402161	0.4041596
8	0.2461369	0.2464242	0.2485342	0.2497366	0.2509416
9	0.2427647	0.243045	0.2450806	0.2462431	0.2474025
	ΔT [°C]				
	58.4	60.15	65.15	70.15	75.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	25.499919	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
3	3.8779858	4.1133525	4.8630556	5.7487882	6.805205
4	0.8187925	0.8560447	0.9684809	1.0905798	1.2234589
5	0.8989322	0.9342158	1.0385582	1.1483933	1.2641568
6	0.4071676	0.4220009	0.4653957	0.5103597	0.5569676
7	0.4061496	0.4202077	0.4610832	0.5030188	0.5460649
8	0.2521414	0.2606103	0.285115	0.3101229	0.3356388
9	0.2485587	0.2567123	0.28025	0.3041623	0.3284501

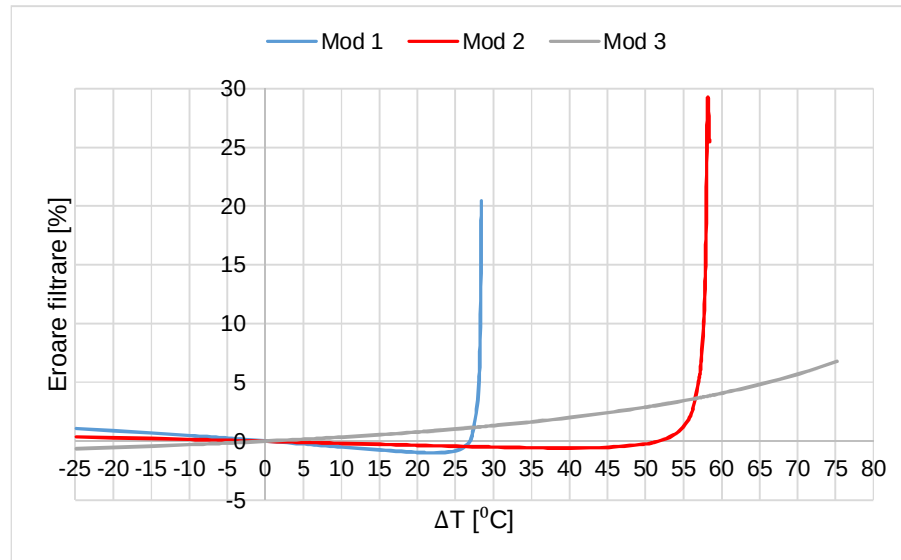


Figura 3.17 Variația erorilor de filtrare a valorilor frecvențelor proprii determinate FEM pentru modurile de vibrație 1, 2 și 3

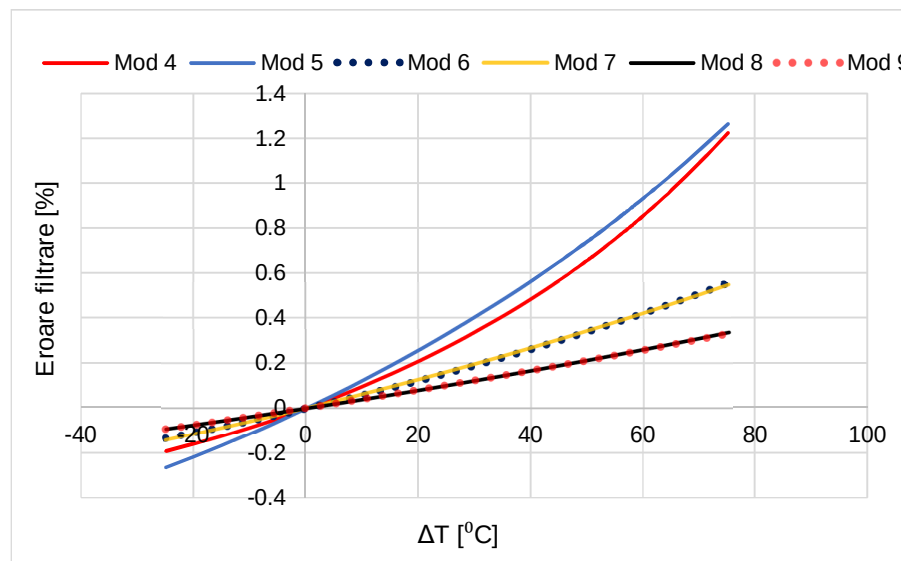


Figura 3.18 Variația erorilor de filtrare a valorilor frecvențelor proprii determinate FEM pentru modurile de vibrație 4 - 9

Din figurile de mai sus observăm că se confirmă concluziile trase în urma analizei valorilor frecvențelor proprii ale grinzii analizate determinate FEM și analitic pentru valorile temperaturii cuprinse în intervalul 0 $^{\circ}\text{C}$ –100 $^{\circ}\text{C}$. Și anume variația neliniară a valorilor frecvențelor proprii ale unui mod de vibrație în cadrul unui interval de temperaturi apropiat și mărginit superior de valoarea critică corespunzătoare modului respectiv, nu poate fi descrisă fidel de relația analitică utilizată și produce salturi ale valorilor erorilor de filtrare.

Cele mai mari erori de filtrare corespund frecvențelor modurilor de vibrație 1,2 și 3, determinate pentru valori ale temperaturii apropiate de valorile critice corespunzătoare fiecăruia, cuprinse în intervale delimitate grafic în analiza efectuată în acest capitol. De asemenea observăm că erorile scad în valoare procentuală odată cu creșterea modului de vibrație. Erorile de filtrare a valorilor frecvențelor proprii ale modurilor de vibrație 6 – 9 sunt subunitare, pot fi utilizate fără să afecteze calitatea proceselor de monitorizare, dar sunt mult mai greu de achiziționat pe cale experimentală comparativ cu modurile 1 – 5, datorită valorilor mari ale frecvențelor și a amplitudinilor mici dezvoltate în urma unei excitații produse prin metode comune.

Rezolvarea acestei probleme constă în găsirea unei metode de corectare a valorilor filtrate, care să permită reducerea erorilor la valori subunitare și care să nu afecteze eventualele modificări ale valorilor frecvențelor proprii datorate apariției sau evoluției defectului. Aceste metode urmează să pună în valoare modurile de vibrație de rang mic a căror frecvențe proprii sunt mult mai ușor de determinat experimental.

3.5.2. Determinarea factorilor de corecție a valorilor filtrate

Corectarea valorilor filtrate ale frecvențelor proprii se justifică nu numai din motivele arătate în analiza anterioară, ci și de intuiția că variația valorilor frecvențelor proprii ale unei grinzi reale în funcție de temperatură poate să difere substanțial de variația impusă de relația analitică de filtrare, datorită deviațiilor comportamentului dinamic a acesteia, ca urmare a imperfecțiunilor constructive, abaterilor dimensionale sau de formă, neomogenităților materialului din care este construită sau a condițiilor la limită imperfecte. Acești factori de corecție notați $C_i(\Delta T)$ sunt meniți să adapteze formula analitică comportamentului dinamic specific al grinzii reale, ceea ce permite obținerea unor valori filtrate ale frecvențelor proprii, reale nealterate de erori.

Vom dezvolta o metodă de determinare a factorilor de corecție a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii ale grinzilor încastrate la ambele capete care să poată fi utilizată și în cazul monitorizării structurilor reale. Această metodă are la bază determinarea diferențelor înregistrate între valoarea frecvenței proprii de referință și valorile filtrate ale frecvențelor proprii măsurate la diferite valori ale temperaturii care caracterizează tot intervalul monitorizat, pentru fiecare mod de vibrație utilizat în procesele de monitorizare, diferențe exprimate în funcție de ΔT . Factorii de corecție astfel determinați vor caracteriza starea de referință, și nu vor fi modificați decât atunci când această stare va fi reconsiderată. Determinarea acestor factori de corecție pentru o grindă reală, presupune realizarea unui

număr suficient de măsurători ale valorilor frecvențelor proprii și a deplasărilor sistemului, la diferite valori ale temperaturii de achiziție, care să poată caracteriza starea inițială preferabil starea intactă a grinzii monitorizate pe tot intervalul de temperaturi preconizat a fi monitorizat. Succesul procesului de monitorizare depinde de precizia de măsurare a acestor valori.

Am abordat determinarea factorilor de corecție a valorilor filtrate pe două căi:

a) sub formă de raport între valoarea frecvenței la temperatura de referință și valorile filtrate care au ca sursă frecvențele proprii ale grinzii analizate pentru diferite valori ale temperaturii.

Această abordare presupune determinarea raporturilor între valoarea de referință și valorile filtrate ale frecvențelor proprii pentru toate temperaturile la care au fost achiziționate și se pretează cazurilor în care variațiile valorilor sursă descriu o curbă bine definită fără salturi iar diferențele înregistrate între valorile filtrate și valoarea de referință sunt relativ reduse. Cu valorile astfel obținute se generează o curbă care caracterizează evoluția valorilor factorilor de corecție pe tot intervalul de temperaturi monitorizat. Acest lucru este necesar pentru a determina acești factori de corecție și pentru valori ale temperaturii pentru care nu s-au realizat măsurători inițiale. Pentru determinarea valorilor factorilor de corecție în funcție de ΔT , se aproximează curba obținută cu o curbă a cărei ecuație este cunoscută.

Am realizat acest lucru folosind programul Excel [66], curbele au fost approximate succesiv cu funcții polinomiale de diferite ordine, până la obținerea unei abateri medii pătratice apropiată de valoarea unitară.

Vom prezenta determinarea factorilor de corecție pentru două moduri de vibrație reprezentative, modul 1 și modul 3, valorile factorilor de corecție corespunzătoare modului 2 se obțin la fel cu cele corespunzătoare modului 1, iar pentru celelalte moduri de vibrație se obțin la fel ca și cele corespunzătoare modului 3.

Curba de variație a raporturilor între valoarea frecvenței proprii a modului 1 de vibrație la temperatura de referință și valorile filtrate este dată în figura (3.19). Se observă că intervalul de temperaturi pentru care curba de variație a factorilor de corecție a putut fi aproximată cu o eroare satisfăcătoare este limitat superior de valoarea $\Delta T = 24.15^\circ\text{C}$, valoare mai mică decât cea critică. Și în cazul modului 2 de vibrație intervalul de temperaturi pentru care curba de variație a factorilor de corecție a putut fi aproximată satisfăcător este limitat superior la o valoare a diferenței de temperatură inferioară valorii critice. Acest lucru este determinat de salturile valorilor frecvențelor sursă la valori ale temperaturii apropiate

valorilor critice care nu permit o aproximare cu erori satisfăcătoare a curbei de variație a valorilor factorilor de corecție.

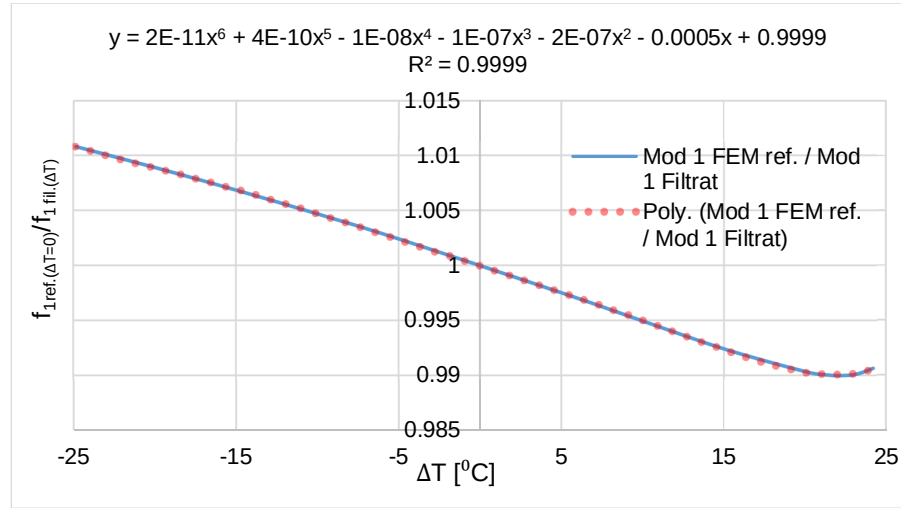


Figura 3.19 Variația valorilor factorilor de corecție pentru modul 1 de vibrație pentru variația diferenței de temperatură în intervalul -24.85 °C-24.15 °C

Ecuațiile care permit determinarea factorilor de corecție a valorilor filtrate a frecvențelor proprii ale grinzii analizate în funcție de ΔT , obținute conform metodei descrise, pentru modurile 1 și 2 de vibrație sunt:

$$C_1(\Delta T) = 2 \cdot 10^{-11} \Delta T^6 + 4 \cdot 10^{-10} \Delta T^5 - 1 \cdot 10^{-8} \Delta T^4 - 1 \cdot 10^{-7} \Delta T^3 - 2 \cdot 10^{-7} \Delta T^2 - 0.0005 \Delta T + 0.999 \text{ dacă } \Delta T \leq 24.15^\circ\text{C} \quad (3.15)$$

$$C_2(\Delta T) = 2 \cdot 10^{-12} \Delta T^6 - 8 \cdot 10^{-11} \Delta T^5 - 1 \cdot 10^{-9} \Delta T^4 + 8 \cdot 10^{-8} \Delta T^3 - 8 \cdot 10^{-8} \Delta T^2 - 0.0002 \Delta T + 1 \text{ dacă } \Delta T \leq 51.15^\circ\text{C} \quad (3.16)$$

Determinarea factorilor de corecție a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii ale modurilor de vibrație mai mari decât 2 se face conform exemplului prezentat în figura (3.20). Variația valorilor frecvențelor proprii ale modurilor mai mari decât 2, aproape liniară pe tot intervalul de temperaturi analizat, permite determinarea factorilor de corecție fără a fi necesară limitarea intervalelor.

Se pot determina și utiliza factori de corecție a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii ale acestor moduri de vibrație pentru orice valoare a temperaturii cuprinsă în intervalul analizat. După cum se observă în figura (3.20) abaterea medie pătratică de aproximare a curbei determinată de aceste valori este valoarea unitară. Ecuațiile care permit calcularea factorilor de corecție a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii ale modurilor 4 – 9 în funcție de ΔT , se vor determina la fel ca și în cazul modurilor 1 și 2.

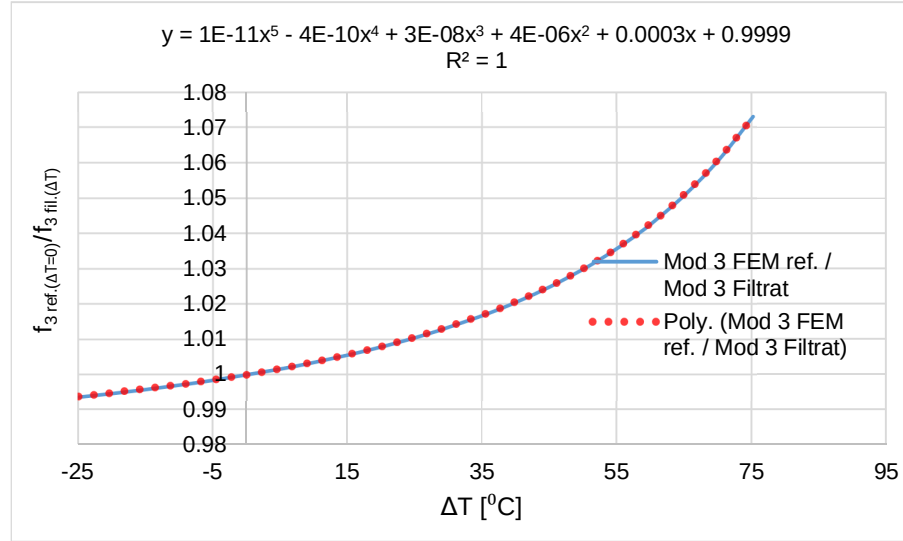


Figura 3.20 Variația valorilor factorilor de corecție pentru modul 3 de vibrație pentru variația diferenței de temperatură în intervalul -24.85 °C-75.15 °C

Ecuatiile astfel obținute sunt date de relațiile:

$$C_3(\Delta T) = 1 \cdot 10^{-11} \Delta T^5 - 4 \cdot 10^{-10} \Delta T^4 + 3 \cdot 10^{-8} \Delta T^3 + 4 \cdot 10^{-6} \Delta T^2 + 0.0003 \Delta T + 0.9999 \quad (3.17)$$

$$C_4(\Delta T) = 2 \cdot 10^{-13} \Delta T^5 + 9 \cdot 10^{-12} \Delta T^4 + 3 \cdot 10^{-9} \Delta T^3 + 6 \cdot 10^{-7} \Delta T^2 + 9 \cdot 10^{-5} \Delta T + 1 \quad (3.18)$$

$$C_5(\Delta T) = 5 \cdot 10^{-14} \Delta T^5 + 6 \cdot 10^{-12} \Delta T^4 + 2 \cdot 10^{-9} \Delta T^3 + 5 \cdot 10^{-7} \Delta T^2 + 0.0001 \Delta T + 1 \quad (3.19)$$

$$C_6(\Delta T) = 5 \cdot 10^{-15} \Delta T^5 + 1 \cdot 10^{-12} \Delta T^4 + 5 \cdot 10^{-10} \Delta T^3 + 2 \cdot 10^{-7} \Delta T^2 + 6 \cdot 10^{-5} \Delta T + 1 \quad (3.20)$$

$$C_7(\Delta T) = 2 \cdot 10^{-15} \Delta T^5 + 6 \cdot 10^{-13} \Delta T^4 + 3 \cdot 10^{-10} \Delta T^3 + 1 \cdot 10^{-7} \Delta T^2 + 6 \cdot 10^{-5} \Delta T + 1 \quad (3.21)$$

$$C_8(\Delta T) = 1 \cdot 10^{-10} \Delta T^3 + 7 \cdot 10^{-8} \Delta T^2 + 4 \cdot 10^{-5} \Delta T + 1 \quad (3.22)$$

$$C_9(\Delta T) = 4 \cdot 10^{-10} \Delta T^3 + 1 \cdot 10^{-7} \Delta T^2 + 6 \cdot 10^{-5} \Delta T + 1 \quad (3.23)$$

Valorile factorilor de corecție determinate cu aceste relații sunt date în tabelele (3.16) și (3.17) și valorile filtrate și corectate cu relația (3.24) sunt date în tabelele (3.12) și (3.13).

$$f_{i \rightarrow ref.}(\Delta T, \Delta l_s(\Delta T)) = \frac{f_{i \text{ mäs.}(\Delta T)}}{\sqrt{\left(1 - \frac{Al(\alpha l \Delta T - \Delta l_s)}{I \lambda_{if}^2}\right)}} C_i(\Delta T) \quad (3.24)$$

Tabelul 3.16 Valorile factorilor de corecție a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul -24.85°C - 35.15°C

Factor corecție mod i	$\Delta T [^{\circ}\text{C}]$				
	-24.85	-19.85	-14.85	-9.85	-4.85
1	1.0108419	1.0089665	1.0070477	1.0047882	1.00232536
2	1.0045407	1.0034264	1.002621	1.0017856	1.00085868
3	0.9933074	0.9942935	0.9953022	0.9963997	0.99763542
4	0.9980895	0.9984272	0.9987863	0.9991689	0.99957728
5	0.9977949	0.9981971	0.998619	0.9990617	0.99952654
6	0.9986252	0.998884	0.9991515	0.9994279	0.99971365
7	0.9985664	0.9988461	0.9991301	0.9994184	0.99971132
8	0.9990477	0.9992328	0.9994211	0.9996127	0.99980764
9	0.9985646	0.9988453	0.9991297	0.9994183	0.99971131
	$\Delta T [^{\circ}\text{C}]$				
	5.15	10.15	15.15	20.15	25.15
1	0.9973008	0.9946587	0.9919656	0.9899445	Nedefinită
2	0.9988778	0.9979284	0.9970375	0.9961953	0.9953931
3	1.0006549	1.0024853	1.0045543	1.0068818	1.00949292
4	1.0004798	1.0009786	1.0015123	1.0020838	1.00269635
5	1.0005285	1.0010687	1.0016371	1.0022355	1.00286598
6	1.0003144	1.0006301	1.0009567	1.0012945	1.00164391
7	1.0003117	1.0006196	1.000933	1.0012522	1.00157728
8	1.0002079	1.0004133	1.0006224	1.0008352	1.00105187
9	1.0003117	1.0006197	1.0009333	1.0012529	1.00157862
	$\Delta T [^{\circ}\text{C}]$				
	26.15	27.15	28.15	28.45	35.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	0.9952395	0.9950896	0.9949443	0.9949018	0.99419846
3	1.010052	1.0106241	1.0112095	1.0113878	1.01571591
4	1.0028241	1.0029537	1.0030851	1.0031248	1.00405957
5	1.0029961	1.0031276	1.0032605	1.0033006	1.00423146
6	1.0017152	1.001787	1.0018594	1.0018811	1.00237961
7	1.0016431	1.0017091	1.0017753	1.0017953	1.0022466
8	1.0010957	1.0011396	1.0011837	1.001197	1.00149683
9	1.0016445	1.0017107	1.0017772	1.0017972	1.00224992

Tabelul 3.17 Valorile factorilor de corecție a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul 40.15 °C-75.15 °C

Factor corecție mod i	ΔT [°C]				
	40.15	45.15	50.15	55.15	56.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	0.9943515	0.995847	0.9998732	Nedefinită	Nedefinită
3	1.0194387	1.0236743	1.028531	1.0341448	1.0353726
4	1.0048191	1.0056377	1.0065213	1.0074769	1.0076774
5	1.0049713	1.0057527	1.0065786	1.0074523	1.007633
6	1.0027669	1.0031678	1.003583	1.004013	1.0041008
7	1.0025914	1.0029433	1.0033028	1.00367	1.0037445
8	1.0017253	1.0019579	1.0021947	1.0024357	1.0024844
9	1.0025961	1.0029497	1.003311	1.0036802	1.0037551
	ΔT [°C]				
	57.15	57.21	57.65	57.9	58.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
3	1.0366387	1.036716	1.0372867	1.0376145	1.0379449
4	1.0078811	1.0078934	1.0079842	1.0080361	1.0080881
5	1.0078159	1.0078269	1.0079081	1.0079544	1.0080008
6	1.0041893	1.0041946	1.0042337	1.004256	1.0042784
7	1.0038192	1.0038237	1.0038567	1.0038755	1.0038943
8	1.0025333	1.0025362	1.0025578	1.0025701	1.0025824
9	1.0038303	1.0038348	1.003868	1.0038869	1.0039058
	ΔT [°C]				
	58.4	60.15	65.15	70.15	75.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
3	1.0382778	1.0406835	1.04835	1.0573866	1.0680783
4	1.0081404	1.0085125	1.0096367	1.0108594	1.0121917
5	1.0080474	1.0083772	1.0093571	1.0103962	1.0114988
6	1.0043007	1.0044584	1.0049201	1.0053985	1.0058946
7	1.0039131	1.0040455	1.0044296	1.0048226	1.005225
8	1.0025947	1.002681	1.0029308	1.003185	1.0034438
9	1.0039247	1.0040579	1.0044441	1.0048392	1.0052435

Precizia valorilor filtrate ale frecvențelor proprii obținute cu formula (3.24), este condiționată de precizia cu care sunt determinate valorile factorilor de corecție. Această formulă de calcul a valorilor filtrate s-a obținut prin introducerea termenului de corecție în formula (3.13). Termenul de corecție conform deducerii prezentate este o funcție polinomială aproximată, cu variabila ΔT , a cărei expresie generalizată poate fi scrisă:

$$C_i(\Delta T) = \frac{f_{i\text{ref}}(\Delta T=0)}{f_{i\text{fil}}(\Delta T)} \quad (3.25)$$

Valorile filtrate corectate ale frecvențelor proprii ale grinzii studiate determinate FEM sunt date în tabelele (3.18) și (3.19). Eficiența utilizării factorilor de corecție determinați conform metodei prezentate este demonstrată de valorile erorilor relative ale valorilor filtrate corectate date în tabelele (3.20) și (3.21). Pentru a pune în evidență reducerea erorilor ca urmare a procesului de corecție vom reprezenta grafic erorile astfel obținute în funcție de ΔT . Reprezentarea grafică a acestor valori este dată în figurile (3.21) și (3.22).

Dacă comparăm reprezentările grafice ale valorilor erorilor de filtrare înainte de corecție, figurile (3.17) și (3.18) cu reprezentările grafice ale valorilor erorilor de filtrare după corecție, figurile (3.21) și (3.22) se observă că deși metoda de determinare a factorilor de corecție presupune acceptarea erorilor rezultate din aproximarea curbei reale de variație a acestor valori pe intervalul de temperaturi analizat, utilizarea lor reduce semnificativ erorile de filtrare.

Cea mai mare valoare a erorii relative după corecție 0.46 %, corespunde valorii filtrate a frecvenței proprii a modului 3 de vibrație, care are ca sursă valoarea frecvenței determinată FEM la $\Delta T=75.15^\circ\text{C}$. Această valoare raportată la valoarea erorii înainte de corecție de 6.8 %, indică o reducere prin corecție de 14.78 ori.

Valorile erorilor date în tabelele (3.20) și (3.21) sunt cauzate de nivelul de aproximare a curbelor de variație a acestora pe intervalul de temperaturi analizat. Valoarea erorilor de aproximare crește odată cu mărimea intervalului de temperaturi. Faptul că valoarea cea mai mare corespunde valorii filtrate a frecvenței proprii a modului 3 de vibrație, care are ca sursă valoarea frecvenței determinată FEM la $\Delta T=75.15^\circ\text{C}$, este o consecință a diferențelor înregistrate între curbele de variație a frecvențelor proprii ale acestui mod determinate FEM și analitic pentru valori ale temperaturii apropiate de limita superioară a intervalului analizat, evidențiată în analiza efectuată în acest capitol.

Specificul curbei de variație a valorilor sursă împreună cu mărimea intervalului de temperaturi analizat (acest mod fiind singurul cu variații semnificative ale curbelor

frecvențelor proprii determinate prin cele două metode care poate fi utilizat în monitorizare pe tot intervalul de temperaturi analizat) determină un nivel mai scăzut de aproximare a curbei de variație a factorilor de corecție, ceea ce duce la o creștere a erorilor de filtrare, dar în limite rezonabile.

Tabelul 3.18 Valorile filtrate corectate ale frecvențelor proprii determinate FEM, pentru valori ΔT cuprinse în intervalul -24.85°C - 35.15°C

Frecvență mod i [Hz]	ΔT [$^{\circ}\text{C}$]				
	-24.85	-19.85	-14.85	-9.85	-4.85
1	52.139166	52.143173	52.150221	52.145248	52.13557
2	143.6737	143.62278	143.61851	143.6124	143.59541
3	281.087	281.0714	281.0342	280.99078	280.951037
4	464.30015	464.29925	464.29785	464.29624	464.294493
5	692.9304	692.8693	692.80785	692.74631	692.684605
6	965.81462	965.82277	965.8318	965.84171	965.852539
7	1283.5884	1283.5978	1283.6046	1283.6087	1283.61018
8	1645.3164	1645.3282	1645.3398	1645.3514	1645.36281
9	2049.5641	2049.7658	2049.9695	2050.1764	2050.38608
	ΔT [$^{\circ}\text{C}$]				
	5.15	10.15	15.15	20.15	25.15
1	52.128399	52.124468	52.115585	52.11669	Nedefinită
2	143.54864	143.53262	143.52458	143.52109	143.517499
3	280.90083	280.89136	280.88942	280.89129	280.892844
4	464.29073	464.28859	464.28617	464.28335	464.279957
5	692.56144	692.50003	692.43872	692.37765	692.316838
6	965.87708	965.89074	965.90539	965.92091	965.937333
7	1283.6052	1283.5986	1283.5894	1283.5776	1283.56303
8	1645.3852	1645.3963	1645.4071	1645.4175	1645.42779
9	2050.8176	2051.0402	2051.2679	2051.5014	2051.74104
	ΔT [$^{\circ}\text{C}$]				
	26.15	27.15	28.15	28.45	35.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	143.5166	143.5157	143.51486	143.51459	143.521822
3	280.89276	280.89247	280.89195	280.89171	280.879582
4	464.27923	464.27846	464.27767	464.2774	464.271333
5	692.30468	692.29262	692.28049	692.27685	692.196116
6	965.94075	965.94419	965.94767	965.94865	965.972907
7	1283.5599	1283.5565	1283.5531	1283.552	1283.52599
8	1645.4297	1645.4318	1645.4337	1645.4342	1645.447
9	2051.7897	2051.8386	2051.8879	2051.9027	2052.24047

Tabelul 3.19 Valorile filtrate corectate ale frecvențelor proprii determinate FEM, pentru
valori ΔT cuprinse în intervalul 40.15 °C-75.15 °C

Frecvență mod i [Hz]	ΔT [°C]				
	40.15	45.15	50.15	55.15	56.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	143.57174	143.70293	143.86605	Nedefinită	Nedefinită
3	280.85844	280.8242	280.77414	280.70391	280.68683
4	464.2659	464.25975	464.25284	464.24515	464.2435
5	692.13632	692.07698	692.01821	691.95992	691.9484
6	965.99197	966.01188	966.03253	966.05394	966.05836
7	1283.5035	1283.4781	1283.4502	1283.4196	1283.4132
8	1645.456	1645.4644	1645.4722	1645.4793	1645.4806
9	2052.5012	2052.7701	2053.0472	2053.3333	2053.3917
	ΔT [°C]				
	57.15	57.21	57.65	57.9	58.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
3	280.66853	280.6674	280.65889	280.65396	280.64891
4	464.24183	464.24173	464.24095	464.24054	464.24012
5	691.93683	691.93612	691.93105	691.92814	691.92527
6	966.06271	966.06302	966.06492	966.06606	966.06713
7	1283.4066	1283.4062	1283.4033	1283.4016	1283.3999
8	1645.4819	1645.4819	1645.4826	1645.4829	1645.4831
9	2053.4504	2053.4539	2053.4799	2053.4946	2053.5094
	ΔT [°C]				
	58.4	60.15	65.15	70.15	75.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
3	280.6438	280.60525	280.46232	280.24623	279.90701
4	464.23969	464.23659	464.22702	464.21619	464.20351
5	691.92237	691.9023	691.84522	691.78877	691.73268
6	966.06827	966.07608	966.09885	966.1222	966.14606
7	1283.3983	1283.3863	1283.3502	1283.3115	1283.27
8	1645.4835	1645.4856	1645.491	1645.4953	1645.4985
9	2053.5243	2053.6288	2053.9339	2054.2491	2054.5751

Tabelul 3.20 Erorile relative ale valorilor filtrate corectate ce au ca sursă frecvențele proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul -24.85 °C-35.15 °C

Eroare mod i [%]	ΔT [°C]				
	-24.85	-19.85	-14.85	-9.85	-4.85
1	-0.007702	-0.015387	-0.028906	-0.0193675	-0.00080382
2	-0.060651	-0.025189	-0.022218	-0.0179604	-0.00612918
3	0.0410346	0.046583	0.0598124	0.075252	0.08938596
4	-0.001606	-0.001412	-0.001112	-0.0007635	-0.00038752
5	-0.04411	-0.03529	-0.026418	-0.0175317	-0.00862335
6	0.0051081	0.0042642	0.0033293	0.002303	0.00118175
7	0.001618	0.000879	0.0003553	3.368E-05	-8.1811E-05
8	0.0034876	0.0027707	0.0020624	0.0013596	0.00066667
9	0.0501909	0.0403542	0.0304176	0.0203311	0.01010368
	ΔT [°C]				
	5.15	10.15	15.15	20.15	25.15
1	0.0129517	0.0204907	0.0375292	0.0354103	Nedefinită
2	0.0264438	0.0375978	0.0432007	0.0456275	0.0481309
3	0.1072394	0.1106092	0.1112986	0.1106315	0.11008037
4	0.0004231	0.0008846	0.0014044	0.0020127	0.00274334
5	0.0091595	0.0180258	0.0268772	0.0356945	0.04447433
6	-0.001359	-0.002773	-0.004291	-0.0058975	-0.00759742
7	0.0003063	0.0008206	0.0015342	0.0024531	0.00359148
8	-0.000697	-0.001368	-0.002023	-0.0026597	-0.00328256
9	-0.010939	-0.021797	-0.032901	-0.0442864	-0.05597295
	ΔT [°C]				
	26.15	27.15	28.15	28.45	35.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	0.0487571	0.0493862	0.0499725	0.0501568	0.04512041
3	0.1101086	0.1102124	0.1103968	0.1104851	0.11479671
4	0.002899	0.003065	0.0032359	0.0032933	0.0046008
5	0.04623	0.0479709	0.0497216	0.0502471	0.06190384
6	-0.007951	-0.008307	-0.008668	-0.0087687	-0.01128051
7	0.0038382	0.0040991	0.004364	0.0044477	0.00647688
8	-0.0034	-0.003524	-0.003641	-0.0036748	-0.00445028
9	-0.058344	-0.060732	-0.063132	-0.0638564	-0.08032837

Tabelul 3.21 Erorile relative ale valorilor filtrate corectate ce au ca sursă frecvențele proprii determinate FEM pentru valori ΔT cuprinse în intervalul 40.15 °C-75.15 °C

Eroare mod i [%]	ΔT [°C]				
	40.15	45.15	50.15	55.15	56.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	0.0103525	-0.08101	-0.1946143	Nedefinită	Nedefinită
3	0.1223165	0.1344907	0.1522931	0.1772691	0.1833426
4	0.0057715	0.0070962	0.0085831	0.0102411	0.0105965
5	0.0705366	0.0791039	0.0875903	0.0960058	0.0976693
6	-0.013254	-0.0153158	-0.0174537	-0.01967	-0.0201278
7	0.0082329	0.0102069	0.0123831	0.0147629	0.0152664
8	-0.005	-0.0055078	-0.005981	-0.006412	-0.0064908
9	-0.093046	-0.1061549	-0.1196716	-0.133623	-0.1364707
	ΔT [°C]				
	57.15	57.21	57.65	57.9	58.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
3	0.1898497	0.1902532	0.1932794	0.1950319	0.1968269
4	0.0109547	0.0109774	0.0111442	0.0112321	0.011323
5	0.0993386	0.0994423	0.1001736	0.1005935	0.101008
6	-0.020578	-0.0206103	-0.0208066	-0.020925	-0.0210358
7	0.015776	0.0158096	0.0160342	0.0161679	0.0163013
8	-0.006569	-0.0065742	-0.0066108	-0.006629	-0.0066466
9	-0.139333	-0.1395028	-0.1407707	-0.141488	-0.1422106
	ΔT [°C]				
	58.4	60.15	65.15	70.15	75.15
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
3	0.1986452	0.2123515	0.2631818	0.3400273	0.4606571
4	0.0114164	0.0120847	0.0141441	0.0164781	0.0192076
5	0.1014273	0.1043251	0.1125656	0.1207153	0.1288137
6	-0.021154	-0.021962	-0.02432	-0.026737	-0.0292082
7	0.0164242	0.0173559	0.0201688	0.0231854	0.0264174
8	-0.00667	-0.0067934	-0.0071264	-0.007389	-0.0075821
9	-0.142938	-0.1480312	-0.162911	-0.178284	-0.1941794

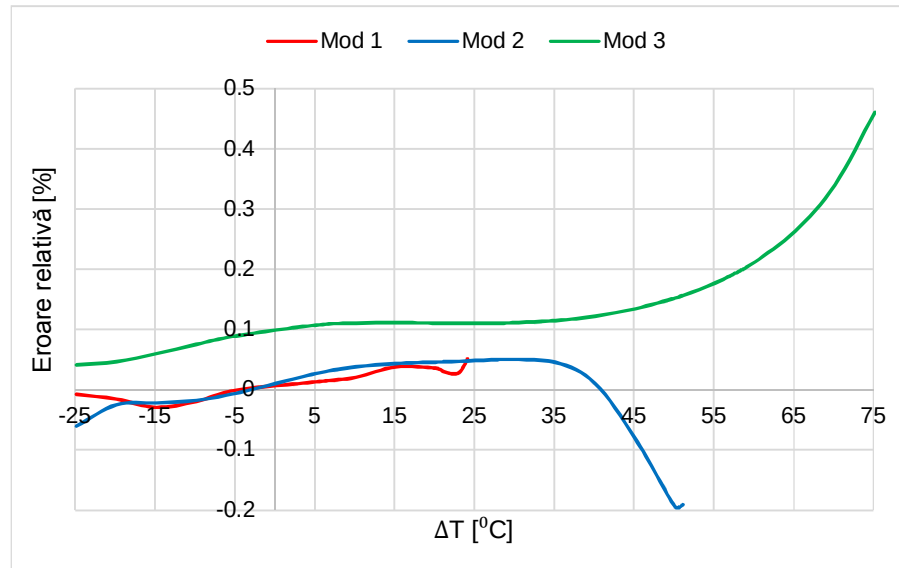


Figura 3.21 Erorilor valorilor filtrate corectate ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru modurile de vibrație 1, 2 și 3

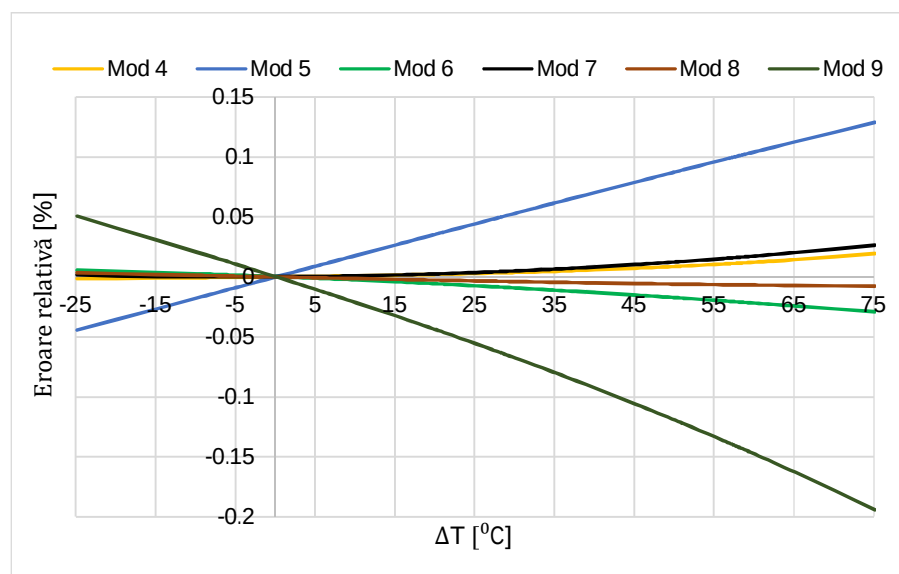


Figura 3.22 Erorilor valorilor filtrate corectate ale frecvențelor proprii determinate FEM pentru modurile de vibrație 4 - 9

Un alt avantaj al determinării și utilizării factorilor de corecție a valorilor filtrate îl constituie delimitarea strictă a intervalului de temperaturi în cadrul căruia se pot utiliza în cadrul proceselor de monitorizare valorile frecvențelor proprii ale modurilor de vibrație care au temperaturile critice în intervalul analizat. Delimitarea acestor intervale se produce ca o consecință a analizei valorilor erorilor admise în aproximarea curbei de variație a factorilor de corecție funcție de temperatură.

Utilitatea acestui proces de corecție a valorilor filtrate va fi pusă în valoare mult mai bine atunci când vom analiza grinzile cu defect și mai ales atunci când se vor filtra valori determinate experimental.

b) sub formă de diferență între valoarea frecvenței la temperatura de referință și valorile filtrate care au ca sursă frecvențele proprii pentru diferite valori ale temperaturii

Această metodă se pretează a fi utilizată pentru corectarea valorilor filtrate atunci când mărimea intervalelor de temperaturi analizate este mai redusă și frecvențele sursă ale valorilor filtrate au o variație aleatorie cu salturi, specifică datelor determinate experimental, care determină un nivel de aproximare a curbei de variație a factorilor de corecție redus. Din analizele efectuate pe seturi de date obținute pe cale experimentală am ajuns la concluzia că în cadrul unei monitorizări reale pe un interval de temperaturi $0\text{ }^{\circ}\text{C} \leq \Delta T \leq 45\text{ }^{\circ}\text{C}$ specific variațiilor de temperatură în mediul ambiant, obținerea unui nivel de aproximare a curbei factorilor de corecție determinați cu această metodă, dat de o abatere medie pătratică mai mare decât 0.8, este suficient pentru a obține valori filtrate corectate cu erori relative subunitare, utile proceselor de monitorizare. Acest lucru se datorează faptului că diferențele înregistrate sunt mici comparativ cu valoarea frecvențelor proprii și erorile de determinare a factorilor de corecție nu afectează valoarea filtrată necorectată, deci au o influență procentuală redusă asupra valorilor finale. Aplicarea metodei raportului într-o asemenea situație extinde erorile de determinare a valorilor factorilor de corecție asupra întregii valori filtrate ceea ce poate vicia rezultatele proceselor de monitorizare. În același timp dacă aplicăm metoda diferenței valorilor filtrate care au ca sursă valorile frecvențelor determinate FEM erorile de filtrare cresc semnificativ, de exemplu eroarea relativă a valorii filtrate a modului 3 care are ca sursă valoarea frecvenței determinată FEM la $\Delta T = 75.15\text{ }^{\circ}\text{C}$ în valoare procentuală de 0.46 %, după corecția prin metoda raportului, crește la 2.95 %, dacă corecția se face cu metoda diferenței.

Din aceste observații se desprinde concluzia că precizia de determinare a factorilor de corecție a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii ale grinzilor încastate la ambele capete supusă variațiilor temperaturii este deosebit de importantă, procedeul trebuie ales după o analiză amănunțită a modului de variație funcție temperatură a valorilor frecvențelor proprii determinate pentru starea de referință. Criteriul după care se va stabili metoda ce urmează a fi utilizată va fi valoarea cea mai bună a abaterii medii pătratice obținută pentru aproximarea curbelor de variație.

Pentru explicarea mecanismului de determinare a factorilor de corecție prin metoda

diferenței am reprezentat în figura (3.22) curbele de variație ale valorilor frecvențelor proprii corespunzătoare modului 3 de vibrație a grinzii analizate, determinate FEM, determinate analitic în funcție de valoarea FEM la temperatura de referință cu relația (3.7) și curba de variație a valorilor filtrate care au ca sursă frecvențele proprii determinate FEM pentru valorile temperaturilor care fac obiectul acestei analize. Pentru ca modelul să fie complet am reprezentat și referința adică valoarea frecvenței modului 3 de vibrație determinată FEM la temperatura de referință.

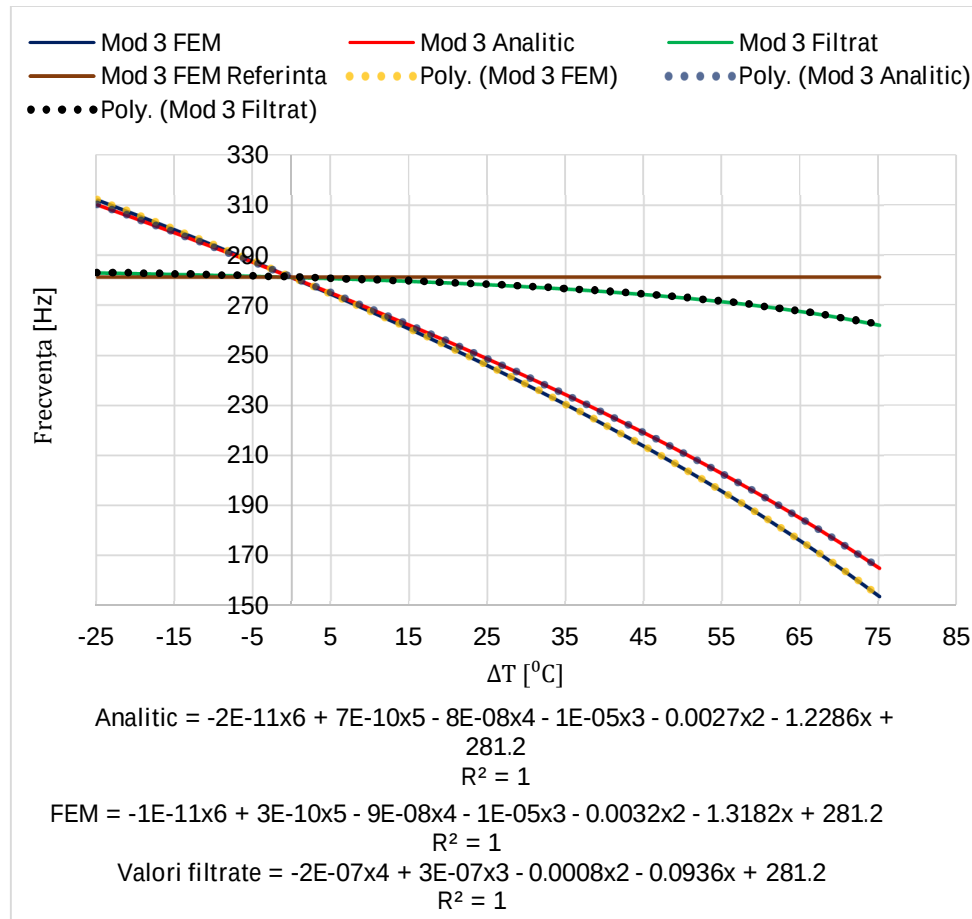


Figura 3.23 Model pentru determinarea valorilor factorilor de corecție prin diferență

Formula de determinare a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii ale grinzii studiate adaptată metodei de determinare a factorilor de corecție prin diferență este dată de relația:

$$f_{i \rightarrow ref.}(\Delta T, \Delta l_s(\Delta T)) = \frac{f_{i \text{ măs.}(\Delta T)}}{\sqrt{\left(1 - \frac{Al(\alpha \Delta T - \Delta l_s)}{I \lambda_{if}^2}\right)}} + C_i(\Delta T) \quad (3.26)$$

Conform modelului prezentat în figura (3.22) putem defini factorul de corecție corespunzător unui mod de vibrație la o anumită valoare ΔT ca diferență între valoarea frecvenței determinată la temperatura de referință, valoare constantă pe toată durata procesului de monitorizare și valoarea filtrată a frecvenței modului respectiv de vibrație care are ca sursă frecvența proprie achiziționată pentru starea de referință la valoarea respectivă a lui ΔT . Această valoare se determină din ecuația obținută în urma aproximării curbei de variație a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii care caracterizează starea inițială a grinzii pe tot intervalul de temperaturi analizat, pentru valoarea ΔT . Expresia generalizată a factorului de corecție astfel determinat este de forma:

$$C_i(\Delta T) = f_{i \text{ in.ref.}(T_0)} - f_{i \text{ in.fil.}(\Delta T)} \quad (3.27)$$

în care $f_{i \text{ in.fil.}(\Delta T)}$ reprezintă valoarea filtrată a frecvenței proprii determinată pentru starea inițială la o valoare ΔT .

Factorii de corecție mai pot fi determinați și ca diferență pentru o ordonată ΔT între valoarea funcției care descrie variația valorilor frecvențelor determinate cu relația (3.7) care caracterizează evoluția impusă de factorul analitic valorilor frecvenței unui mod de vibrație în jurul valorii de referință pe un interval de temperaturi dat și valoarea funcției de aproximare a curbei reale de variație a valorilor frecvențelor proprii determinată experimental pentru aceeași valoare ΔT . Cu valorile astfel obținute se corectează prin însumare valorile filtrate determinate analitic. Am prezentat ambele variante ale metodei diferenței, deși în studiile efectuate s-au obținut rezultate comparabile. Există posibilitatea ca în anumite situații concrete aproximarea curbelor specifice uneia din cele două variante să se realizeze cu abateri mai reduse.

3.6. Concluzii. Contribuții personale

În acest capitol am studiat comportamentul dinamic al grinzilor încastate la ambele capete în condiții variabile de temperatură, analitic și prin metoda elementului finit. Valorile frecvențelor proprii ale grinzii studiate, pe care le-am determinat prin cele două metode de calcul, în aceleași condiții de variabilitate a temperaturii și pornind de la ipoteza că reazemele împiedică în totalitate dilatările sau contracțiile, le-am comparat ca valori determinate pentru aceeași temperatură și ca mod de variație pe intervalul de temperatură analizat.

Această analiză este justificată de necesitatea stabilirii limitelor în care datele obținute prin cele două metode pot fi utilizate simultan în același proces de monitorizare.

3.6.1. Concluzii

Din această analiză efectuată în cadrul acestui capitol se pot extrage următoarele concluzii:

- valorile frecvențelor proprii ale modurilor 4,5 și 6 au o evoluție similară pe tot intervalul de temperaturi studiat, abaterea relativă maximă este mai mică de 0.35 %.
- o consecință a concluziei precedente este aceea că valorile frecvențelor proprii ale modurilor mai mari decât 4, pentru care valorile temperaturilor critice corespunzătoare sunt distanțate de valoarea maximă corespunzătoare intervalului studiat sunt sensibil egale pentru o valoare a temperaturii și pot fi utilizate fără limitări în modelarea comportamentului dinamic al structurii analizate.
- utilizarea valorilor frecvențelor proprii ale modurilor de vibrație transversală 1 și 2 este condiționată de analiza abaterilor înregistrate de variația frecvențelor proprii determinate prin cele două metode odată cu temperatura. În urma acestei analize se stabilesc intervalele de temperaturi pe care valorile obținute prin cele două metode înregistrează abateri admise.
- valorile frecvențelor modului 3 determinate prin cele două metode înregistrează diferențe relative de până la 5.66 % la temperatura limită superioară
- cele mai mari abateri relative se înregistrează pentru temperaturi apropiate de valorile critice. Pentru fiecare mod de vibrație se pot determina intervalele de temperaturi în care valorile au abateri care le fac inutilizabile.

Prin metoda elementului finit au fost determinate și formele modurilor de vibrație corespunzătoare diferitelor stări de încărcare cu sarcini axiale determinate de variația temperaturii. Analiza acestora, confirmă concluziile cu privire la modificarea formelor modurilor de vibrație, determinate de abordarea analitică a deformațiilor acestora realizată în capitolul doi al acestei teze:

- grinda încastrată la ambele capete fără restricții suplimentare care să împiedice deplasarea laterală se deformează sub acțiunea unei forțe axiale mai mari decât cea critică numai sub forma modului 1 de flambaj.
- deformația grinzii sub acțiunea forțelor axiale induse de variația de temperatură determină asimetria modurilor de vibrație transversală.

În cadrul acestui capitol în urma analizei comportamentului dinamic al grinzii studiate supuse variațiilor de temperatură, s-a dezvoltat o relație analitică de determinare a valorilor frecvențelor proprii ale grinzilor încastrate la ambele capete, în funcție de variația temperaturii și de deplasările pe direcție axială determinate de deformațiile în domeniul elastic a elementelor de susținere a reazemelor.

Din această relație s-a dezvoltat un algoritm de filtrare a valorilor frecvențelor proprii, prin eliminarea modificărilor determinate de variația temperaturii asupra valorilor lor. Acuratețea datelor rezultate în urma acestui proces de filtrare este esențială pentru a asigura succesul operațiunilor de monitorizare a structurilor din punct de vedere al identificării și localizării defectului.

Eficiența algoritmului de filtrare a fost testată utilizând valorile frecvențelor proprii ale grinzii analizate determinate prin simulări numerice cu metoda elementului finit. În urma acestui test au fost desprinse următoarele concluzii:

- erorile de filtrare a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii studiate sunt mai mari pentru valorile sursă determinate la temperaturile la care s-au evidențiat în cadrul analizei anterioare abateri semnificative între valorile obținute prin cele două metode, adică la valori apropiate de cele critice.
- valoarea erorilor relative scade odată cu creșterea rangului modului de vibrație, valorile înregistrate pentru modurile de vibrație mai mari decât trei satisfac necesitățile unui proces de monitorizare.
- determinarea relativ facilă a frecvențelor modurilor mici de vibrație impune necesitatea corectării valorilor filtrate în vederea reducerii erorilor la un nivel acceptabil care să nu vicieze rezultatele unui proces de monitorizare.
- corectarea acestor valori este impusă și de previziunile cu privire la deviațiile comportamentului dinamic al unei grinzi reale față de traiectoria impusă de relația analitică de filtrare.
- determinarea valorilor factorilor de corecție presupune efectuarea unui număr suficient de măsurători ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzii monitorizate, pentru a caracteriza evoluția lor în starea inițială pe tot intervalul de temperaturi pe care urmează să se desfășoare procesul de monitorizare.
- precizia cu care se determină valorile factorilor de corecție este în mare măsură determinată de precizia cu care sunt achiziționate valorile care caracterizează starea inițială
- metodele de determinare a factorilor de corecție a valorilor filtrate prezentate se bazează pe aproximarea curbelor de variație a frecvențelor proprii determinate prin diverse metode cu curbe a căror funcție este cunoscută, ceea ce face posibilă determinarea lor pentru orice valoare a temperaturii cuprinsă în intervalul analizat.
- cele două metode de determinare a valorilor factorilor de corecție pot să dea rezultate diferite pentru un anumit caz analizat, alegerea metodei potrivite presupune evaluarea amănunțită a particularităților comportamentului dinamic specific grinzii monitorizate.

- erorile relative obținute în urma corectării valorilor filtrate confirmă eficiența algoritmului de filtrare completat cu metodele de determinare a factorilor de corecție.
- metodele de determinare a factorilor de corecție dezvoltate în cadrul acestei cercetări împiedică utilizarea unor valori ale frecvențelor care pot vicia rezultatele proceselor de monitorizare, prin limitarea intervalelor de temperaturi pe care acestea se pot utiliza.
- factorii de corecție se determină numai în funcție de valorile care caracterizează starea inițială și nu se modifică pe perioada pe care se desfășoară procesul de monitorizare decât atunci când starea inițială este reconsiderată.

3.6.2. Contribuții personale

Contribuțiile personale la dezvoltarea metodelor de detectare a defectelor aplicabile în monitorizarea grinzilor al căror comportament dinamic este influențat de variațiile temperaturii sunt:

- stabilirea unei relații analitice care permite cuantificarea modificărilor frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete, determinate de forțele axiale induse de variația temperaturii, atunci când dilatările sau contracțiile sunt limitate de reacțiunile elastice ale sistemului de susținere a reazemelor. Relația este capabilă să gestioneze și sistemele a căror dilatări sau contracții sunt total împiedicate.
- elaborarea unui algoritm de filtrare a frecvențelor proprii de modificările datorate variațiilor de temperatură.
- fundamentarea necesității utilizării factorilor de corecție pentru a obține precizia necesară a valorilor filtrate și stabilirea metodelor de determinare a acestora.

Cap. 4. Influența temperaturii asupra comportamentului dinamic al grinzilor cu defect, încastrate la ambele capete

Literatura de specialitate evidențiază sensibilitatea valorilor parametrilor care caracterizează comportamentul dinamic al unei structuri, atât la apariția și evoluția defectului, cât și la variația temperaturii mediului. În capitolul anterior acestei teze, am analizat prin metoda elementului finit și analitic comportamentul dinamic al grinzii încastrate la ambele capete supusă variațiilor temperaturii în intervalul 0 °C-100 °C, considerând temperatura de referință $T_0=24.850$ °C. Acest capitol are ca obiectiv analiza cu metoda elementului finit a comportamentului dinamic al grinzii studiate aflată sub influența cumulată a variației valorilor temperaturii în același interval față de aceeași referință și a apariției defectului.

Studiile următoare se vor axa pe determinarea relațiilor de dependență între valorile frecvențelor proprii, variația stării de încărcare cu forțe axiale determinate de variația temperaturii și poziția pe grindă a defectului. Scopul acestor studii constă în stabilirea performanțelor și a limitelor de aplicare ale algoritmului de filtrare a valorilor frecvențelor proprii elaborat în capitolul anterior de influențele variației temperaturii, fără a altera modificările acestor valori cauzate de defect. Din acest motiv, nu vom aborda studii cu privire la influența formei și a dimensiunilor defectului asupra comportamentului dinamic al grinzii, vom analiza doar influențele determinate de poziția acestuia. În toate cercetările care urmează vom considera un defect deschis, transversal, care micșorează rigiditatea grinzii după axa slabă, cu forma și dimensiunile date în figura (4.1)

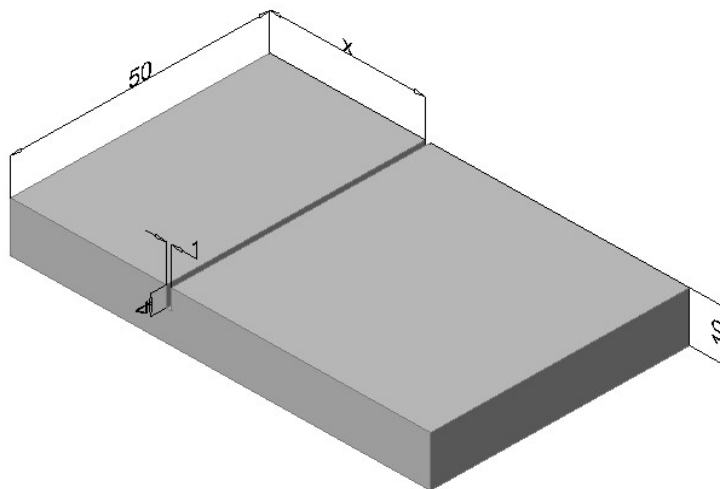


Figura 4.1 Forma și dimensiunile defectului grinzii studiate

În cercetările efectuate în capitolul anterior s-a evidențiat faptul că valorile frecvențelor proprii ale grinzii studiate evoluează descrescător odată cu creșterea temperaturii față de valoarea de referință și tind la zero atunci când valoarea forței axiale atinge valoarea critică a modului respectiv. Valoarea temperaturii la care se produce acest fenomen am denumit-o temperatură critică a modului i raportată la valoarea de referință, notată T_{crit0} .

4.1. Determinarea prin analiză FEM a influenței poziției defectului asupra valorilor forțelor și temperaturilor critice de flambaj

În acest subcapitol vom analiza influența poziției defectului asupra valorilor forțelor și temperaturilor critice corespunzătoare modurilor de flambaj ale grinzii studiate, solicitată static de o forță axială. Acest studiu se realizează pornind de la ipoteza că încastrările împiedică în totalitate dilatările sau contracțiile.

4.1.1. Determinarea prin metoda elementului finit a valorilor forțelor și temperaturilor critice de flambaj ale grinzii studiate

Pentru determinarea dependenței între valorile acestor parametri și poziția defectului vom efectua o analiză prin metoda elementului finit a comportamentului grinzii studiate sub acțiunea statică a forțelor axiale pentru diferite poziții x față de încastrare, ale defectului cu caracteristicile prezentate în figura (4.1). Simulările numerice le-am efectuat cu ajutorul programului SolidWorks, pentru grinda studiată considerând poziția x a defectului variabilă în intervalul 15 mm - 985 mm. Pentru a efectua simulările am realizat un model asamblat din două părți:

- grinda propriu-zisă cu defectul situat la distanța x de încastrarea simulată fără posibilități de deplasare după nici o axă.
- un element cu lățimea și înălțimea grinzii lung de 10 mm, fixat rigid la capătul liber al grinzii, pe care am simulat o încastrare cu posibilități de alunecare pe direcția axei x .

Pe capătul elementului am aplicat o forță cu valoarea de 30000 N, care acționează în lungul axei grinzii orientată spre încastrarea fără posibilități de alunecare, figura (4.2). Valorile obținute prin simulări vor avea ca referință această valoare a forței.

Simulările de flambaj au fost efectuate cu programul SolidWorks în cadrul studiului "Buckling" configurat pentru condițiile la limită impuse modelului, valoarea forței aplicate și caracteristicile fizice ale materialului din care este confecționată grinda studiată, date în tabelul (3.1). Simulările s-au efectuat cu preluarea rezultatelor studiului "Thermal" realizat

pentru valoarea temperaturii $T_0 = 24.85^\circ\text{C}$. Discretizarea a fost realizată la aceiași parametri ca și în cazul analizelor FEM ale frecvențelor proprii, subcapitolul 3.4.1.



Figura 4.2 Modelul grinzii cu poziție variabilă a defectului solicitat static de o forță axială

Tabelul 4.1 Valorile forțelor, diferențelor de temperatură și a temperaturilor critice ale modurilor 1 și 2 de flambaj determinate pentru diferite poziții ale defectului pe grinză x/l

Parametru	Distanța normalizată x/l					
	0.015	0.025	0.03	0.05	0.078	0.1
Coeficientul forței critice mod 1 C_{Pcr1}	1.0543	1.0549	1.0554	1.0576	1.0621	1.0662
Forța critică mod 1 P_{cr1} [N]	31629	31647	31662	31728	31863	31986
Diferența critică de temp. ΔT_{cr1} [$^\circ\text{C}$]	27.50	27.52	27.53	27.59	27.71	27.81
Temperatura critică mod 1 T_{cr1} [$^\circ\text{C}$]	52.35	52.37	52.38	52.44	52.56	52.66
Coeficientul forței critice mod 2 C_{Pcr2}	2.1618	2.1667	2.1695	2.1814	2.1994	2.2119
Forța critică mod 2 P_{cr2} [N]	64854	65001	65085	65442	65982	66357
Diferența critică de temp. ΔT_{cr2} [$^\circ\text{C}$]	56.39	56.52	56.60	56.91	57.38	57.70
Temperatura critică mod 2 T_{cr2} [$^\circ\text{C}$]	81.24	81.37	81.45	81.76	82.23	82.55
Parametru	Distanța normalizată x/l					
	0.156	0.235	0.323	0.44	0.47	0.5
Coeficientul forței critice mod 1 C_{Pcr1}	1.0782	1.0893	1.0827	1.0584	1.0552	1.0541
Forța critică mod 1 P_{cr1} [N]	32346	32679	32481	31752	31656	31623
Diferența critică de temp. ΔT_{cr1} [$^\circ\text{C}$]	28.13	28.42	28.24	27.61	27.53	27.50
Temperatura critică mod 1 T_{cr1} [$^\circ\text{C}$]	52.98	53.27	53.09	52.46	52.38	52.35
Coeficientul forței critice mod 2 C_{Pcr2}	2.2269	2.1898	2.1493	2.205	2.2205	2.2269
Forța critică mod 2 P_{cr2} [N]	66807	65694	64479	66150	66615	66807
Diferența critică de temp. ΔT_{cr2} [$^\circ\text{C}$]	58.09	57.13	56.07	57.52	57.93	58.09
Temperatura critică mod 2 T_{cr2} [$^\circ\text{C}$]	82.94	81.98	80.92	82.37	82.78	82.94

În urma simulărilor am obținut valorile coeficienților forțelor critice corespunzătoare modurilor 1 și 2 de flambaj care exprimă raportul dintre valoarea forței critice a modului respectiv pentru poziția x/l a defectului și valoarea forței axiale care solicită grinda, în acest caz 30000 N. Valorile coeficienților forțelor critice corespunzătoare celor două moduri de flambaj, valorile forțelor, diferențelor de temperatură și a temperaturilor critice de flambaj care derivă din valorile acestor coeficienți, sunt date în tabelul (4.1), pentru pozițiile defectului pe grinză x/l analizate. În figurile (4.3) și (4.4) am reprezentat grafic variația valorilor forțelor critice de flambaj pentru modul 1 respectiv modul 2, odată cu modificarea poziției defectului pe lungimea grinzii. Pentru comparație pe fiecare din cele două grafice

este reprezentată și valoarea forței critice corespunzătoare grinzii fără defect. Valorile coeficienților forțelor axiale determinați FEM și a valorilor critice rezutate din aceștia pentru grinda fără defect sunt: $C_{Pcr1Fd} = 1.0897$, $C_{Pcr2Fd} = 2.227$, $P_{cr1Fd} = 32691$ N, $P_{cr2Fd} = 66810$ N, $\Delta T_{cr1Fd} = 28.43$ °C, $\Delta T_{cr2Fd} = 58.10$ °C, $T_{cr1Fd} = 53.28$ °C, $T_{cr2Fd} = 82.95$ °C. Analizând cele două figuri se observă că un defect indiferent de poziția lui pe grindă determină o valoare a forței critice mai mică decât cea a grinzii intacte.

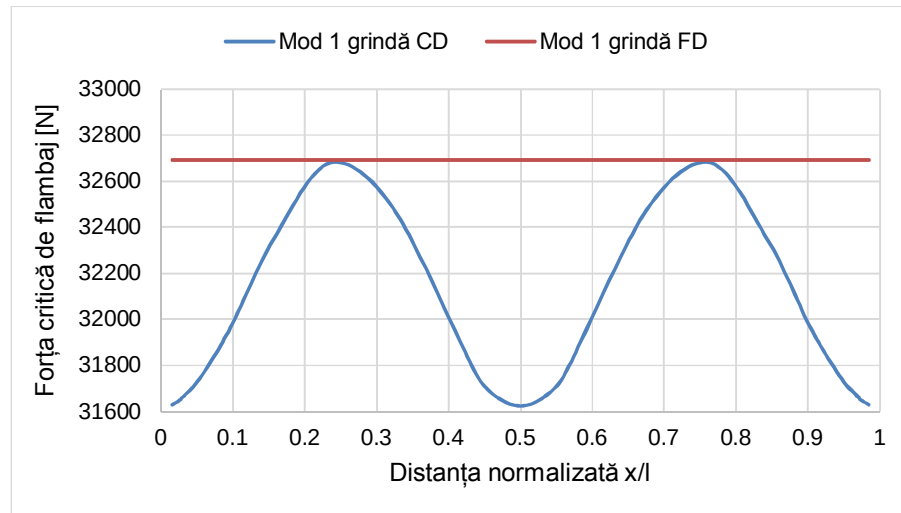


Figura 4.3 Variația valorilor forței critice a modului 1 de flambaj funcție de poziția defectului

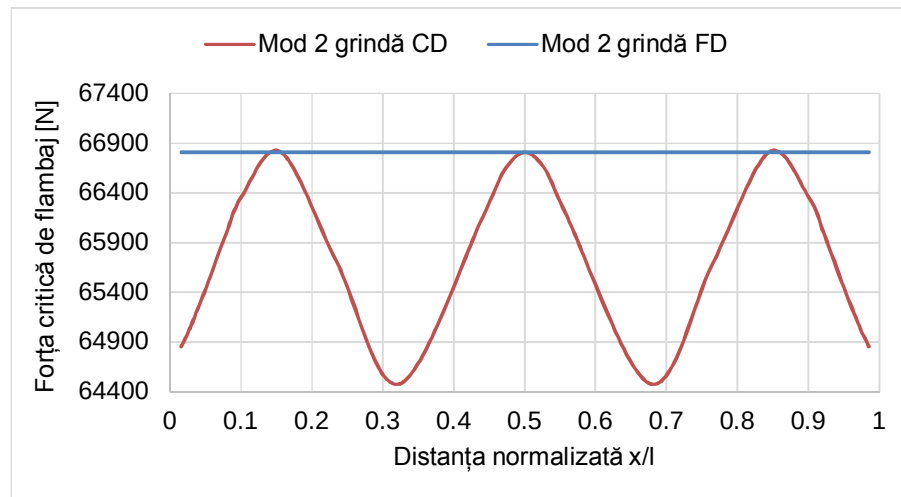


Figura 4.4 Variația valorilor forței critice a modului 2 de flambaj funcție de poziția defectului

Dacă comparăm pozițiile defectului care determină valori extreme ale forței critice cu pozițiile în care formele modurilor de flambaj au puncte critice figura (2.11) și (2.12), observăm că pozițiile defectului care determină forțele critice cu valorile cele mai apropiate, aproape egale cu valoarea corespunzătoare grinzii intacte, coincid cu pozițiile punctelor

critice de inflexiune ale formelor celor două moduri de flambaj, iar cele care dau valorile cele mai mici coincid cu pozițiile punctelor critice de extrem. Pentru a analiza mecanismul care determină această distribuție a valorilor, am determinat diferențele între valoarea forței critice corespunzătoare grinzii intacte și valorile determinate pentru toate pozițiile x/l ale defectului analizate FEM. Valorile astfel obținute s-au reprezentat grafic în figura (4.5) pentru modulul 1 și în figura (4.6) pentru modulul 2.

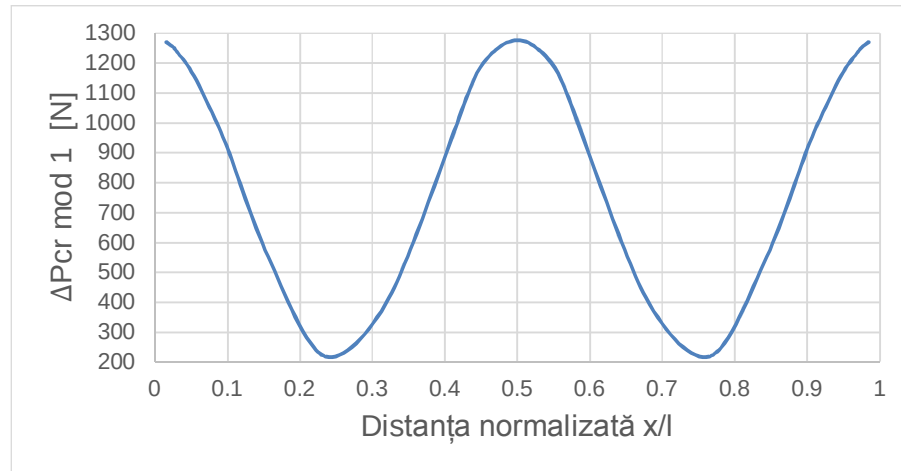


Figura 4.5 Modificările înregistrate între valoarea forței critice a modulului 1 de flambaj a grinzii intacte și valorile determinate FEM pentru grinda cu defect situat la distanța x/l .

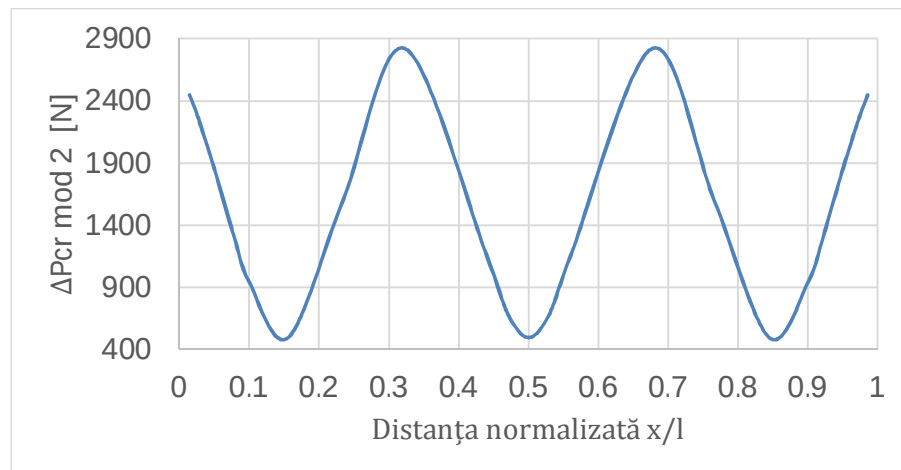


Figura 4.6 Modificările înregistrate între valoarea forței critice a modulului 2 de flambaj a grinzii intacte și valorile determinate FEM pentru grinda cu defect situat la distanța x/l .

Momentul încovoietor adimensional capabil să producă deformațiile specifice modului 1 și 2 de flambaj este dat de derivata a doua a funcției $v(x)$, relația (2.35), pentru primele două valori λ_{fi} date în tabelul 2.2. Pătratele celor două expresii ale momentului

adimensional sunt reprezentate grafic în figura (4.7), pentru modul 1 de flambaj și în figura (4.8) pentru modul 2. Din figurile (4.5), (4.6), (4.7) și (4.8) se observă că diferențele între valoarea forței critice a grinzii intacte și valorile forțelor critice determinate pentru pozițiile defectului x/l , au aceeași variație pe lungimea grinzii ca și pătratele momentelor încovoietoare adimensionale, în ambele cazuri studiate.

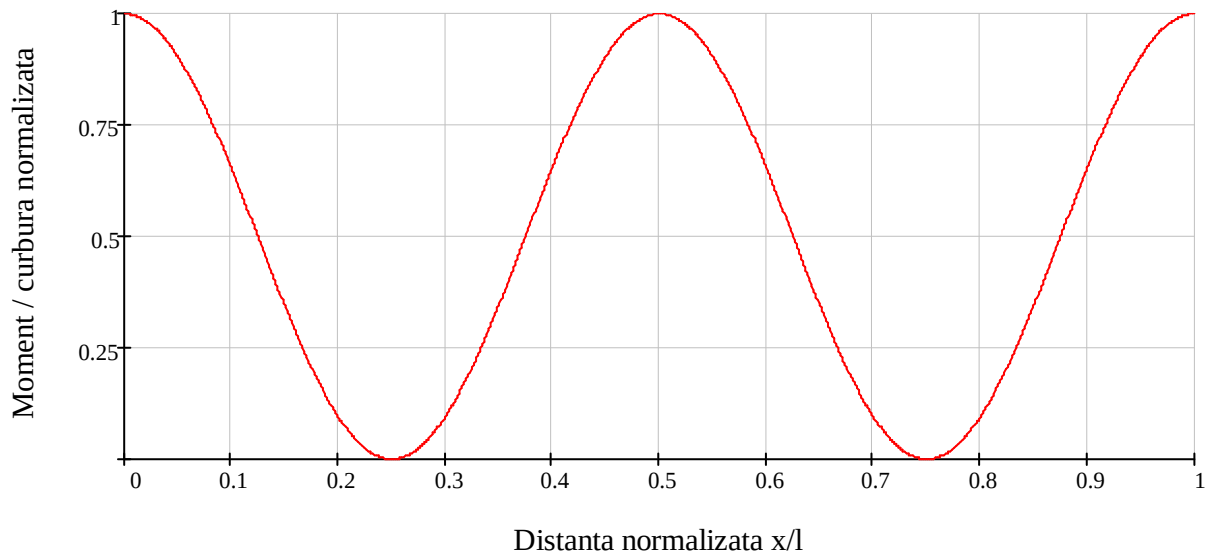


Figura 4.7 Derivata a doua a funcției săgeții pentru modul 1 de flambaj

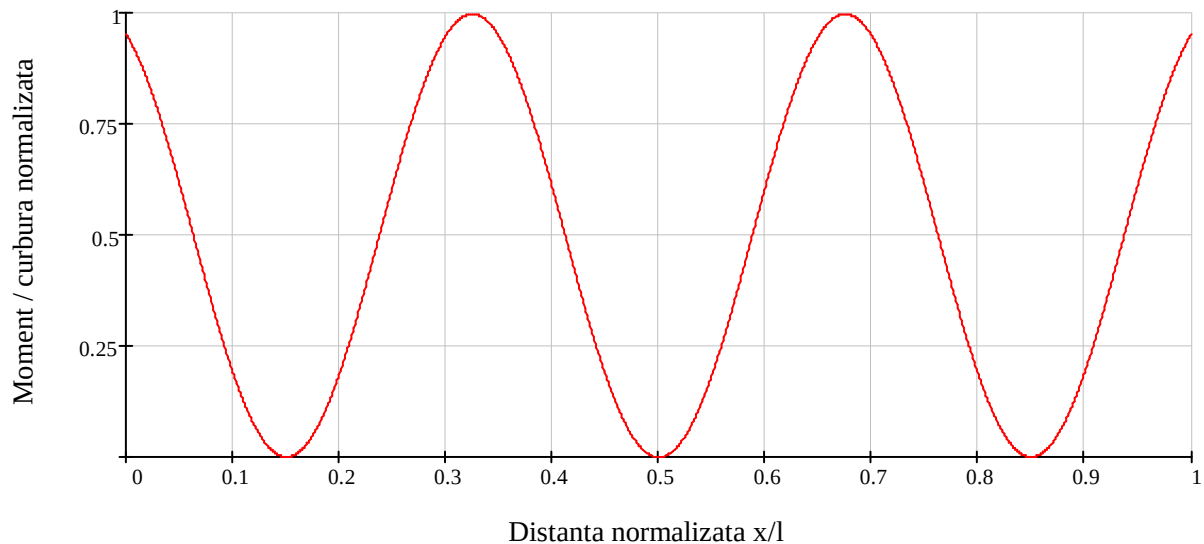


Figura 4.8 Derivata a doua a funcției săgeții pentru modul 2 de flambaj

Din rezistența materialelor [72] avem relația energiei de deformare la încovoiere exprimată în funcție de moment, de forma:

$$U = \frac{1}{2EI} \int_0^l [M(x)]^2 dx \quad (4.1)$$

Din cele de mai sus se poate concluziona că diferența între valoarea forței critice de flambaj a grinzii intacte și valoarea determinată a forței critice a aceleiași grinzi dar cu un defect situat într-o anumită secțiune este direct proporțională cu valoarea energiei de deformare înmagazinată în acea secțiune a grinzii.

4.1.2. Determinarea formulei analitice de calcul a valorii forței axiale în funcție de temperatură pentru grinda cu defect, dacă se cunosc poziția și caracteristicile dimensionale ale acestuia

Formula de calcul a forței axiale determinată de dilatățile sau contracțiile împiedicate este dată de relația (3.6). Considerând grinda omogenă, modulul de elasticitate E și coeficientul de dilatare liniară α sunt constante ale materialului, valoarea lor nu poate fi influențată de apariția sau poziția defectului. Temperatura își manifestă influența asupra sistemului analizat independent de caracteristicile sau poziția defectului. Singura mărime din această formulă rămasă este suprafața secțiunii grinzii. Suprafața este evident modificată în secțiunea în care este poziționat defectul, mărimea acestei modificări fiind determinată de dimensiunile defectului, dar suprafața secțiunii grinzii afectată de defect este constantă pentru un defect cu anumite caracteristici dimensionale, nu este variabilă în funcție de poziția acestuia. Din aceste motive vom introduce noțiunea de secțiune echivalentă de flambaj corespunzătoare poziției x/l a defectului, caracterizată dimensional de suprafața echivalentă de flambaj corespunzătoare poziției x/l a defectului, notată $A_{ech.f}(x/l)$. Trebuie menționat faptul că această mărime este variabilă și în funcție de caracteristicile dimensionale ale defectului, dar deoarece în această teză vom analiza doar grinda cu defect caracterizat de dimensiunile date în figura (4.1) vom analiza modificarea secțiunii echivalente de flambaj doar din punct de vedere al modificării poziției defectului. Formula de calcul a forței axiale $N_{x/l}$, pentru o valoare ΔT , în funcție de suprafața echivalentă de flambaj $A_{ech.f}(x/l)$ determinată cu ajutorul valorilor coeficienților forțelor critice determinate FEM, este dată de relația:

$$N_{x/l}(\Delta T) = A_{ech.f}(x/l) E \alpha \Delta T \quad (4.2)$$

în care

$$A_{ech.f}(x/l) = A \frac{C_{Pcr1}(x/l)}{C_{Pcr1} F D} \quad (4.3)$$

Această relație poate fi utilizată pentru orice grindă încastrată la ambele capete cu secțiune constantă și pentru diferite dimensiuni ale defectului cu condiția determinării FEM a coeficienților forței critice. Pentru valoarea $\Delta T = \Delta T_{cr}(x/l)$ se obține valoarea forței critice de flambaj pentru grinda cu defect situat la distanță normalizată x/l .

4.2. Analiza FEM a comportamentului dinamic al grinzilor cu defect în medii cu temperaturi variabile

În acest subcapitol vom analiza cu metoda elementului finit modul de variație a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii studiate, cu defect, considerând temperatura variabilă față de referință $T_0 = 24.85^\circ\text{C}$, în intervalul $0^\circ\text{C} - 100^\circ\text{C}$. Pentru a evidenția influențele defectului vom determina prin simulări numerice valorile frecvențelor proprii ale grinzii studiate aflată în condițiile de variație a temperaturii definite, pentru două poziții distincte ale acestuia, la 235 mm de încastrare și la 500 mm de încastrare. Dacă normalizăm distanța x la lungimea grinzii l pozițiile defectului vor fi, $x/l = 0.235$ și $x/l = 0.5$. Valorile astfel obținute pentru primele 9 moduri de vibrație transversală sunt date în tabelele (4.2) și (4.5) pentru grinda cu defect situat la 235 mm de încastrare denumită în continuare grinda CD235 și în tabelele (4.4) și (4.5) pentru grinda cu defect situat la 500 mm de încastrare, denumită în continuare grinda CD500. Toate referirile la grinda intactă se vor face utilizând expresia grindă FD. În figura (4.9) este dată variația valorilor frecvențelor proprii ale grinzii CD235 pe intervalul de temperatură analizat și în figura (4.10) este prezentată variația valorilor frecvențelor proprii ale grinzii CD500 pe același interval de temperaturi. La o primă vedere valorile frecvențelor proprii ale celor două grinzi au aceeași variație pe intervalul de temperaturi analizat, diferențele nu pot fi vizualizate din cauza scării reprezentării.

Pentru a evidenția diferențele înregistrate vom analiza comparativ variația valorilor frecvențelor proprii ale fiecărui mod de vibrație al celor două grinzi cu defect și a grinzii intacte, date în tabelele (3.10) și (3.11). În vederea obținerii mai multor informații am determinat și reprezentat grafic împreună cu cele trei seturi de valori amintite și valorile frecvențelor proprii obținute analitic pentru grinda intactă cu formula (3.7), în funcție de valorile determinate FEM pentru temperatura de referință, tabelele (4.6) și (4.7). În figura (4.11) am reprezentat grafic valorile frecvențelor proprii ale modului 1 de vibrație pentru toate cazurile analizate pe intervalul de temperaturi $0^\circ\text{C} - 35^\circ\text{C}$. Observăm că panta curbei care caracterizează variația valorilor aferente grinzii CD500 este apropiată de panta curbei valorilor grinzii intacte determinate FEM, cele două curbe sunt aproape paralele. Curba valorilor grinzii CD235 are o pantă mai mică, intersectează curbele valorilor grinzii FD.

Tabelul 4.2 Valorile FEM ale frecvențelor proprii ale grinzii CD235 pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 0 °C-52.7 °C

Frecvența mod i [Hz]	Temperatura [°C]				
	0	5	10	15	20
1	70.305489	67.089958	63.691658	60.077457	56.203098
2	169.20686	164.14848	158.91637	153.49207	147.8537
3	308.38181	302.37494	296.24121	289.97269	283.56064
4	495.08829	488.61581	482.05371	475.39825	468.64554
5	726.49432	719.76001	712.96124	706.09619	699.16302
6	991.52496	984.49756	977.41949	970.28973	963.10712
7	1299.5952	1292.3171	1284.9972	1277.6349	1270.2295
8	1669.3761	1662.0264	1654.6434	1647.2267	1639.7759
9	2087.127	2079.7703	2072.387	2064.9773	2057.5405
	Temperatura [°C]				
	24.85	30	35	40	45
1	52.138508	47.400219	42.242302	36.291599	29.053558
2	142.15508	135.82361	129.35977	122.53274	115.27656
3	277.19458	270.26587	263.3602	256.26468	248.9639
4	461.9985	454.83124	447.76031	440.57336	433.26477
5	692.37079	685.79675	677.93396	670.70715	663.40106
6	956.08844	948.57886	941.23077	933.82501	926.36029
7	1263.0042	1255.2859	1247.7463	1240.1604	1232.5275
8	1632.5155	1624.7699	1617.2137	1609.6216	1601.9928
9	2050.301	2042.5852	2035.0659	2027.5186	2019.9427
	Temperatura [°C]				
	50	51	52	52.5	52.7
1	19.09659	16.368694	13.072172	11.056104	10.136869
2	107.50269	105.87573	104.22209	103.38486	103.04794
3	241.44037	239.90723	238.3642	237.58893	237.27809
4	425.82843	424.32529	422.81668	422.06033	421.75739
5	656.01331	654.5257	653.03467	652.2879	651.98895
6	918.83521	917.32281	915.80798	915.04962	914.74609
7	1224.8464	1223.3044	1221.7605	1220.9877	1220.6785
8	1594.327	1592.7893	1591.2501	1590.48	1590.1718
9	2012.3381	2010.8138	2009.2882	2008.525	2008.2196

Tabelul 4.3 Valorile FEM ale frecvențelor proprii ale grinzii CD235 pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 53 °C-100 °C

Frecvența mod <i>i</i> [Hz]	Temperatura [°C]				
	53	53.2	53.4	53.5	53.7
1	8.573964	7.348406	5.871553	4.970586	2.271554
2	102.5405	102.2006	101.8596	101.6887	101.3459
3	236.8111	236.4993	236.1871	236.0308	235.7179
4	421.3026	420.9991	420.6954	420.5435	420.2394
5	651.5402	651.2409	650.9415	650.7917	650.4921
6	914.2906	913.9868	913.683	913.531	913.2269
7	1220.214	1219.905	1219.596	1219.441	1219.131
8	1589.709	1589.401	1589.093	1588.938	1588.63
9	2007.761	2007.456	2007.151	2006.998	2006.692
	Temperatura [°C]				
	53.9	54	60	65	70
1	3.79436	4.917545	24.856	33.52185	40.52048
2	101.0019	100.8294	89.84821	79.49549	67.5153
3	235.4046	235.2478	225.642	217.3176	208.6696
4	419.9352	419.783	410.5456	402.6841	394.6646
5	650.1923	650.0424	640.9815	633.3316	625.5883
6	912.9229	912.7708	903.5983	895.8834	888.1021
7	1218.821	1218.667	1209.337	1201.507	1193.625
8	1588.322	1588.167	1578.882	1571.101	1563.282
9	2006.386	2006.234	1997.042	1989.349	1981.626
	Temperatura [°C]				
	75	80	83	90	100
1	46.63735	52.21758	55.39462	62.53014	79.03189
2	52.80665	31.77693	7.866121	50.72125	72.12225
3	199.6615	190.2497	184.3878	169.9966	147.3443
4	386.4779	378.1135	373.0049	360.8047	342.6305
5	617.748	609.8074	604.9932	593.6093	579.6674
6	880.2527	872.3335	867.5477	856.2784	839.9212
7	1185.69	1177.702	1172.882	1161.559	1145.189
8	1555.422	1547.522	1542.763	1531.598	1515.505
9	1973.873	1966.089	1961.403	1950.426	1934.637

Tabelul 4.4 Valorile FEM ale frecvențelor proprii ale grinzii CD500 pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 0 °C-52.7 °C

Frecvența Mod <i>i</i> [Hz]	Temperatura [°C]				
	0	5	10	15	20
1	69.932533	66.678253	63.23402	59.564503	55.62215
2	170.3893	165.37196	160.18448	154.80904	149.22452
3	307.69144	301.66351	295.50726	289.21463	282.77664
4	497.0545	490.63861	484.13586	477.54279	470.85562
5	716.14197	709.26581	702.32123	695.30621	688.21875
6	1000.9025	993.94135	986.93066	979.86932	972.75629
7	1299.7474	1292.4773	1285.1656	1277.8116	1270.4147
8	1681.5776	1674.3276	1667.0459	1659.7321	1652.3856
9	2056.4858	2048.9839	2041.4542	2033.8964	2026.3102
	Temperatura [°C]				
	24.85	30	35	40	45
1	51.474609	46.62096	41.307652	35.122959	27.470827
2	143.58389	137.32162	130.93436	124.19575	117.0436
3	276.38361	269.42404	262.48599	255.35551	248.01689
4	464.27551	457.18314	450.189	443.08322	435.86057
5	681.27252	673.81744	666.49884	659.09833	651.61316
6	965.80615	958.37048	951.09546	943.76392	936.37469
7	1263.1979	1255.4889	1247.9584	1240.3818	1232.7584
8	1645.228	1637.5934	1630.1466	1622.6655	1615.1498
9	2018.924	2011.051	2003.3776	1995.6743	1987.941
	Temperatura [°C]				
	50	51	52	52.5	52.8
1	16.384809	13.048516	8.4688845	4.7242908	2.7143755
2	109.39507	107.79645	106.17243	105.35052	104.8541
3	240.45235	238.91058	237.35881	236.57912	236.11003
4	428.51532	427.03104	425.54156	424.79486	424.34616
5	644.04053	642.51526	640.98633	640.22046	639.7605
6	928.92645	927.42957	925.9303	925.17975	924.72906
7	1225.0873	1223.5472	1222.0052	1221.2335	1220.7703
8	1607.5986	1606.0841	1604.5681	1603.8097	1603.3544
9	1980.1774	1978.621	1977.0632	1976.2841	1975.8163

Tabelul 4.5 Valorile FEM ale frecvențelor proprii ale grinzii CD500 pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 53 °C-100 °C

Frecvența mod i [Hz]	Temperatura [°C]				
	52.9	53	53.5	60	65
1	4.155436	5.212881	8.761197	27.02564	35.30231
2	104.6881	104.5218	103.6861	92.09795	82.02261
3	235.9535	235.7968	235.012	224.5612	216.1841
4	424.1966	424.0468	423.2975	413.4322	405.6804
5	639.6072	639.4537	638.686	628.6207	620.767
6	924.5789	924.4286	923.6768	913.8471	906.2131
7	1220.616	1220.461	1219.689	1209.598	1201.778
8	1603.203	1603.051	1602.292	1592.389	1584.729
9	1975.66	1975.504	1974.724	1964.557	1956.7
	Temperatura [°C]				
	70	75	80	83.7	83.9
1	42.14205	48.19151	53.75428	57.66653	57.87435
2	70.46156	56.50447	37.56007	9.231498	3.660943
3	207.479	198.4089	188.9302	181.6226	181.22
4	397.7781	389.7169	381.4871	375.2825	374.9443
5	612.8129	604.7545	596.5878	590.4724	590.14
6	898.5142	890.7487	882.9149	877.0729	876.7561
7	1193.907	1185.984	1178.007	1172.069	1171.747
8	1577.031	1569.296	1561.523	1555.745	1555.433
9	1948.811	1940.89	1932.937	1927.03	1926.71
	Temperatura [°C]				
	84.2	85	90	95	100
1	58.18552	59.01196	64.09449	69.11094	76.38144
2	9.714692	19.54387	46.75805	63.27177	74.16725
3	180.6145	178.9908	168.5286	157.4681	145.718
4	374.4363	373.0785	364.4794	355.6773	346.6578
5	589.6411	588.3087	579.9126	571.3946	562.7497
6	876.2805	875.0111	867.0355	858.986	850.8607
7	1171.264	1169.975	1161.888	1153.744	1145.542
8	1554.963	1553.711	1545.859	1537.967	1530.034
9	1926.23	1924.95	1916.93	1908.876	1900.787

Tabelul 4.6 Valorile frecvențelor proprii ale grinzii FD determinate analitic cu formula (3.7) pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 0 °C-52.7 °C, în funcție de valorile determinate FEM pentru temperatura de referință

Frecvența mod i [Hz]	Temperatura [°C]				
	0	5	10	15	20
1	71.26791	67.853198	64.257279	60.447823	56.3815641
2	171.3807	166.16236	160.77473	155.20019	149.417824
3	310.23662	304.6172	298.89214	293.05526	287.099735
4	496.52271	490.20811	483.81111	477.32839	470.756397
5	725.27982	718.82863	712.31902	705.74937	699.117981
6	1000.0793	993.28968	986.45328	979.56917	972.636344
7	1317.9924	1311.1467	1304.2651	1297.3469	1290.39171
8	1680.6428	1673.6062	1666.5398	1659.4433	1652.3164
9	2085.9138	2078.8553	2071.7727	2064.6658	2057.53443
	Temperatura [°C]				
	24.85	30	35	40	45
1	52.135151	47.209783	41.877262	35.758167	28.347627
2	143.58661	137.12351	130.54288	123.61241	116.269578
3	281.20239	274.80176	268.44158	261.927	255.246209
4	464.29269	457.32918	450.46551	443.49563	436.414446
5	692.62488	685.66283	678.83525	671.93831	664.969828
6	965.86395	958.62028	951.53482	944.39622	937.203233
7	1283.6091	1276.3676	1269.2974	1262.1876	1255.03755
8	1645.3738	1637.9695	1630.7487	1623.4958	1616.21039
9	2050.5933	2043.1969	2035.9903	2028.7581	2021.50001
	Temperatura [°C]				
	50	51	52	52.5	52.7
1	18.12538	15.281285	11.768856	9.539398	7.9054791
2	108.43062	106.79381	105.13151	104.29043	103.782505
3	248.38579	246.99084	245.58797	244.88352	244.459875
4	429.21646	427.76232	426.30323	425.57181	425.132351
5	657.92755	656.51002	655.08944	654.37799	653.950743
6	929.95462	928.4981	927.0393	926.30904	925.870603
7	1247.8465	1246.4033	1244.9585	1244.2354	1243.80139
8	1608.892	1607.4243	1605.9552	1605.2202	1604.77905
9	2014.2158	2012.7558	2011.2947	2010.5638	2010.12506

Tabelul 4.7 Valorile frecvențelor proprii ale grinzii FD determinate analitic cu formula (3.7) pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervalul 53 °C-100 °C, în funcție de valorile determinate FEM pentru temperatura de referință

Frecvența mod i [Hz]	Temperatura [°C]				
	53	53.2	53.4	53.5	53.7
1	7.2797959	6.5950176	0	Nedefinită	Nedefinită
2	103.61264	103.44251	102.58757	90.74344	80.454693
3	244.3185	244.17704	243.4685	234.06249	226.56152
4	424.98576	424.83913	424.10518	414.4456	406.85914
5	653.80827	653.66576	652.95276	643.61186	636.33325
6	925.72441	925.5782	924.84678	915.28518	907.86158
7	1243.6567	1243.512	1242.7881	1233.3387	1226.0204
8	1604.632	1604.4849	1603.7492	1594.1543	1586.7341
9	2009.9788	2009.8326	2009.1011	1999.5677	1992.2032
	Temperatura [°C]				
	53.9	54	60	65	70
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	68.640683	54.31509	34.477743	0	Nedefinită
3	218.80356	210.76022	202.39749	195.97946	195.62655
4	399.12849	391.24513	383.19962	377.13546	376.30848
5	628.97042	621.52037	613.97993	608.33984	607.57365
6	900.37678	892.82923	885.21733	879.54211	878.77238
7	1218.6582	1211.2512	1203.7986	1198.2539	1197.5026
8	1579.2791	1571.7887	1564.2625	1558.6697	1557.9124
9	1984.8115	1977.3921	1969.9448	1964.4156	1963.6672
	Temperatura [°C]				
	75	80	83	90	100
1	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
2	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită	Nedefinită
3	195.09597	193.674	184.53859	174.92674	164.75509
4	376.30848	374.98152	366.57924	357.9798	349.16863
5	607.57365	606.34573	598.61417	590.78144	582.84346
6	878.77238	877.53941	869.79371	861.97841	854.09161
7	1197.5026	1196.2996	1188.7534	1181.1589	1173.5152
8	1557.9124	1556.6999	1549.1003	1541.4633	1533.7882
9	1963.6672	1962.4692	1954.965	1947.4319	1939.8696

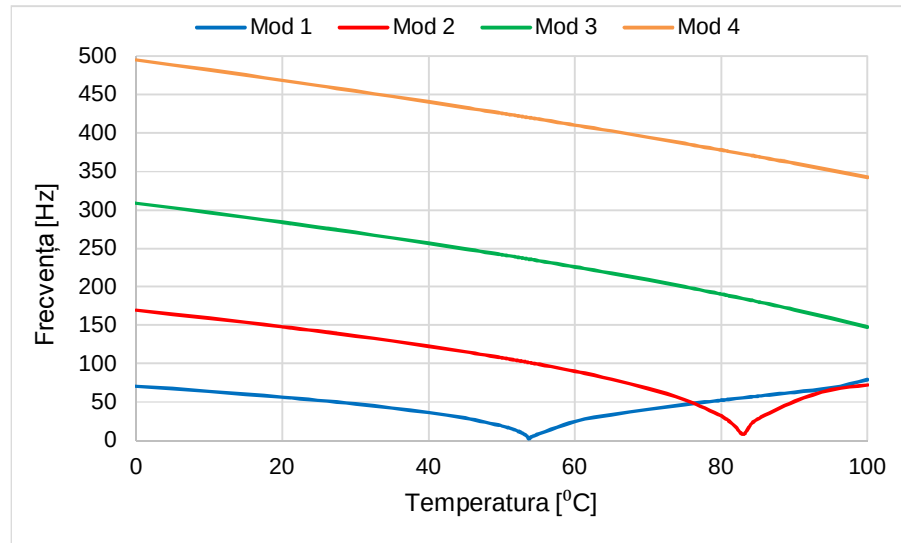


Figura 4.9 Variația valorilor frecvențelor proprii ale grinzii CD235 în funcție de temperatură

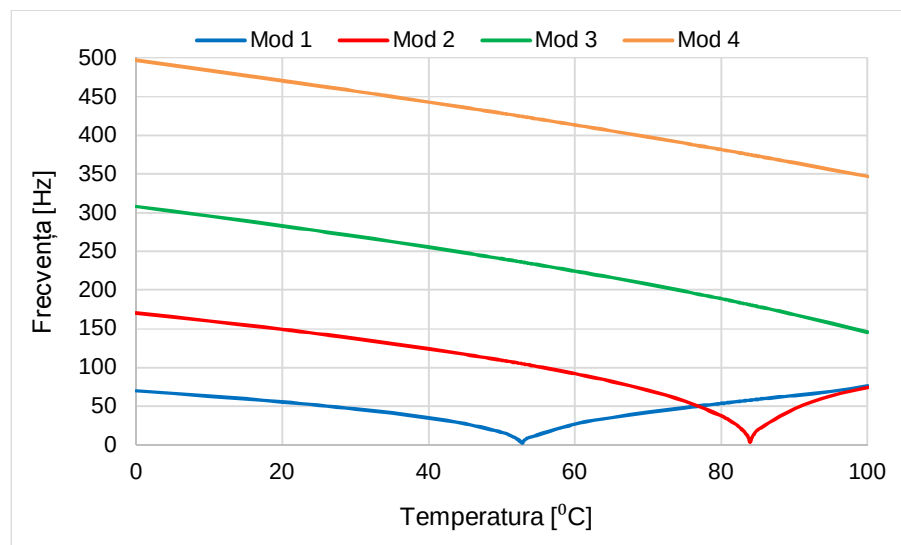


Figura 4.10 Variația valorilor frecvențelor proprii ale grinzii CD500 în funcție de temperatură

Diferențele sunt mici, pe acest interval de temperaturi. Diferențele mai mari se înregistrează pe intervalul de temperaturi apropiat de temperatura critică corespunzătoare acestui mod de vibrație, 35 °C-54 °C.

O observație importantă este aceea că valorile frecvențelor grinzii intacte determinate FEM și analitic cu formula (3.7) în funcție de valorile FEM la temperatura de referință au curbe de variație cu pante diferite, care se intersectează.

În figura (4.12) sunt date curbele de variație a acelorași valori ale frecvențelor proprii pe intervalul 35 °C-55 °C, pentru a evidenția tendința de anulare a valorilor frecvențelor

proprie la temperatura critică. Observăm că cele patru curbe nu tind la zero la aceeași valoare a temperaturii. În subcapitolul anterior am arătat că valorile forțelor critice de flambaj ale grinzilor cu defect sunt mai mici decât ale grinzilor intacte indiferent de poziția defectului, cele mai mari diferențe înregistrându-se atunci când defectul este poziționat în aceeași secțiune a grinzii cu un punct de extrem și cele mai mici, uneori neglijabile atunci când poziția defectului coincide cu un punct de inflexiune a formei modului respectiv.

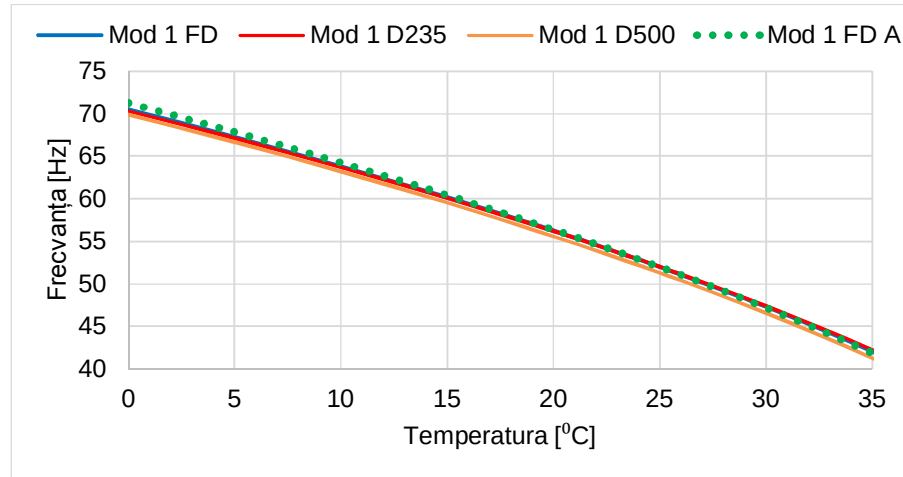


Figura 4.11 Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 1 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 0 °C-35 °C

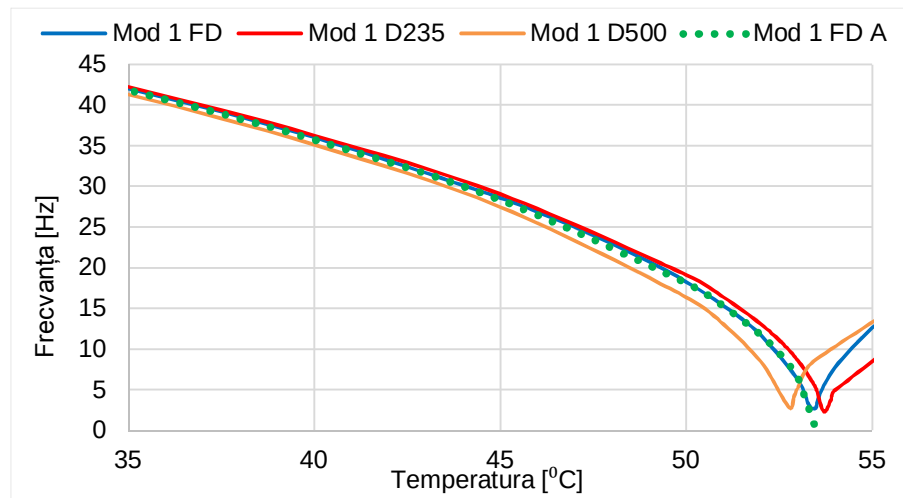


Figura 4.12 Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 1 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 35 °C-55 °C

Conform acestei concluzii valorile corespunzătoare CD500, devin nule la o valoare a temperaturii mai mică decât valoarea critică corespunzătoare grinzii FD, iar valorile grinzii

CD235 devin nule la o valoare puțin mai mare dar foarte apropiată de valoarea critică corespunzătoare grinzii FD. Această mică diferență se poate datora efectului cumulat al erorilor de calcul și a modificărilor relative foarte mici între valorile frecvențelor proprii ale celor două grinzi analizate. O observație importantă desprinsă din analiza figurii (4.12) este aceea că pentru valori ale temperaturii apropiate de valorile critice între pantele celor patru curbe apar diferențe semnificative care determină modificări mai mari ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzilor cu defect față de valorile grinzii intacte.

În figura (4.13) am reprezentat grafic curbele de variație a valorilor frecvențelor proprii corespunzătoare modului 2 de vibrație a celor trei grinzi analizate pe un interval de temperaturi apropiat temperaturii critice 2. Se observă tendința de creștere a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii CD500 peste valorile grinzii intacte și o variație cu diferențe mici ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzii CD 235 și FD.

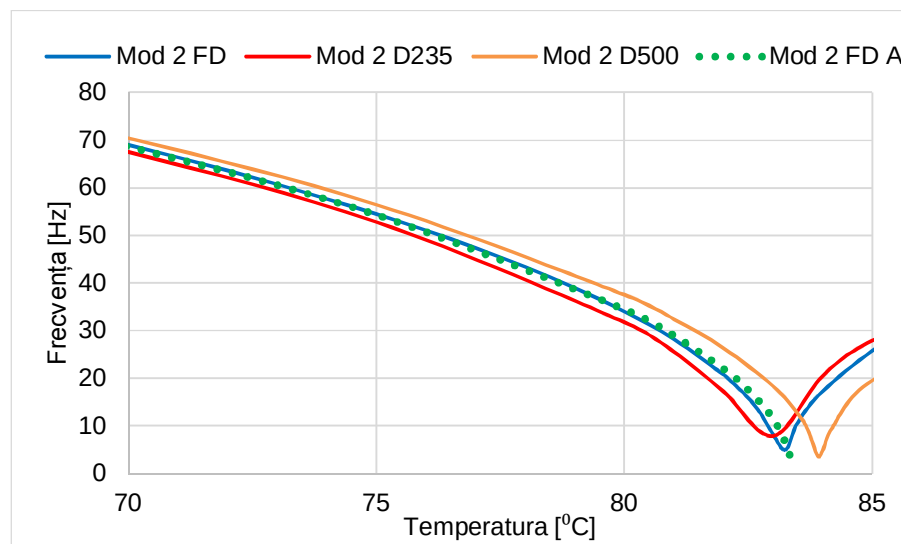


Figura 4.13 Variația frecvențelor proprii ale modului 2 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 70 °C-85 °C

De asemenea observăm că tendințele de modificare a frecvențelor proprii sunt inverse față de cele înregistrate de valorile corespunzătoare modului 1 de vibrație în intervalul de temperaturi apropiat valorii critice 1. Și în cazul modului 2 se observă diferențe între pantele curbilor de variație ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzii FD determinate prin cele două metode de calcul. Datorită pantelor diferite cele două curbe se intersectează ca și în cazul modului 1, modificările relative ale valorilor determinate prin cele două metode pot avea pe intervalul studiat atât valori negative cât și pozitive.

Deși prin metoda elementului finit se pot determina valorile frecvențelor proprii ale

grinzii studiate și pentru temperaturi mai mari decât valorile critice acestea sunt greu de utilizat deoarece nu pot fi modelate analitic.

Din analiza FEM efectuată se evidențiază o variație liniară a valorilor frecvențelor modurilor mai mari decât 2 cu temperatura pe tot intervalul analizat, indiferent de apariția sau poziția defectului. Pantele acestor curbe corespunzătoare unui mod de vibrație determinate pentru fiecare grindă analizată sunt sensibil egale. Între valorile frecvențelor proprii corespunzătoare unei anumite temperaturi specifice fiecărei grinzi analizate se pot stabili relații analitice care să elimine din aceste valori efectele temperaturii și să evidențieze efectele defectului cu erori acceptabile.

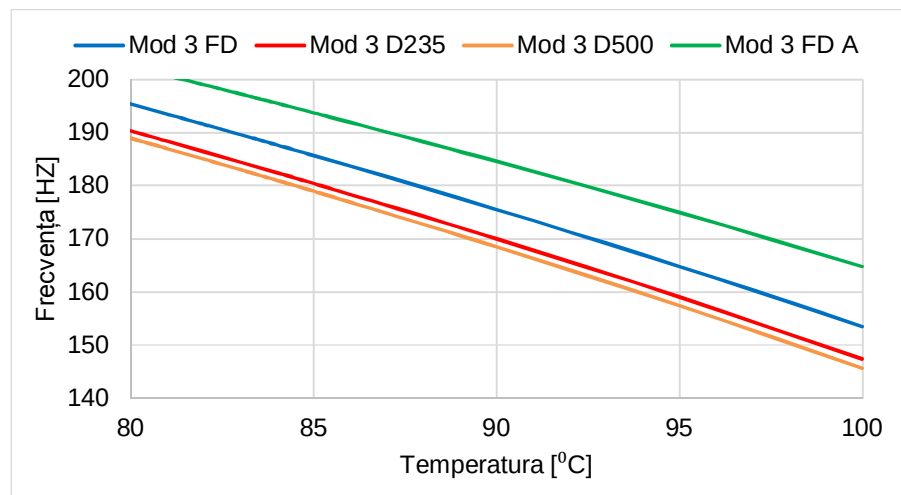


Figura 4.14 Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 3 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 80 °C-100 °C

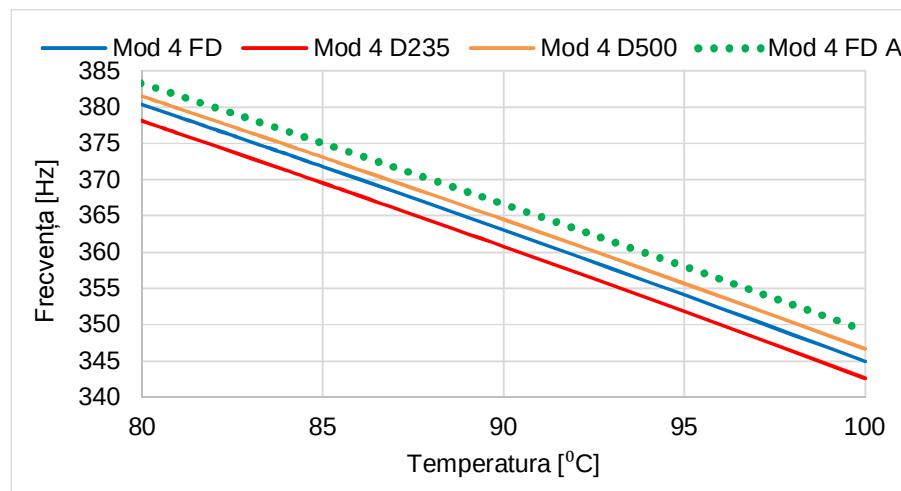


Figura 4.15 Variația frecvențelor proprii ale modului 4 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 80 °C-100 °C

Acest lucru este evidențiat în figurile (4.14 – 4.17), în care sunt reprezentate curbele de variație a valorilor frecvențelor proprii ale celor trei grinzi analizate pentru variația temperaturii în intervalul 80 °C-100 °C. Am ales un interval mai restrâns pentru a evidenția diferențele valorilor frecvențelor proprii determinate de apariția și poziția defectului. Poziția defectului grinzii CD500 se află în aceeași secțiune a grinzii cu punctul central de extrem al modurilor impare de vibrație și punctul central de inflexiune al modurilor pare. În figurile analizate se observă că această poziție a defectului influențează semnificativ valorile frecvențelor proprii ale modurilor impare, în sensul descreșterii acestor valori față de cele ale grinzii FD, în timp ce valorile modurilor pare au valori apropiate de valorile acelorași moduri de vibrație ale grinzii FD.

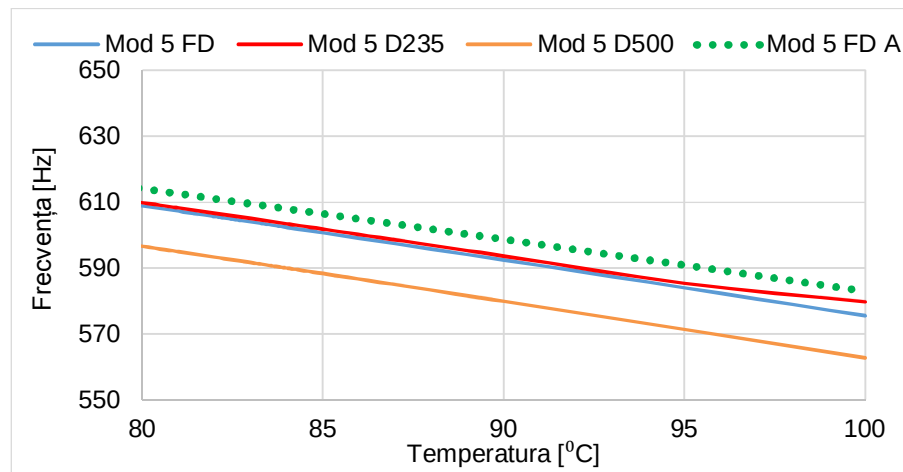


Figura 4.16 Variația frecvențelor proprii ale modului 5 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 80 °C-100 °C

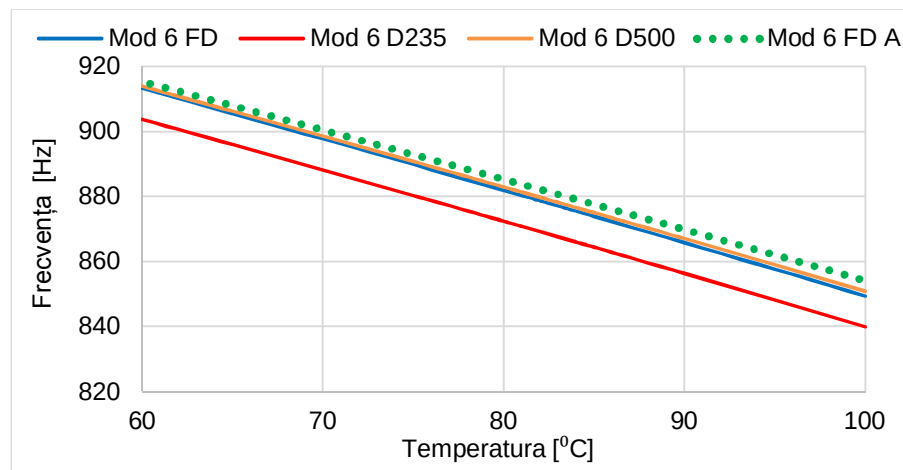


Figura 4.17 Variația frecvențelor proprii ale modului 6 de vibrație ale celor trei grinzi analizate pe intervalul de temperaturi 60 °C-100 °C

În cazul grinzii CD235 poziția defectului influențează valorile frecvențelor proprii ale unui anumit mod de vibrație funcție de distanța față de punctele critice specifice lui, apropierea de un punct de extrem duce la scăderea semnificativă a frecvenței modului respectiv, în cazurile studiate a modurilor 2, 3, 4 și 6, iar apropierea de un punct de inflexiune produce modificări reduse ale valorilor frecvențelor proprii ale modului respectiv, în acest caz modurile 1 și 5.

De asemenea putem observa în aceste figuri că deși au pante aproximativ egale curbele valorilor frecvențelor proprii ale grinzii FD determinate FEM și analitic în funcție de valorile FEM de referință indică diferențe valorice în cazul celor patru moduri de vibrație analizate.

În urma acestei analize putem afirma că:

- în monitorizarea grinzilor încastrate la ambele capete utilizarea valorilor frecvențelor modurilor de vibrație 1 și 2 se poate face doar pentru un anumit interval de temperaturi mărginit superior de valoarea critică corespunzătoare, datorită limitelor formulelor analitice.
- diferențele înregistrate între valorile frecvențelor proprii ale grinzii FD determinate FEM și cele determinate analitic cu formula (3.7), în funcție de valorile FEM pentru temperatura de referință ne indică faptul că procesele de filtrare a datelor cu algoritmul bazat pe formula (3.13) poate fi viciat. Eroarea care afectează acest proces, pentru o anumită valoare a temperaturii și un anumit mod de vibrație, este egală în valoare absolută cu diferența înregistrată între valoarea frecvenței proprii a grinzii FD obținută FEM sau prin măsurători și valoarea determinată analitic cu formula (3.7) în funcție de valoarea de referință a grinzii FD obținută FEM sau prin măsurători. În cazul frecvențelor determinate FEM aceste erori sunt mici și probabil nu afectează în mare măsură un proces de detectare a defectelor, dar în cazul unei structuri reale a cărei stare de referință este caracterizată de valori măsurate, aceste erori se pot amplifica. Aceste observații confirmă concluziile desprinse din analiza efectuată în capitolul precedent.

4.2.1. Determinarea FEM a valorilor frecvențelor proprii în funcție de poziția defectului

Vom determina valorile frecvențelor proprii pentru poziții ale defectului care variază cu un pas de 10 mm, la temperatura de referință și la temperatura de 40 °C, valoare situată în intervalul apropiat temperaturii critice a modului 1. Se vor determina valorile corespunzătoare distanțelor normalizate x/l pentru intervalul 0.01–0.5, pentru cealaltă jumătate a grinzii avem aceleași valori ale frecvențelor proprii în pozițiile simetrice.

Tabelul 4.8 Valorile frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01–0.25, determinate la temperatura de referință $T_0=24.85\text{ }^{\circ}\text{C}$

Frecvența Mod i [Hz]	Distanța normalizată x/l				
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
1	50.536129	50.68914	50.81921	50.94717	51.074558
2	139.66794	140.29405	140.8353	141.33855	141.80385
3	274.35916	275.88696	277.18185	278.31619	279.28323
4	454.2229	457.12289	459.49136	461.41959	462.8822
5	679.24274	683.97644	687.65869	690.37341	692.05811
6	949.2464	956.2359	961.34747	964.59802	965.88837
	Distanța normalizată x/l				
	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
1	51.198002	51.312912	51.416256	51.51667	51.604057
2	142.22069	142.58032	142.88292	143.13489	143.32713
3	280.0592	280.63312	281.01553	281.2067	281.21213
4	463.83502	464.28091	464.25772	463.81104	463.01239
5	692.65869	692.25812	691.02979	689.25134	687.20825
6	965.23059	963.02759	959.90576	956.71216	954.04968
	Distanța normalizată x/l				
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
1	51.68817	51.768837	51.840614	51.899525	51.952839
2	143.46616	143.56151	143.59924	143.589	143.53575
3	281.04622	280.76532	280.36688	279.87503	279.34448
4	461.87944	460.90479	459.86542	458.8826	458.13751
5	685.20299	683.89941	683.10858	682.81012	683.20282
6	952.58849	952.47986	953.60266	955.45129	957.95581
	Distanța normalizată x/l				
	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
1	52.002266	52.04248	52.075741	52.101139	52.120811
2	143.44994	143.32767	143.1772	143.00291	142.82007
3	278.83646	278.3349	277.88525	277.51797	277.26883
4	457.74133	457.59091	457.73422	458.16373	458.85025
5	684.25201	685.64386	687.28137	688.98084	690.55206
6	960.74292	963.21942	965.03845	965.81171	965.34064
	Distanța normalizată x/l				
	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25
1	52.133507	52.139469	52.140129	52.135658	52.12534
2	142.62491	142.43172	142.24156	142.07666	141.90956
3	277.10672	277.07263	277.13937	277.34915	277.60706
4	459.67682	460.62021	461.58118	462.51617	463.29739
5	691.76569	692.46881	692.55359	691.97711	690.76953
6	963.60376	960.85919	957.59802	954.51245	951.96075

Tabelul 4.9 Valorile frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.26–0.5, determinate la temperatura de referință $T_0=24.85\text{ }^{\circ}\text{C}$

Frecvența Mod i [Hz]	Distanța normalizată x/l				
	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3
1	52.109566	52.089859	52.066391	52.037064	52.006962
2	141.74884	141.62178	141.54094	141.44719	141.41585
3	277.92313	278.32703	278.7944	279.2359	279.70654
4	463.87997	464.22348	464.26938	463.99997	463.44556
5	689.04242	687.04968	685.09955	683.22437	681.92816
6	950.34399	950.0683	951.16138	953.04706	955.84564
	Distanța normalizată x/l				
	0.31	0.32	0.33	0.34	0.35
1	51.974541	51.939262	51.903439	51.86237	51.825485
2	141.4126	141.42708	141.48055	141.53682	141.6487
3	280.14694	280.52975	280.84628	281.06213	281.18246
4	462.64163	461.64285	460.54779	459.38184	458.3638
5	681.21643	681.10248	681.69055	682.74005	684.38068
6	958.9494	961.87823	964.24774	965.59125	965.70898
	Distanța normalizată x/l				
	0.36	0.37	0.38	0.39	0.4
1	51.78965	51.752697	51.716286	51.680004	51.642105
2	141.7845	141.93138	142.09096	142.2562	142.42139
3	281.19208	281.08121	280.8566	280.53607	280.11951
4	457.52545	456.89746	456.53995	456.45126	456.62204
5	686.28644	688.23175	690.00854	691.43469	692.32867
6	964.52313	962.20441	959.1687	955.93799	952.98212
	Distanța normalizată x/l				
	0.41	0.42	0.43	0.44	0.45
1	51.612423	51.58543	51.560886	51.53891	51.514866
2	142.60361	142.78255	142.95094	143.10796	143.24478
3	279.65128	279.14542	278.62186	278.11008	277.6019
4	457.16211	457.9397	458.89615	459.95715	461.02563
5	692.58832	692.16772	691.09418	689.53821	687.62915
6	950.9986	950.16571	950.58856	952.16748	954.59369
	Distanța normalizată x/l				
	0.46	0.47	0.48	0.49	0.5
1	51.496834	51.486004	51.479248	51.475029	51.476856
2	143.36234	143.45784	143.53058	143.57048	143.58493
3	277.16272	276.82175	276.5748	276.42535	276.39886
4	462.06436	462.98203	463.69666	464.13342	464.27896
5	685.64508	683.8573	682.44525	681.54712	681.30829
6	957.6261	960.76276	963.44983	965.21704	965.81317

Tabelul 4.10 Valorile frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01–0.25, determinate la temperatura $T=40\text{ }^{\circ}\text{C}$

Frecvența Mod i [Hz]	Distanța normalizată x/l				
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
1	34.56345	34.69352	34.82148	34.948868	35.072312
2	120.13778	120.76389	121.30514	121.80839	122.27369
3	253.75603	255.28383	256.57872	257.71306	258.6801
4	432.85974	435.75973	438.1282	440.05643	441.51904
5	657.35042	662.08412	665.76637	668.48109	670.16579
6	926.98941	933.97891	939.09048	942.34103	943.63138
	Distanța normalizată x/l				
	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
1	35.187222	35.290566	35.39098	35.478367	35.56248
2	122.69053	123.05016	123.35276	123.60473	123.79697
3	259.45607	260.02999	260.4124	260.60357	260.609
4	442.47186	442.91775	442.89456	442.44788	441.64923
5	670.76637	670.3658	669.13747	667.35902	665.31593
6	942.9736	940.7706	937.64877	934.45517	931.79269
	Distanța normalizată x/l				
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
1	35.638847	35.650505	35.749374	35.83823	35.921947
2	124.05664	124.12916	124.1899	124.201	124.15908
3	260.72659	260.30469	259.8858	259.36365	258.78757
4	441.40747	439.61789	438.5015	437.44122	436.62341
5	665.10663	661.92194	661.05511	660.70734	661.08185
6	932.98969	930.01031	931.12347	933.00122	935.5675
	Distanța normalizată x/l				
	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
1	35.91679	35.950051	35.975449	35.995121	36.007817
2	123.91978	123.79751	123.64704	123.47275	123.28991
3	258.23333	257.73177	257.28212	256.91484	256.6657
4	436.37817	436.22775	436.37106	436.80057	437.48709
5	662.35969	663.75154	665.38905	667.08852	668.65974
6	938.48593	940.96243	942.78146	943.55472	943.08365
	Distanța normalizată x/l				
	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25
1	36.013779	36.014439	36.009968	35.99965	35.983876
2	123.09475	122.90156	122.7114	122.5465	122.3794
3	256.50359	256.4695	256.53624	256.74602	257.00393
4	438.31366	439.25705	440.21802	441.15301	441.93423
5	669.87337	670.57649	670.66127	670.08479	668.87721
6	941.34677	938.6022	935.34103	932.25546	929.70376

Tabelul 4.11 Valorile frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.26–0.50, determinate la temperatura $T=40\text{ }^{\circ}\text{C}$

Frecvența Mod i [Hz]	Distanța normalizată x/l				
	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3
1	35.964169	35.940701	35.911374	35.881272	35.848851
2	122.21868	122.09162	122.01078	121.91703	121.88569
3	257.32	257.7239	258.19127	258.63277	259.10341
4	442.51681	442.86032	442.90622	442.63681	442.0824
5	667.1501	665.15736	663.20723	661.33205	660.03584
6	928.087	927.81131	928.90439	930.79007	933.58865
	Distanța normalizată x/l				
	0.31	0.32	0.33	0.34	0.35
1	35.813572	35.777749	35.73668	35.699795	35.66396
2	121.88244	121.89692	121.95039	122.00666	122.11854
3	259.54381	259.92662	260.24315	260.459	260.57933
4	441.27847	440.27969	439.18463	438.01868	437.00064
5	659.32411	659.21016	659.79823	660.84773	662.48836
6	936.69241	939.62124	941.99075	943.33426	943.45199
	Distanța normalizată x/l				
	0.36	0.37	0.38	0.39	0.4
1	35.627007	35.590596	35.554314	35.516415	35.486733
2	122.25434	122.40122	122.5608	122.72604	122.89123
3	260.58895	260.47808	260.25347	259.93294	259.51638
4	436.16229	435.5343	435.17679	435.0881	435.25888
5	664.39412	666.33943	668.11622	669.54237	670.43635
6	942.26614	939.94742	936.91171	933.681	930.72513
	Distanța normalizată x/l				
	0.41	0.42	0.43	0.44	0.45
1	35.45974	35.435196	35.41322	35.389176	35.371144
2	123.07345	123.25239	123.42078	123.5778	123.71462
3	259.04815	258.54229	258.01873	257.50695	256.99877
4	435.79895	436.57654	437.53299	438.59399	439.66247
5	670.696	670.2754	669.20186	667.64589	665.73683
6	928.74161	927.90872	928.33157	929.91049	932.3367
	Distanța normalizată x/l				
	0.46	0.47	0.48	0.49	0.5
1	35.360314	35.353558	35.349339	35.351166	35.351166
2	123.83218	123.92768	124.00042	124.04032	124.05477
3	256.55959	256.21862	255.97167	255.82222	255.79573
4	440.7012	441.61887	442.3335	442.77026	442.9158
5	663.75276	661.96498	660.55293	659.6548	659.41597
6	935.36911	938.50577	941.19284	942.96005	943.55618

Tabelul 4.12 Valorile frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01–0.25, filtrate de modificările produse de creșterea temperaturii la valoarea $T=40\text{ }^{\circ}\text{C}$

Frecvența Mod i [Hz]	Distanța normalizată x/l				
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
1	49.988383	50.1765	50.361566	50.545804	50.724338
2	139.1371	139.86223	140.48907	141.07191	141.61079
3	273.67085	275.31855	276.71506	277.93842	278.98136
4	453.84336	456.88394	459.36722	461.38892	462.92244
5	678.69716	683.58458	687.38641	690.18929	691.92869
6	948.96847	956.12369	961.35646	964.68408	966.00502
	Distanța normalizată x/l				
	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
1	51.572045	51.651887	51.72752	51.805864	51.878226
2	142.6492	142.98298	143.27296	143.52229	143.7219
3	278.80825	279.38799	279.78966	280.00704	280.04346
4	463.33969	463.81734	463.83299	463.4202	462.64699
5	691.62196	691.26729	690.07362	688.30499	686.24896
6	964.64633	962.47956	959.36004	956.13356	953.42037
	Distanța normalizată x/l				
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
1	51.549925	51.653735	51.738936	51.816043	51.887528
2	143.536	143.64642	143.69012	143.67826	143.61659
3	280.8827	280.57976	280.15005	279.6196	279.04741
4	461.87107	460.84916	459.75941	458.72895	457.94774
5	684.85097	683.50506	682.68854	682.38039	682.78584
6	952.3898	952.2786	953.42802	955.32048	957.88438
	Distanța normalizată x/l				
	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
1	51.94569	51.993794	52.030526	52.058978	52.077339
2	143.5172	143.3756	143.20134	142.99949	142.78772
3	278.49952	277.9586	277.47367	277.07756	276.80886
4	457.53236	457.37464	457.5249	457.97523	458.69503
5	683.86911	685.30615	686.99684	688.75149	690.37374
6	960.73758	963.2728	965.13496	965.92654	965.44431
	Distanța normalizată x/l				
	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25
1	52.085962	52.086917	52.080451	52.065527	52.042714
2	142.5617	142.33796	142.11773	141.92675	141.73322
3	276.63403	276.59727	276.66925	276.89549	277.17363
4	459.56167	460.55079	461.55834	462.53867	463.35776
5	691.62678	692.35274	692.44027	691.84507	690.59827
6	963.66625	960.8566	957.51811	954.35938	951.74718

Tabelul 4.13 Valorile frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.26–0.50, filtrate de modificările produse de creșterea temperaturii la valoarea $T=40\text{ }^{\circ}\text{C}$

Frecvența Mod i [Hz]	Distanța normalizată x/l				
	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3
1	52.014212	51.980271	51.937855	51.89432	51.84743
2	141.54709	141.39993	141.30631	141.19773	141.16143
3	277.51451	277.95011	278.45417	278.93031	279.43789
4	463.96858	464.32874	464.37686	464.09439	463.5131
5	688.81508	686.75763	684.74416	682.80809	681.46979
6	950.09209	949.80986	950.92885	952.85924	955.72418
	Distanța normalizată x/l				
	0.31	0.32	0.33	0.34	0.35
1	51.796408	51.744596	51.685199	51.631854	51.580026
2	141.15767	141.17444	141.23636	141.30153	141.43111
3	279.91285	280.32571	280.66708	280.89987	281.02964
4	462.67021	461.62301	460.47486	459.25239	458.185
5	680.73495	680.61729	681.22446	682.30804	684.00195
6	958.90153	961.89981	964.3255	965.70086	965.82139
	Distanța normalizată x/l				
	0.36	0.37	0.38	0.39	0.4
1	51.526582	51.473921	51.421448	51.366635	51.323707
2	141.58839	141.75849	141.94331	142.13468	142.32599
3	281.04001	280.92044	280.6782	280.33252	279.88326
4	457.30601	456.64758	456.27273	456.17975	456.35881
5	685.9696	687.97808	689.81257	691.28503	692.20805
6	964.60742	962.23371	959.12603	955.81872	952.79276
	Distanța normalizată x/l				
	0.41	0.42	0.43	0.44	0.45
1	51.284668	51.24917	51.217386	51.182612	51.156533
2	142.53703	142.74427	142.9393	143.12114	143.2796
3	279.37829	278.83273	278.26808	277.71613	277.16807
4	456.92506	457.74034	458.74316	459.85559	460.97587
5	692.47612	692.04187	690.93346	689.32696	687.35591
6	950.76221	949.90958	950.34246	951.95881	954.44255
	Distanța normalizată x/l				
	0.46	0.47	0.48	0.49	0.5
1	51.14087	51.131099	51.124997	51.127639	51.127639
2	143.41575	143.52636	143.6106	143.65681	143.67355
3	276.69443	276.32669	276.06037	275.89919	275.87062
4	462.06495	463.0271	463.77637	464.23432	464.38691
5	685.30741	683.46157	682.00367	681.07637	680.82979
6	957.54685	960.75788	963.50867	965.31778	965.92804

Tabelul 4.14 Valorile erorilor relative de filtrare a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01–0.25

Eroare relativă [%] Mod i	Distanța normalizată x/l				
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
1	1.0838707	1.0113419	0.9005337	0.7878078	0.6857033
2	0.3800736	0.3077988	0.2458388	0.1886539	0.1361424
3	0.2508814	0.2060315	0.168406	0.1357333	0.1080889
4	0.0835575	0.0522737	0.0270167	0.0066459	-0.008693
5	0.0803215	0.0572909	0.0395951	0.0266698	0.0186997
6	0.0292789	0.0117342	-0.000935	-0.008922	-0.012077
	Distanța normalizată x/l				
	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
1	0.6005536	0.5318689	0.449341	0.3980508	0.3309806
2	0.0893917	0.0492766	0.0156801	-0.012187	-0.033383
3	0.0860446	0.069819	0.0590441	0.0536689	0.0535163
4	-0.018633	-0.023271	-0.02303	-0.018383	-0.010053
5	0.0158678	0.017756	0.02356	0.0319999	0.0417496
6	-0.01047	-0.00507	0.0026246	0.010548	0.0171943
	Distanța normalizată x/l				
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
1	0.4600372	0.2223382	0.1961366	0.1608523	0.1257112
2	0.0210124	-0.059147	-0.063287	-0.062164	-0.056319
3	0.1292516	0.0660907	0.0773377	0.0912657	0.1063445
4	0.1747156	0.0120678	0.0230516	0.0334836	0.041422
5	0.3132483	0.0576631	0.0614893	0.0629357	0.0610329
6	0.313871	0.0211304	0.0183138	0.0136909	0.0074562
	Distanța normalizată x/l				
	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
1	0.1087955	0.0935524	0.0868242	0.0809212	0.0834068
2	-0.046892	-0.033441	-0.016857	0.0023968	0.0226466
3	0.1208369	0.1351967	0.1481143	0.1586968	0.1658913
4	0.0456535	0.0472621	0.0457295	0.0411422	0.0338277
5	0.05596	0.0492542	0.0413996	0.0332874	0.0258228
6	0.0005563	-0.005541	-0.01	-0.01189	-0.010739
	Distanța normalizată x/l				
	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25
1	0.0911972	0.1007917	0.1144574	0.1345168	0.1585136
2	0.0443174	0.0658281	0.0870578	0.1055141	0.1242601
3	0.1705795	0.1715661	0.1696348	0.1635705	0.1561275
4	0.02505	0.0150703	0.0049465	-0.004863	-0.013029
5	0.0200803	0.0167626	0.016363	0.019082	0.0247923
6	-0.006485	0.0002693	0.0083449	0.0160364	0.0224348

Tabelul 4.15 Valorile erorilor relative de filtrare a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01–0.25

Eroare relativă [%] Mod i	Distanța normalizată x/l				
	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3
1	0.1829863	0.2103825	0.2468685	0.2743116	0.306751
2	0.1423323	0.1566485	0.1657705	0.1763622	0.1799062
3	0.1470247	0.1354225	0.1220389	0.1094375	0.0960481
4	-0.019101	-0.022674	-0.023151	-0.02035	-0.014575
5	0.0329942	0.0425087	0.0518734	0.0609286	0.067217
6	0.0265067	0.0272024	0.0244464	0.0197067	0.012707
	Distanța normalizată x/l				
	0.31	0.32	0.33	0.34	0.35
1	0.3427313	0.3747954	0.4204719	0.4444752	0.4736257
2	0.1802738	0.1786361	0.1725921	0.1662357	0.1536136
3	0.0835598	0.0727363	0.0638092	0.0577331	0.0543499
4	-0.006177	0.0042982	0.0158349	0.0281789	0.0390083
5	0.0706801	0.0712352	0.0683724	0.0632754	0.0553389
6	0.0049918	-0.002243	-0.008064	-0.011352	-0.011639
	Distanța normalizată x/l				
	0.36	0.37	0.38	0.39	0.4
1	0.5079545	0.538669	0.5701062	0.6063636	0.616548
2	0.138319	0.1218098	0.1039122	0.0854221	0.06698
3	0.0540797	0.0571966	0.0635187	0.072558	0.0843366
4	0.0479624	0.0546913	0.0585303	0.0594836	0.0576483
5	0.0461675	0.0368582	0.0284011	0.0216445	0.0174233
6	-0.008739	-0.003046	0.0044486	0.0124768	0.0198697
	Distanța normalizată x/l				
	0.41	0.42	0.43	0.44	0.45
1	0.6350318	0.65185	0.6662026	0.6913182	0.695592
2	0.0466863	0.0268084	0.0081473	-0.009213	-0.02431
3	0.0976181	0.1120169	0.1269747	0.1416503	0.1562762
4	0.0518534	0.0435339	0.0333394	0.0220802	0.010794
5	0.0161993	0.0181825	0.0232552	0.0306355	0.0397363
6	0.0248564	0.0269565	0.0258898	0.0219152	0.0158333
	Distanța normalizată x/l				
	0.46	0.47	0.48	0.49	0.5
1	0.6912353	0.6893236	0.6881438	0.67487	0.6783956
2	-0.037258	-0.047761	-0.055752	-0.060131	-0.061717
3	0.1689594	0.1788343	0.1860013	0.1903447	0.1911151
4	-0.000128	-0.009736	-0.017192	-0.021738	-0.023251
5	0.0492483	0.0578666	0.0647055	0.0690702	0.0702327
6	0.0082751	0.0005073	-0.006107	-0.010437	-0.011894

Valorile determinate la temperatura de referință pentru primele 6 moduri de vibrație sunt date în tabelele (4.8) și (4.9), iar cele determinate la temperatura de 40 °C sunt date în tabelele (4.10) și (4.11). Valorile achiziționate la temperatura de 40 °C, vor fi supuse procesului de filtrare care să extragă din aceste valori modificările datorate variației temperaturii dar să păstreze influențele defectului. Prin filtrarea acestor valori vom testa eficiența algoritmului dezvoltat, în cazul grinzilor cu defect.

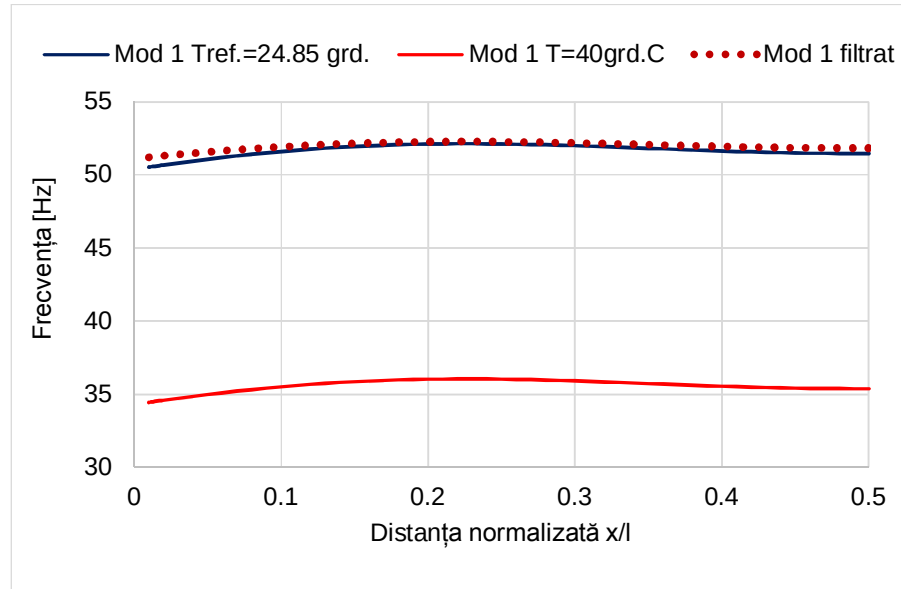


Figura 4.18 Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 1 de vibrație și a valorilor filtrate, în funcție de poziția defectului

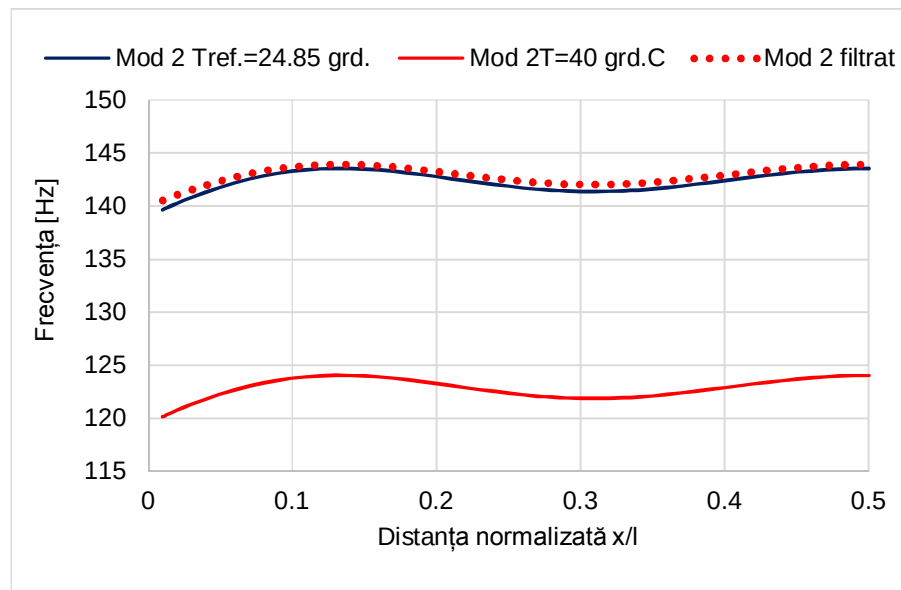


Figura 4.19 Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 2 de vibrație și a valorilor filtrate, în funcție de poziția defectului

Pentru această operație se va utiliza algoritmul creat în capitolul trei al acestei teze compus din relația (3.24) care determină valoarea filtrată corectată a frecvențelor proprii, prin eliminarea influențelor temperaturii, utilizând valorile factorilor de corecție obținuți conform formulei (3.25), valori date în tabelele (3.16) și (3.17).

În relația (3.24) în acest caz deplasarea sistemului va fi considerată zero deoarece valorile frecvențelor proprii au fost determinate FEM în baza ipotezei că cele două încăstrări împiedică în totalitate dilatările sau contracțiile. Valorile astfel determinate ale frecvențelor proprii achiziționate la 40 °C și translatate spre valorile de referință prin filtrare, adică prin eliminarea modificărilor datorate temperaturii sunt date în tabelele (4.10) și (4.11). Pentru a ușura exprimarea, aceste valori le vom denumi în continuare valori filtrate.

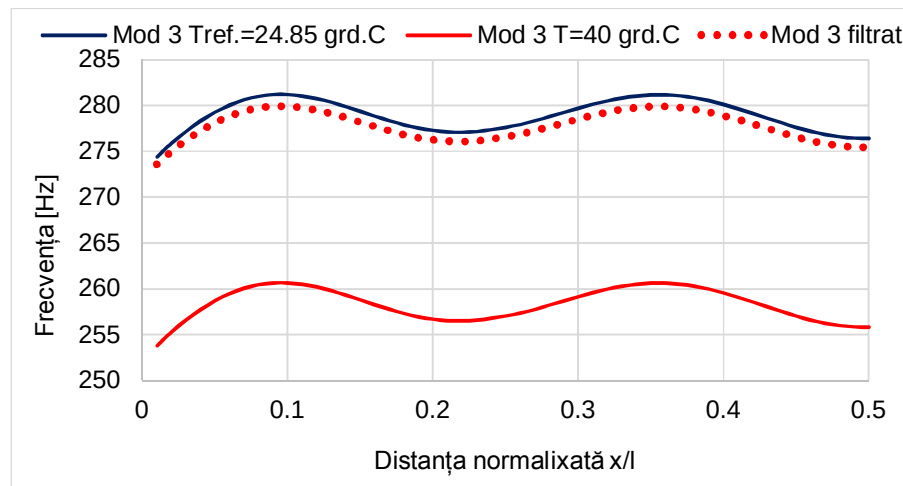


Figura 4.20 Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 3 de vibrație și a valorilor filtrate, în funcție de poziția defectului

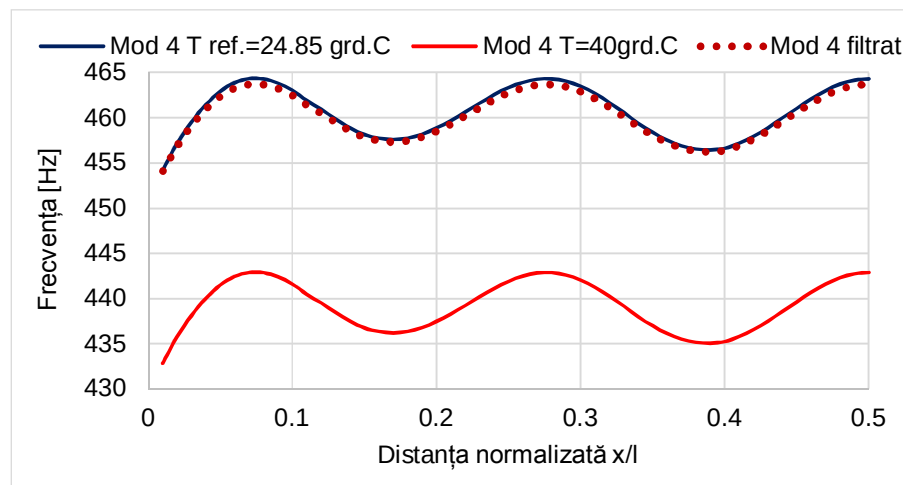


Figura 4.21 Variația valorilor frecvențelor proprii ale modului 4 de vibrație și a valorilor filtrate, în funcție de poziția defectului

Acuratețea cu care sunt determinate aceste valori filtrate este cuantificată de erorile relative de filtrare date în tabelul (4.12) și (4.13).

Cu scopul de a evidenția modul de variație a valorilor frecvențelor proprii supuse influențelor poziției defectului și variației temperaturii, vom reprezenta pe același grafic cele trei seturi de valori obținute pentru primele patru moduri de vibrație.

Din analiza figurilor (4.18) și (4.19) se observă că variația similară a valorile frecvențelor proprii ale modurilor 1 și 2 achiziționate la temperatura de 40 °C, cu cele achiziționate la temperatura de referință facilitează procesul de filtrare. Cea mai mare valoare a erorii se înregistrează pentru valoarea frecvenței modului 1 determinată pentru poziția defectului $x/l=0.01$ și este de 1.084 %. Valorile frecvențelor proprii ale modurilor de vibrație mai mari decât 2 determinate în funcție de poziția defectului la cele două temperaturi figura (4.20) și figura (4.21) au de asemenea variații similare, dar pentru aceste moduri erorile relative de filtrare au valori mult mai mici decât în cazul primelor două. Acest lucru a fost evidențiat și după analiza filtrării valorilor frecvențelor proprii ale grinzii fără defect.

Valorile erorilor rezultate după filtrarea valorilor frecvențelor determinate FEM pentru diferite poziții ale defectului evidențiază eficiența algoritmului conceput în cadrul acestei cercetări, care reușește să elimine modificările frecvențelor proprii produse de variația temperaturii dar nu alterează modificările determinate de defect.

Dacă comparăm variația valorilor frecvențelor proprii ale modurilor 1 și 2 în funcție de poziția defectului dată în figurile (4.18) și (4.119), cu variația forțelor critice de flambaj dată în figurile (4.5) și (4.6), observăm aceleași tendințe de creștere și descreștere, ceea ce conduce la concluzia că valorile frecvențelor proprii variază invers proporțional cu energia de deformare înmagazinată în secțiunea în care este prezent defectul.

4.2.2. Analiza modificărilor relative ale valorilor frecvențelor proprii determinate de modificarea poziției defectului

În subcapitolul anterior am arătat că algoritmul de filtrare permite translatarea valorilor frecvențelor proprii ale grinzii cu defect spre valorile de referință cu erori relative subunitare pentru valorile corespunzătoare modurilor de vibrație mai mari decât 1 și cu abateri de maxim 1.084 % în cazul studiat pentru valorile frecvențelor proprii ale modului 1.

Aceste valori ale erorilor de filtrare indică faptul că prin acest proces deși factorii de corecție s-au determinat pentru fiecare mod de vibrație în parte, cu o abatere medie pătratică în unele cazuri mai mică decât valoarea unitară elimină influențele temperaturii. În acest proces de filtrare s-au utilizat factorii de corecție determinați în capitolul anterior

pentru grinda intactă. Rezultatele obținute validează performanțele acestui algoritm.

Tabelul 4.16 Modificările relative ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzii cu defect
situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01–0.25

Modificare relativă Mod i [%]	Distanța normalizată x/l				
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
1	3.0670706	2.7735809	2.5240952	2.2786558	2.034314
2	2.7291338	2.2930807	1.9161343	1.5656489	1.2415925
3	2.4335608	1.8902505	1.4297668	1.0263782	0.6824832
4	2.168846	1.5442414	1.0341172	0.6188139	0.3037937
5	1.9320907	1.2486467	0.7170095	0.3250627	0.0818296
6	1.720486	0.9968331	0.4676103	0.1310671	-0.002528
	Distanța normalizată x/l				
	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
1	1.7975378	1.5771296	1.3789065	1.1863027	1.0186862
2	0.9512872	0.700822	0.4900802	0.3145984	0.1807102
3	0.4065358	0.2024431	0.0664501	-0.00153	-0.003462
4	0.098574	0.0025371	0.0075326	0.1037404	0.2757536
5	-0.004882	0.0529522	0.2302968	0.4870653	0.7820432
6	0.0655746	0.2936609	0.6168768	0.9475242	1.2231816
	Distanța normalizată x/l				
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
1	0.6655415	0.7026237	0.5649482	0.4519527	0.3496912
2	0.01424	0.0174812	-0.008799	-0.001668	0.0354195
3	-0.015584	0.15543	0.2971206	0.4720309	0.6607021
4	0.3474642	0.7296925	0.9535529	1.1652338	1.3257116
5	0.8116785	1.2597676	1.3739467	1.4170381	1.3603407
6	1.0845693	1.3857122	1.2694636	1.0780668	0.8187636
	Distanța normalizată x/l				
	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
1	0.2548856	0.1777504	0.113954	0.0652378	0.0275044
2	0.0951851	0.1803383	0.2851301	0.4065104	0.5338524
3	0.8413642	1.0197256	1.1796268	1.310237	1.3988371
4	1.4110412	1.4434391	1.4125727	1.3200654	1.1722011
5	1.2088598	1.0079075	0.7714863	0.5261207	0.2992695
6	0.5302023	0.2737996	0.0854676	0.0054093	0.0541811
	Distanța normalizată x/l				
	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25
1	0.0031536	-0.008283	-0.009549	-0.000973	0.0188192
2	0.6697703	0.8043173	0.9367496	1.0515944	1.1679694
3	1.4564857	1.468608	1.4448735	1.3702732	1.2785584
4	0.9941736	0.790985	0.5840103	0.3826293	0.2143691
5	0.1240487	0.0225327	0.0102926	0.0935234	0.2678718
6	0.2340074	0.5181641	0.8558069	1.1752692	1.4394572

Tabelul 4.17 Modificările relative ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzii cu defect
situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.26–0.50

Modificare relativă Mod i [%]	Distanța normalizată x/l				
	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3
1	0.0490747	0.086874	0.1318878	0.1881405	0.2458784
2	1.2799025	1.3683926	1.4246939	1.4899855	1.5118131
3	1.1661588	1.0225255	0.856319	0.6993154	0.5319477
4	0.0888921	0.0149074	0.0050217	0.0630474	0.1824576
5	0.5172293	0.8049372	1.0864943	1.35723	1.5443737
6	1.6068473	1.6353912	1.5222201	1.3269876	1.0372383
	Distanța normalizată x/l				
	0.31	0.32	0.33	0.34	0.35
1	0.3080651	0.3757321	0.4444455	0.5232197	0.5939672
2	1.5140766	1.5039917	1.4667551	1.4275631	1.3496467
3	0.3753348	0.2392007	0.1266382	0.0498782	0.0070867
4	0.355608	0.5707265	0.8065825	1.0577074	1.2769734
5	1.6471322	1.6635845	1.5786794	1.4271544	1.1902838
6	0.7158928	0.4126583	0.1673332	0.0282343	0.0160445
	Distanța normalizată x/l				
	0.36	0.37	0.38	0.39	0.4
1	0.6627025	0.7335817	0.8034219	0.8730133	0.9457071
2	1.2550675	1.152773	1.041637	0.9265584	0.8115117
3	0.0036682	0.0430954	0.12297	0.2369542	0.3850912
4	1.457538	1.5927955	1.6697972	1.6888981	1.6521161
5	0.9151332	0.6342723	0.3777417	0.171837	0.0427654
6	0.1388208	0.3788883	0.6931878	1.0276773	1.3337112
	Distanța normalizată x/l				
	0.41	0.42	0.43	0.44	0.45
1	1.0026402	1.0544148	1.101492	1.1436449	1.1897636
2	0.6846054	0.5599839	0.4427056	0.3333549	0.2380636
3	0.5516016	0.7314932	0.9176792	1.0996762	1.2803925
4	1.5357952	1.3683172	1.1623154	0.9337947	0.7036637
5	0.0052785	0.066003	0.221	0.4456481	0.7212746
6	1.5390735	1.6253057	1.5815261	1.418054	1.1668583
	Distanța normalizată x/l				
	0.46	0.47	0.48	0.49	0.5
1	1.2243507	1.2451235	1.2580818	1.2661744	1.2626696
2	0.156194	0.0896803	0.039022	0.0112327	0.001169
3	1.4365713	1.5578266	1.6456453	1.6987902	1.7082102
4	0.4799413	0.2822937	0.1283757	0.0343041	0.0029578
5	1.0077312	1.265848	1.4697171	1.5993879	1.6338699
6	0.8529	0.5281485	0.2499445	0.0669775	0.0052576

Pentru a caracteriza comportamentul dinamic al grinzii studiate numai în funcție de poziția defectului vom determina modificările relative ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzii cu defect pentru toate valorile x/l față de valorile frecvențelor proprii ale grinzii fără defect, achiziționate la temperatura de referință.

Valorile modificărilor relative ale valorilor frecvențelor proprii astfel determinate sunt date în tabelele (4.14) pentru poziții ale defectului x/l cuprinse în intervalul 0.01–0.25, și în tabelul (4.15) pentru poziții ale defectului x/l cuprinse în intervalul 0.26–0.50. Analiza valorilor obținute evidențiază abateri maxime a valorilor frecvențelor proprii ale tuturor modurilor studiate pentru poziții ale defectului situate în imediata apropiere a încastrărilor. Explicația este dată de faptul că în această porțiune a grinzii toate modurile de vibrație au curburi mari, deci energia de deformare înmagazinată în aceste secțiuni este maximă.

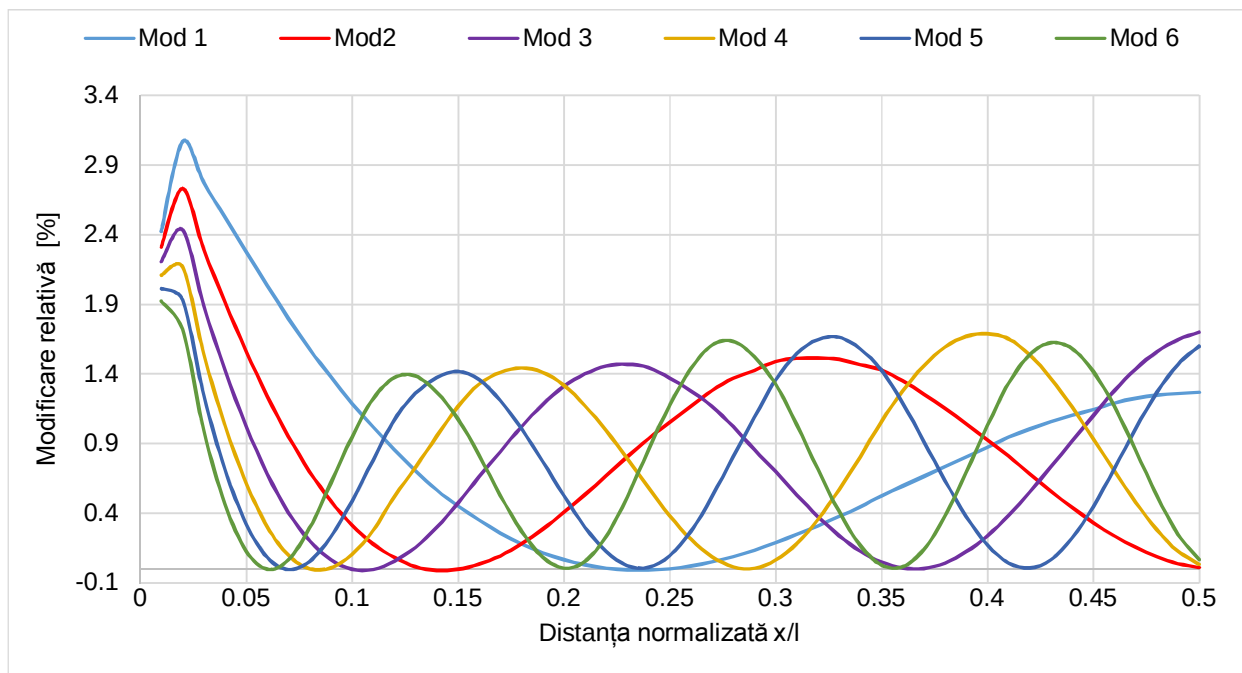


Figura 4.22 Modificările relative ale frecvențelor proprii determinate de poziția variabilă a defectului

În concluzie valoarea modificării relative a valorilor frecvențelor proprii a unui anumit mod de vibrație, pentru o anumită poziție a defectului pe grindă este direct proporțională cu valoarea energiei de deformare corespunzătoare modului respectiv în acea secțiune.

Evoluția valorilor abaterilor relative determinate de poziția defectului pentru primele 6 moduri de vibrație a grinzii analizate se poate vedea în figura (4.22). Curbele de variație sunt caracteristice fiecărui mod de vibrație în parte, și sunt în concordanță cu forma derivatei a doua a formei modului de vibrație.

4.3. Construirea unui model predictiv de recunoaștere a poziției defectului pe baza modificărilor relative normalizate ale valorilor frecvențelor proprii determinate FEM funcție de poziția defectului

Eficiența algoritmului de filtrare a valorilor frecvențelor proprii obținute experimental prin măsurători efectuate pe o grindă reală va fi testată prin utilizarea acestor valori filtrate pentru determinarea poziției defectului utilizând metoda elaborată în cadrul cercetărilor prezentate în lucrarea [31]. Această metodă se bazează pe compararea modificărilor valorilor frecvențelor proprii măsurate față de valorile de referință, cu șiruri de valori predictive, determinate prin metode de calcul, fiecare din acestea caracterizând o anumită poziție a defectului. Din acest motiv vom construi un model predictiv care să caracterizeze modificarea valorilor frecvențelor proprii ale grinzii studiate în funcție de poziția defectului.

Pentru realizarea acestui model vom utiliza modificărilor relative a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii studiate determinate FEM pentru poziții ale defectului dispuse din 10 mm în 10 mm pe toată lungimea grinzii, date în tabelele (4.14) și (4.15).

Conform lucrării [32], valorile modificărilor relative ale frecvențelor proprii MRF sunt influențate atât de poziția cât și de mărimea defectului. Metodele de monitorizare care utilizează valorile acestui parametru, răspund primelor trei etape ale proceselor de monitorizare, determinarea apariției, localizarea și cuantificarea defectului. Dacă un proces de monitorizare trebuie să rezolve doar primele două etape, determinarea apariției și localizarea defectului, se utilizează ca indicatori a defectului valorile modificărilor relative normalizate $\overline{MRF}$. Acestea se obțin prin împărțirea valorilor modificărilor relative corespunzătoare unei poziții a defectului la valoarea cea mai mare din șir.

Prin acest procedeu se elimină informațiile cantitative conținute de valorile modificărilor relative, ceea ce duce la simplificarea algoritmul de comparare a valorilor conținute de modelul predictiv cu valorile obținute în procesele de monitorizare. Valorile $\overline{MRF}$ obținute prin normalizarea valorilor MRF a frecvențelor determinate FEM pentru grinda studiată (tabelele (4.16 - 4.17)), sunt date în tabelele (4.18 – 4.19).

Reprezentarea schematică a modelului predictiv obținut pe baza rezultatelor determinate FEM pentru grinda studiată este prezentată în figura (4.23), în care fiecare coloană conține valorile $\overline{MRF}$ corespunzătoare unei poziții a defectului (tabelele (4.18 - 4.19) caracterizată de distanța normalizată x/l . Datorită simetriei, utilizarea acestei metode pentru grinda studiată determină două poziții posibile ale defectului, caracterizate prin aceeași distanță normalizată față de încastrări. Din acest motiv modelul predictiv conține doar valorile determinate pentru jumătate din lungimea grinzii.

Tabelul 4.18 Modificările relative normalizate ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzii
cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01–0.25

Modificare relativă normalizată Mod i [%]	Distanța normalizată x/l				
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
1	1	1	1	1	1
2	0.8898177	0.8267582	0.7591371	0.6870932	0.6103249
3	0.7934479	0.6815199	0.5664472	0.4504314	0.3354857
4	0.7071393	0.5567681	0.4096982	0.2715697	0.1493347
5	0.6299466	0.450193	0.284066	0.1426554	0.0402247
6	0.5609541	0.3594029	0.1852586	0.0575195	-0.001243
	Distanța normalizată x/l				
	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
1	1	1	1	1	0.8328168
2	0.5292168	0.4443655	0.3554122	0.2651924	0.1477379
3	0.2261626	0.1283617	0.0481904	-0.00129	-0.00283
4	0.0548384	0.0016087	0.0054627	0.0874485	0.2254397
5	-0.002716	0.0335751	0.1670141	0.4105742	0.6393517
6	0.0364803	0.1861996	0.4473667	0.7987204	1
	Distanța normalizată x/l				
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
1	0.6136459	0.5070488	0.4111864	0.3189418	0.2570614
2	0.0131297	0.0126153	-0.006404	-0.001177	0.0260372
3	-0.014369	0.1121661	0.2162534	0.3331109	0.4856887
4	0.3203706	0.526583	0.6940247	0.8223024	0.9745438
5	0.7483879	0.909112	1	1	1
6	1	1	0.9239541	0.7607889	0.6018813
	Distanța normalizată x/l				
	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
1	0.1806365	0.1231437	0.0806713	0.0494201	0.0196623
2	0.0674573	0.1249366	0.2018516	0.3079472	0.3816401
3	0.5962719	0.7064556	0.835091	0.9925546	1
4	1	1	1	1	0.8379826
5	0.8567148	0.6982681	0.5461569	0.3985565	0.2139416
6	0.3757525	0.1896856	0.0605049	0.0040977	0.0387329
	Distanța normalizată x/l				
	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25
1	0.0021652	-0.00564	-0.006609	-0.00071	0.0130738
2	0.4598537	0.5476733	0.6483264	0.7674341	0.8113957
3	1	1	1	1	0.8882226
4	0.6825838	0.538595	0.4041948	0.2792358	0.1489236
5	0.0851698	0.0153429	0.0071235	0.0682516	0.1860922
6	0.1606658	0.3528267	0.5923058	0.8576897	1

Tabelul 4.19 Modificările relative normalizate ale valorilor frecvențelor proprii ale grinzii
cu defect situat la distanța x/l cuprinsă în intervalul 0.01–0.25

Modificare relativă normalizată Mod i [%]	Distanța normalizată x/l				
	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3
1	0.030541	0.053121	0.086642	0.12627	0.159209
2	0.79653	0.836737	0.935932	1	0.978917
3	0.725743	0.625248	0.562546	0.469344	0.344442
4	0.055321	0.009115	0.003299	0.042314	0.118143
5	0.321891	0.492199	0.713756	0.910902	1
6	1	1	1	0.890604	0.671624
	Distanța normalizată x/l				
	0.31	0.32	0.33	0.34	0.35
1	0.187031	0.225857	0.28153	0.366512	0.440091
2	0.91922	0.904067	0.929103	1	1
3	0.227872	0.143786	0.080218	0.034939	0.005251
4	0.215895	0.34307	0.510922	0.740918	0.946154
5	1	1	1	0.999714	0.881922
6	0.43463	0.248054	0.105996	0.019778	0.011888
	Distanța normalizată x/l				
	0.36	0.37	0.38	0.39	0.4
1	0.454673	0.460562	0.481149	0.516913	0.572422
2	0.861087	0.723742	0.62381	0.548617	0.491195
3	0.002517	0.027056	0.073644	0.140301	0.23309
4	1	1	1	1	1
5	0.627862	0.398213	0.22622	0.101745	0.025885
6	0.095243	0.237876	0.415133	0.60849	0.807275
	Distanța normalizată x/l				
	0.41	0.42	0.43	0.44	0.45
1	0.651457	0.648749	0.696474	0.806489	0.929218
2	0.444817	0.344541	0.279923	0.235079	0.18593
3	0.358398	0.450065	0.580249	0.775483	1
4	0.99787	0.841883	0.734933	0.658504	0.549569
5	0.00343	0.04061	0.139738	0.314267	0.563323
6	1	1	1	1	0.911329
	Distanța normalizată x/l				
	0.46	0.47	0.48	0.49	0.5
1	0.852273	0.79927	0.764491	0.745339	0.739177
2	0.108727	0.057568	0.023712	0.006612	0.000684
3	1	1	1	1	1
4	0.334088	0.18121	0.078009	0.020193	0.001732
5	0.701484	0.812573	0.893095	0.941486	0.956481
6	0.593705	0.339029	0.151882	0.039427	0.003078

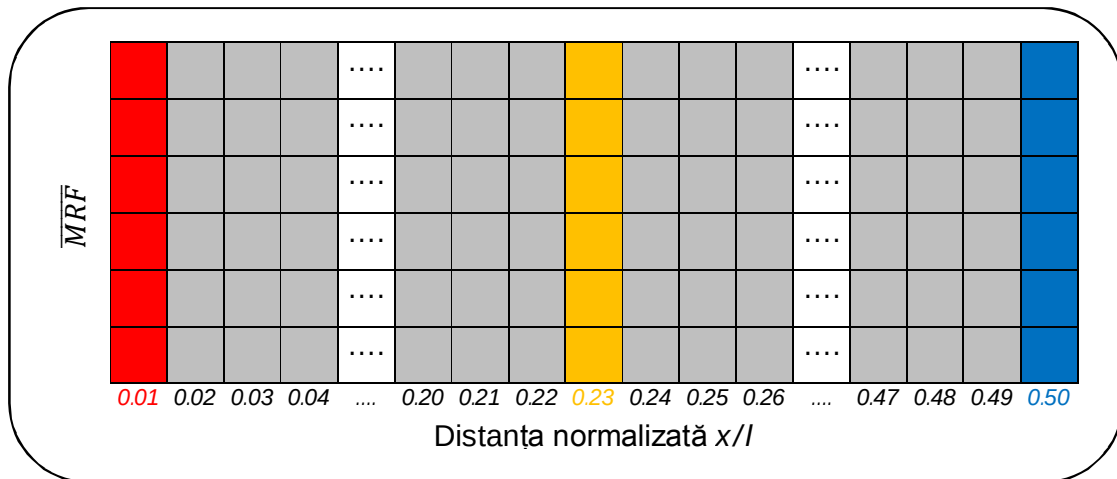


Figura 4.23 Schema modelului predictiv [32]

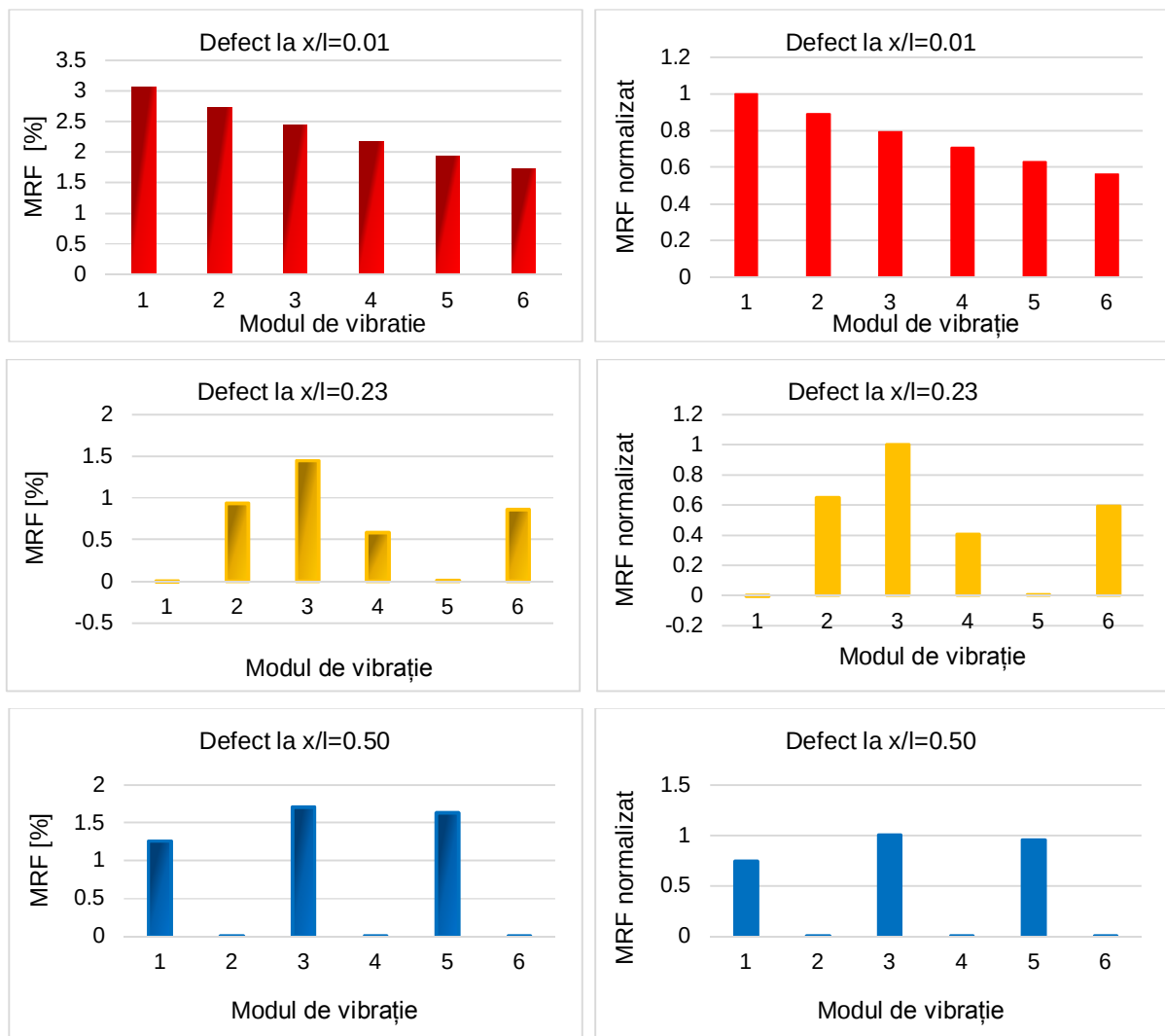


Figura 4.24 Modificarea relativă a frecvențelor și modificarea relativă normalizată a frecvențelor pentru poziția defectului $x/l=0.01$, $x/l=0.23$ și $x/l=0.50$

Reprezentările grafice ale valorile MRF și $\overline{MRF}$ pentru trei poziții ale defectului sunt prezentate comparativ în figura (4.24). Din analiza acestei figuri observăm că prin normalizare se produce doar o modificare cantitativă, care nu afectează tendințele de modificare impuse de poziția defectului.

4.4. Concluzii. Contribuții personale

4.4.1. Concluzii

Analiza prin metoda elementului finit a comportamentului la solicitări statice axiale și la solicitări dinamice în medii cu temperaturi variabile a grinzilor încastate la ambele capete a determinat următoarele concluzii:

- un defect indiferent de poziția lui determină o scădere a valorii forței critice de flambaj.
- abaterea înregistrată între valoarea forței critice de flambaj a grinzii intacte și valoarea forței critice a aceleiași grinzi determinată de apariția unui defect într-o anumită secțiune este direct proporțională cu valoarea energiei de deformare înmagazinată în acea secțiune a grinzii.
- frecvențele proprii ale modurilor 1 și 2 determinate pentru valori ale temperaturii apropiate de cele critice nu pot fi utilizate în procesele de monitorizare datorită erorilor mari de filtrare.
- modificările relative ale frecvențelor proprii ale grinzii cu defect față de valorile de referință ale grinzii intacte variază direct proporțional cu energia de deformare înmagazinată în secțiunea în care este prezent defectul.
- filtrarea valorilor frecvențelor proprii în vederea eliminării efectelor temperaturii și a păstrării modificărilor datorate defectului cu algoritmul elaborat în această teză s-a realizat cu abateri relative maxime de 1,086 % pentru valorile modului 1 și valori maxime subunitare pentru celelalte moduri de vibrație.
- procesul de filtrare nu afectează modificările frecvențelor proprii determinate de apariția și poziția defectului.
- rezultatele procesului de filtrare a frecvențelor proprii ale grinzii cu defect obținute prin utilizarea valorilor factorilor de corecție determinate pentru grinda intactă demonstrează eficiența acestuia și validează algoritmul conceput în această lucrare.

4.4.2. Contribuții personale

Contribuțiile personale la dezvoltarea cercetărilor privind comportamentul grinzilor cu defect se concretizează în stabilirea și fundamentarea unei relații de calcul a forței axiale indusă de variația temperaturii în grinzi cu defecte de tipul discontinuităților transversale.

Cap. 5 Analiza pe cale experimentală a influenței forțelor axiale datorate variațiilor de temperatură asupra frecvențelor proprii ale grinzilor încastrate la ambele capete

5.1. Considerații privind cerințele pe care trebuie să le îndeplinească standul experimental și sistemul de achiziție a datelor

Această analiză are ca obiectiv studiul influențelor factorilor de mediu în special a temperaturii asupra frecvențelor proprii ale grinzilor încastrate la ambele capete. Modul de rezemare încastrat-încastrat poate împiedica sau limita deplasările axiale, ceea ce permite modificarea stării inițiale de încărcare cu forțe axiale a grinzii datorită dilatărilor sau contracțiilor produse de variațiile de temperatură. În procesul de proiectare și execuție a structurilor metalice se introduc elemente constructive care să compenseze efectele dilatărilor și contracțiilor. Cu toate acestea, forțele de frecare din reazeme sau forțele elastice care se opun deformării altor elemente componente ale structurilor, pot determina reacțiuni care să genereze apariția unor forțe axiale egale și de sens contrar.

Metodele de detectare a defectelor cu ajutorul vibrațiilor au la bază analiza comparativă a unui set de valori ale frecvențelor proprii achiziționate la un moment dat cu un set de valori ale frecvențelor proprii achiziționate într-o stare inițială numită stare de referință.

Pentru ca această analiză să conducă la rezultate concrete, neviolate privind apariția, localizarea și evaluarea posibilelor defecte este necesară elaborarea unui algoritm care să elimine influența factorilor de mediu asupra valorilor frecvențelor proprii achiziționate în procesul de monitorizare.

În abordarea teoretică a influenței temperaturii asupra valorilor frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete prezentată în această teză, s-a plecat de la ipoteza că deplasările ca urmare a dilatărilor sau contracțiilor determinate de variațiile de temperatură sunt împiedicate de reazeme.

În acest caz, pentru o evaluare corectă a stării elementului de structură din punct de vedere a apariției defectului este necesar ca, în procesul de monitorizare, să se achiziționeze următoarele valori:

- valorile frecvențelor proprii pentru i moduri de vibrație
- temperatura elementului monitorizat în momentul achiziției.

De asemenea, este necesară creerea unei baze de date care să conțină pe lângă valorile frecvențelor proprii ale primelor i moduri de vibrație achiziționate pentru o stare

inițială de referință și temperatura elementului de structură, în momentul respectiv. În cazul structurilor expuse razelor solare, temperatura poate varia de la element la element sau față de temperatura mediului ambiant.

În cazurile concrete întâlnite în practică cunoașterea acestor date poate să nu fie suficientă pentru a crea algoritmul de raportare a frecvențelor proprii măsurate la un moment dat la valorile frecvențelor proprii corespunzătoare stării de referință. Acest lucru se datorează faptului că se poate produce un transfer de energie de la elementul monitorizat, sistemului în care este încadrat, în quantum egal cu lucrul mecanic al forței axiale corespunzătoare deplasării reazemelor pe direcție axială.

În acest caz pentru o evaluare corectă a stării elementului de structură din punct de vedere a apariției defectului este necesar ca în procesul de monitorizare să se achiziționeze următoarele valori:

- valorile frecvențelor proprii pentru i moduri de vibrație
- temperatura elementului monitorizat în momentul achiziției
- deplasările reazemelor pe direcție axială.

5.2. Descrierea standului experimental și a echipamentelor de măsură

5.2.1. Descriere stand experimental

Standul experimental a fost proiectat și executat astfel încât să simuleze condiții reale întâlnite în practica inginerescă, care să permită obținerea unor rezultate aplicabile în monitorizarea cu ajutorul metodelor bazate pe vibrații a elementelor structurilor metalice aflate în exploatare în medii cu temperaturi variabile.

Proiectarea standului s-a făcut ținând cont de considerațiile enunțate în subcapitolul anterior. Varianta constructivă aleasă permite achiziția valorilor frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete cu și fără defect, modificarea temperaturii grinzii analizate și măsurarea valorii acesteia în momentul achiziției valorilor frecvențelor proprii și măsurarea deplasărilor reazemelor.

Standul experimental figura (5.1) are ca bază o grindă din profil HEA 250 figura (5.1 a) cu lungimea de 2,5 m, pe care este montată o masă cu canal "T" figura (5.1 b) executată din tablă cu grosimea de 0.02 m. Cele două reazeme (încăstrări) sunt materializate de două menghine universale pentru mașini-unelte figura (5.1 d) cu următoarele caracteristici :

- lățime maximă de prindere (cursă) 200 mm
- înălțime fălci 60 mm
- lungime fălci 200 mm

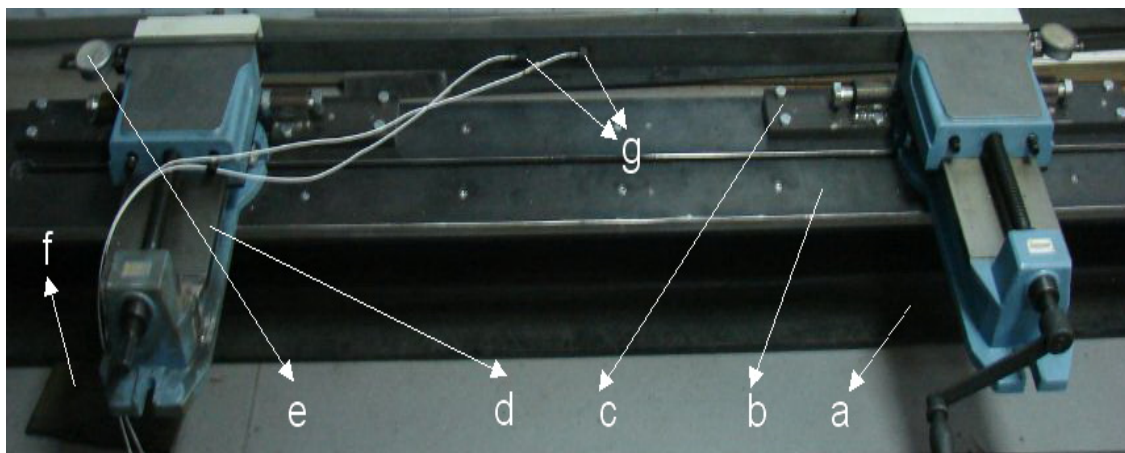


Figura 5.1 Stand experimental pentru măsurarea valorilor frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete în condiții de temperaturi variabile, cu monitorizarea deplasărilor reazemelor

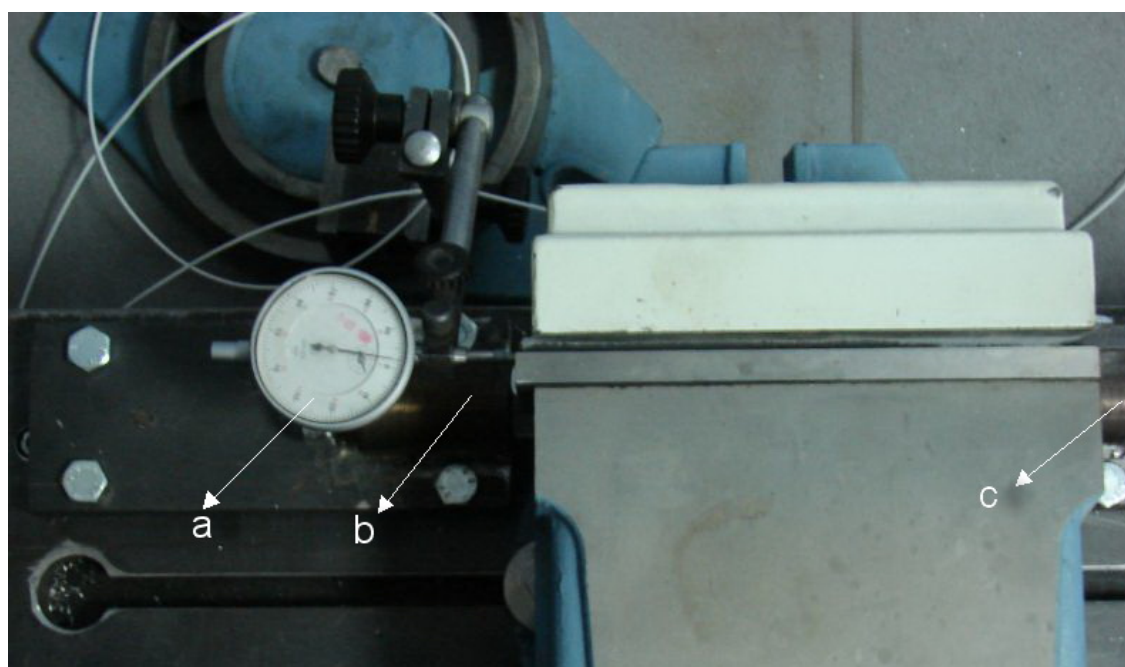


Figura 5.2 Detalii constructive stand experimental
a. măsurare deplasări, b. și c. împiedicare alunecare

Cele două menghine sunt fixate pe masa standului cu șuruburi pentru canale „T”. Datorită acestui sistem de fixare standul permite studiul experimental al grinzilor cu lungimi până la 1,8 m. Standul este dotat cu doi suporturi magnetici pentru comparatoare cu cadran figura (5.1 e), folosiți pentru monitorizarea deplasărilor axiale ale reazemelor. Pentru evitarea deplasărilor necontrolate și a rotirilor reazemelor standul a fost prevăzut cu sisteme

de blocare cu șurub figura (5.1 c). Aceste sisteme permit și un reglaj exact al lungimii grinzii studiate. Standul a fost amplasat în laboratorul Școlii Doctorale al Universității “Eftimie Murgu” din Reșița.

În vederea evitării oricăror influențe exterioare asupra valorilor măsurate ale frecvențelor proprii ale grinzii studiate, standul experimental a fost izolat față de fundația laboratorului prin așezarea lui pe covor de cauciuc fig (5.1 f)

Grinzile supuse analizei experimentale au aceleași caracteristici fizico-chimice și dimensionale ca și modelele utilizate în abordarea analitică și analizate prin metoda elementului finit tabelul (3.1). Grinzile analizate experimental sunt executate din oțel lat laminat cu secțiunea de 50x10 mm, prelucrate astfel încât lungimea grinzii între cele două încastrări să fie de 1 m figura (5.3).

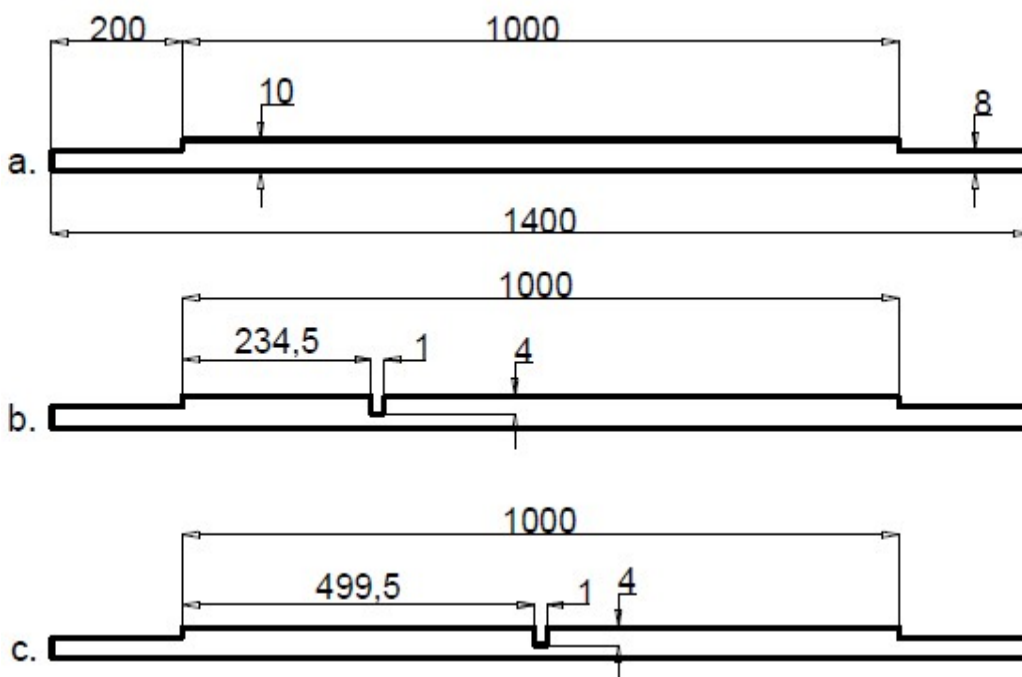


Figura 5.3 Prelucrarea grinzilor care fac obiectul analizei experimentale

Dimensiunile secțiunii grinzilor care fac obiectul analizei experimentale nu au fost prelucrate suplimentar, precizia dimensională fiind cea obținută din procesul de laminare conform standardelor în vigoare. Prelucrarea defectelor figura (5.3 b, c) a fost realizată manual cu fierăstrăul fără a le imprima acestora o precizie dimensională deosebită. Acest lucru poate conduce la lărgirea domeniului de utilizare a rezultatelor obținute în procesele de monitorizare a elementelor structurilor metalice prin metode bazate pe vibrații. Pentru a evita producerea unor deplasări care nu pot fi determinate, capetele grinzilor au fost

prelucrate prin frezare pe lungimea de încastrare figura (5.3), obținând un umăr care împiedică alunecarea în fălcile menghinelor.

5.2.2. Descrierea echipamentelor de măsură

Determinarea pe cale experimentală a valorilor parametrilor care oferă toate informațiile necesare evaluării comportamentului dinamic al grinzilor încastrate la ambele capete expuse într-un mediu cu temperaturi variabile, presupune utilizarea următoarelor sisteme sau instrumente de măsură și achiziție :

- sistem de măsurare și achiziționare a valorilor frecvențelor proprii
- instrumente virtuale pentru citirea și analizarea datelor achiziționate
- instrumente de măsură a temperaturii
- instrumente de măsură a deplasărilor.

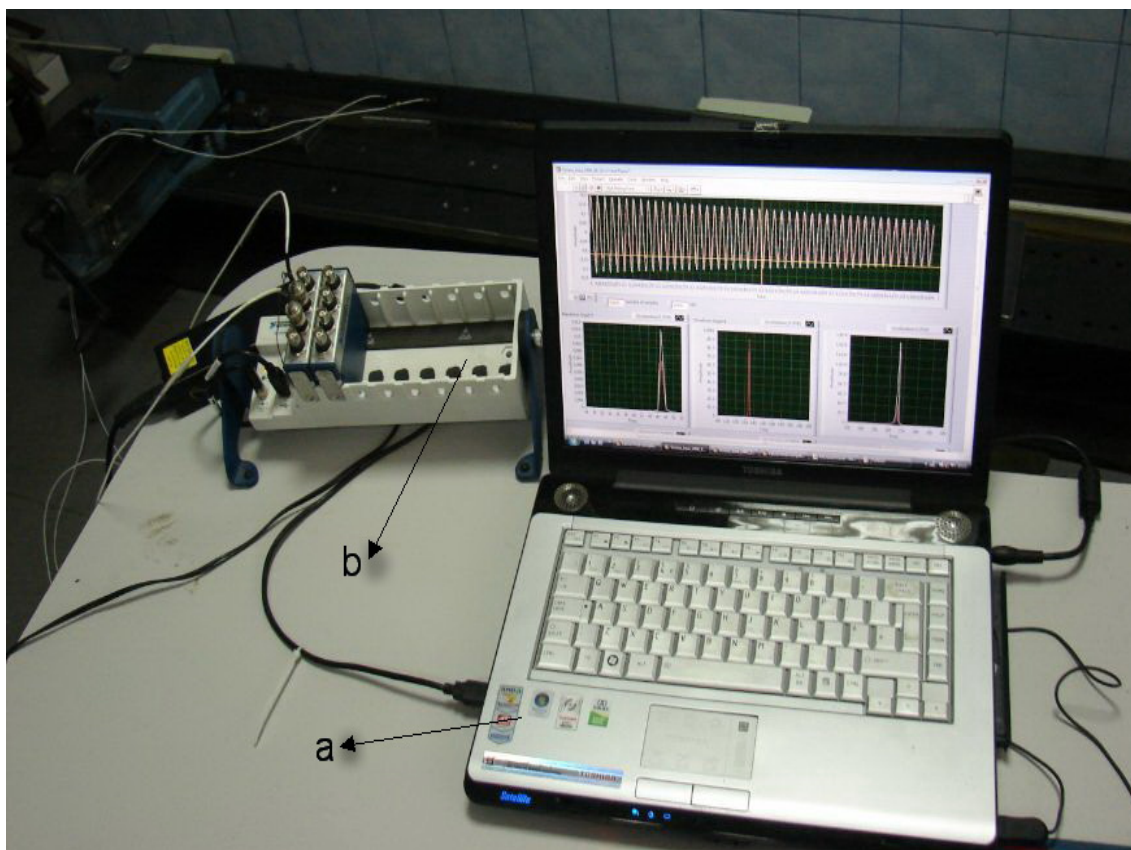


Figura 5.4 Sistemul de măsură și achiziție a frecvențelor proprii

a) Sistemul de măsurare și achiziționare a valorilor frecvențelor proprii

Sistemul utilizat pentru măsurarea și achiziționarea frecvențelor proprii figura (5.1) și figura (5.4), are următoarea componență: accelerometru monoaxial *Kistler 8772* figura

(5.1 g), sistemul de achiziție cu patru canale NI 9234, sistemul compact de transmitere a datelor NI cDAQ-9172, figura (5.4 b) și un laptop Toshiba figura (5.4 a).

Accelerometru KISTLER 8772A5		
	Model	monoaxial
	Domeniu de frecvență	1-5000 Hz
	Domeniu de temperatură	0-65 °C
	Intensitate	2-20 mA
	Tensiune	20-30 V
	Legare la pământ	Da
	Masa	8 g
	Dimensiuni LxIxH	12x12x12

Figura 5.5 Accelerometru Kistler 8772A5

În cadrul sistemului, accelerometrul are rol de traductor, generează impulsuri electrice proporționale cu accelerația sesizată, pe care le transmite sistemului de achiziție. Caracteristicile tehnice ale traductorului conform catalogului producătorului, sunt date în figura (5.5). Accelerometrul utilizat este produs de societatea Kistler Instrument Corp. din SUA.



Figura 5.6 Sistem de achiziție NI 9234

Sistemul de achiziție a datelor NI 9234 fig.(5.6) este produs de societatea National Instruments. Este prevăzut cu patru canale și are rolul de a prelua semnalele de la accelerometru și a le transmite sistemului compact de transmitere a datelor NI cDAQ-9172.

Sistemul compact de transmitere a datelor NI cDAQ-9172 figura (5.4 b) crează legătura între sistemul de achiziție și laptop și este produs de societatea National Instruments.

b) Instrumente virtuale pentru citirea și prelucrarea datelor achiziționate

Pentru prelucrarea datelor obținute în urma măsurărilor de vibrații, s-a utilizat programul LabWIEV instalat pe laptopul Toshiba din figura (5.4 a). LabWIEV [93] este un mediu de programare grafică specializat în achiziționarea datelor, analizarea și prezentarea acestora, în care pot fi dezvoltate diverse aplicații. Aplicațiile dezvoltate în LabWIEV care poartă denumirea de instrumente virtuale sunt de fapt module software care înlocuiesc o serie de aparate și instrumente electronice. Modulul software denumit instrument virtual constă într-o interfață cu utilizatorul, *panoul frontal*, care simulează panoul de comandă al instrumentului clasic și un program de tip *schema-bloc* accesibil doar programatorului.

Panoul frontal este elementul de bază a programelor elaborate în LabWIEV, deoarece prin el se introduc sau se extrag datele în sau din mediul virtual. Comenzile *panoului frontal* sunt simplificate fiind preferate elemente de comandă și afișare grafică, care poartă denumirea de *controale* sau *indicatoare*.

Controalele au aspect de butoane intrerupatoare, cursoare etc, și reprezintă intrările prin care se introduc datele. *Indicatoarele* sunt elemente de afișare prin care se comunică operatorului datele rezultate. Schema (diagrama)-bloc descrie algoritmul după care aplicația efectuează calculele și raționamentele necesare preluării și prelucrării informațiilor. Dacă un element de control sau un indicator este dispus în panoul de comandă în diagrama bloc se inserează automat un simbol specific numit terminal, care va reprezenta elementul respectiv în fluxul de date

Conectorul este un element care transformă un instrument virtual într-un obiect care poate fi folosit ca o subrutină în schema bloc a altui instrument virtual. *Paleta de controale* este o fereastră care apare atunci când se lucrează în cadrul panoului frontal și conține sub-palete de controale și indicatoare. *Paleta de unelte* apare atât în cadrul panoului frontal cât și în cadrul schemei-bloc, uneltele din această paletă sunt folosite pentru: a opera modificări ale valorilor unor elemente de control, a selecta în vederea poziționării sau dimensionării, a conecta, a afișa meniuri proprii, a deplasa imagini într-o fereastră, a insera puncte de oprire a rulării, a insera puncte de probă, a selecta culori și colora. Paleta de funcții apare doar atunci când se lucrează în cadrul schemei-bloc și conține sub-palete cu diverse funcții, proceduri și structuri specifice de programare.

Pentru achiziționarea datelor cu privire la frecvențele proprii s-a folosit un instrument virtual dedicat acestui scop, care achiziționează semnalul transmis de accelerometru. Schema-bloc a instrumentului virtual de achiziționare a valorilor frecvențelor proprii este prezentată în figura (5.7).

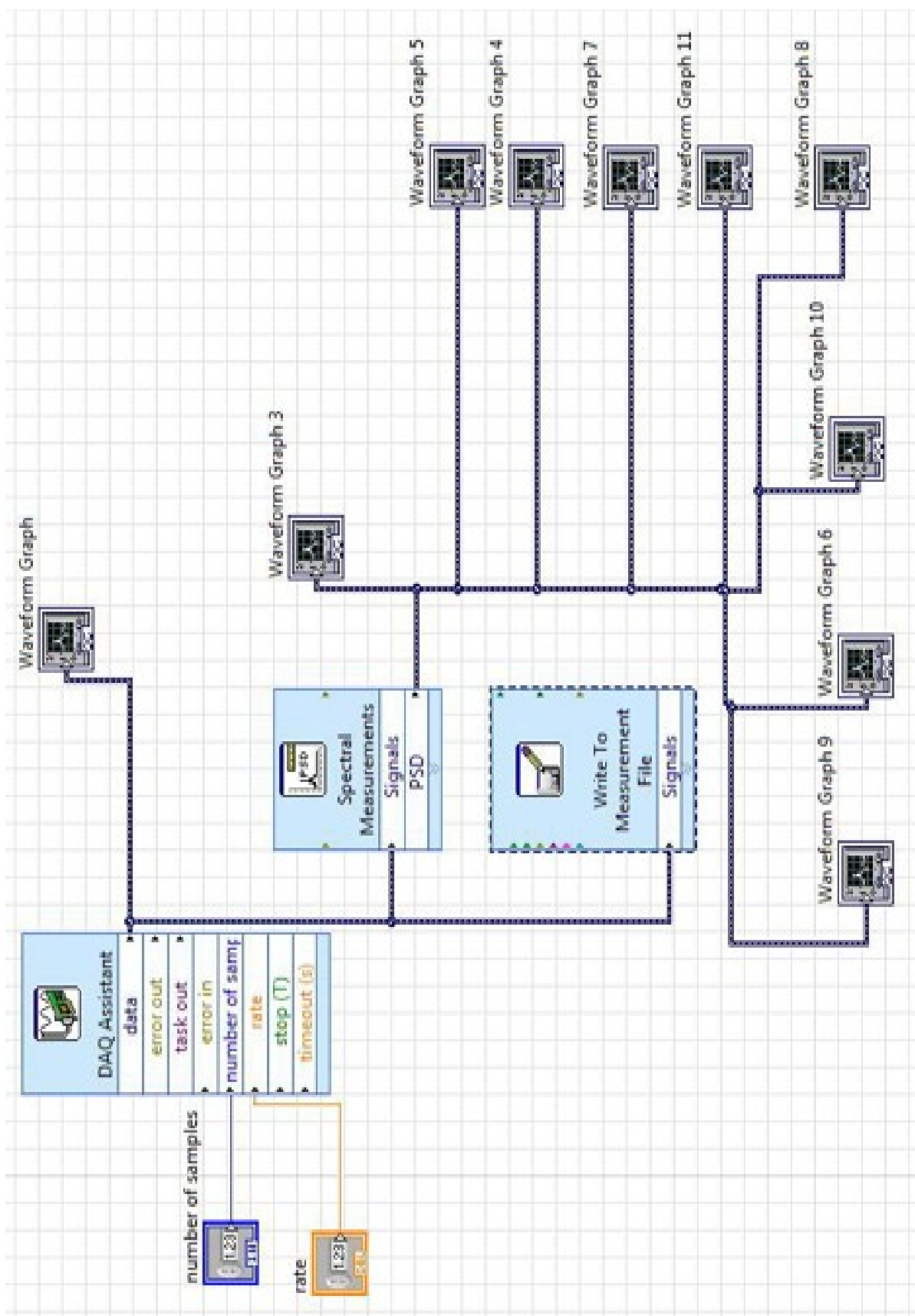


Figura 5.7 Schema-bloc a instrumentului virtual de achiziție a semnalelor

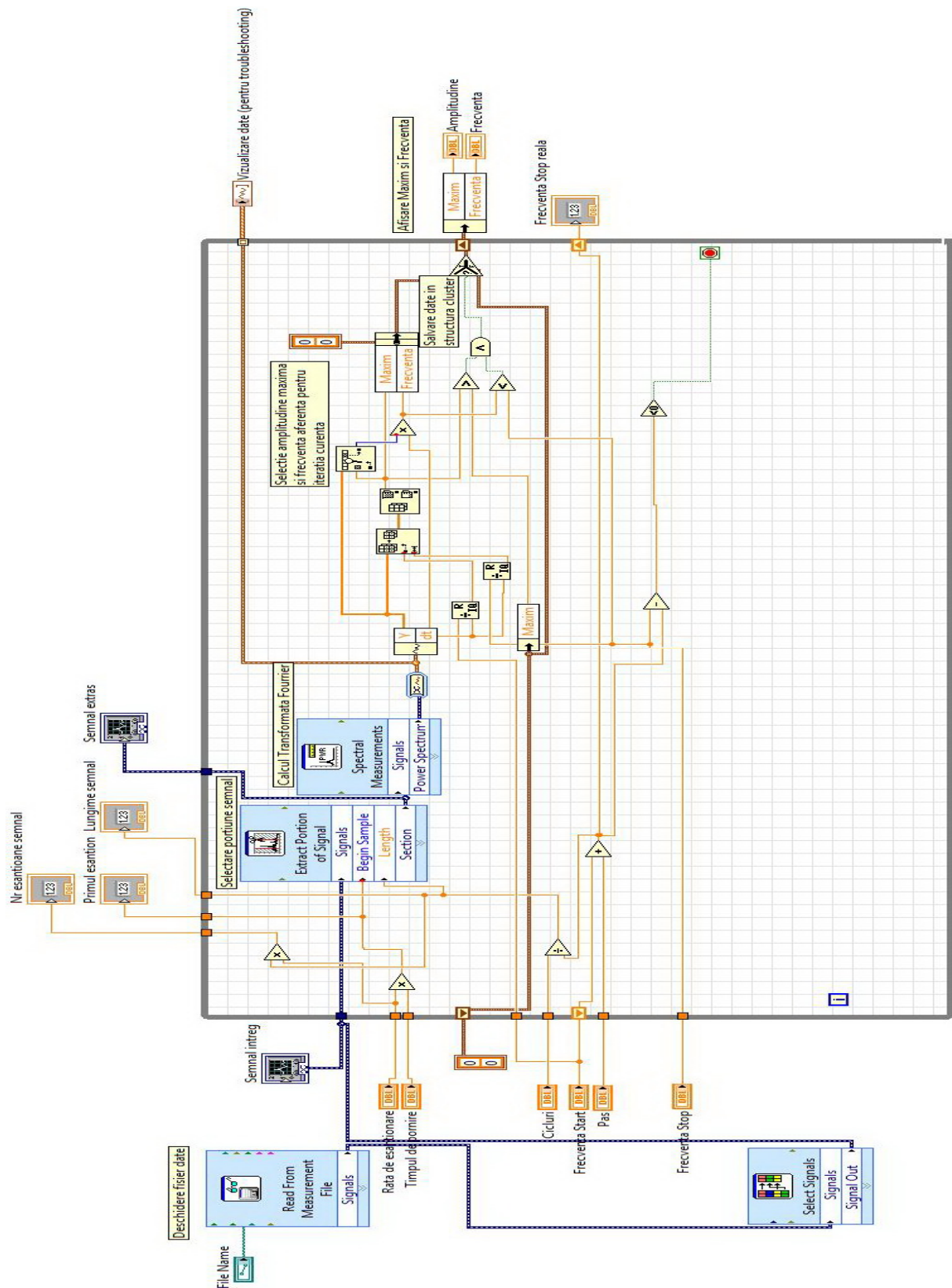


Figura 5.8 Schema-bloc a instrumentului virtual de procesare a semnalelor achiziționate și afișare a rezultatelor

Analizarea și prezentarea datelor achiziționate, presupune utilizarea unui alt instrument virtual, a cărui schema-bloc este dată în figura 5.8.

c) Instrumente de măsură a temperaturii

Măsurarea temperaturii grinzilor analizate s-a realizat cu un termometru manual Optris Laser Sight (fig 5.9), produs de societatea Optris GmbH, Germania.

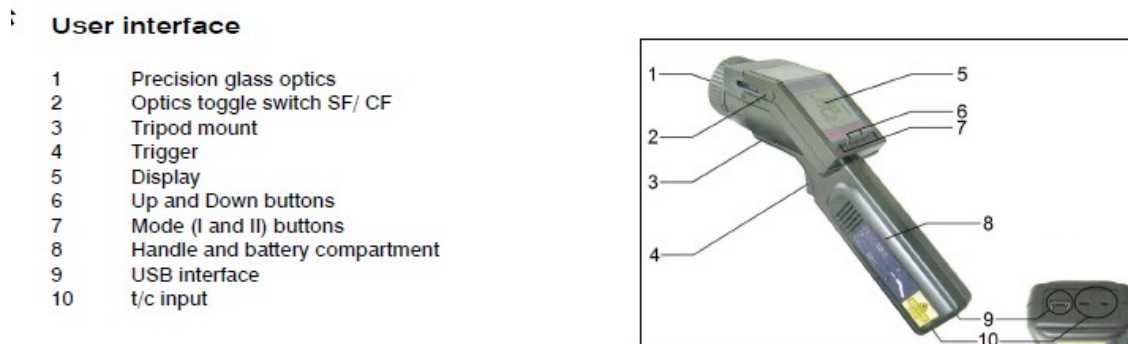


Figura 5.9 Termometru manual Optris Laser Sight [94]

Conform specificațiilor tehnice date de producător, domeniul de măsurare este de la - 35 °C la +900 °C, precizia de măsurare fiind de +/- 0,75 %.

d) instrumente de măsură a deplasărilor

Deplasările reazemelor pe direcția de acțiune a forței axiale s-au măsurat cu două comparatoare mecanice cu cadran (fig.5.10), câte unul pentru fiecare reazem, poziționate cu ajutorul a doi suporturi magnetici.



Figura 5.10 Comparator mecanic cu cadran

Comparatoarele folosite sunt fabricate de societatea Tesa Elveția. Precizia de măsurare conform specificațiilor producătorului este de 0,01 mm la temperatura de 20 °C. Cursa maximă este de 10 mm.

5.3. Metoda de detectare a defectelor pentru grinda încastrată la ambele capete supusă variațiilor de temperatură

În capitolele precedente s-au determinat analitic și prin metoda elementului finit frecvențele proprii ale grinzii încastrate la ambele capete, supusă variațiilor de temperatură, cu caracteristicile dimensionale și fizico-mecanice date în tabelul (3.1). Determinarea experimentală a valorilor frecvențelor proprii și a deplasărilor sistemului în condiții de temperaturi variabile se va face pentru o grindă reală cu aceleași caracteristici dimensionale și fizico-mecanice.

Grinzile care fac obiectul analizei experimentale au fost executate după forma și dimensiunile date în figura (5.3). Pentru identificare se vor codifica în felul următor:

- grinda intactă (fig.5.3 a) va fi denumită în continuare FD
- grinda cu defect practicat la 235 mm de reazem (fig 5.3 b) va fi denumită CD 235
- grinda cu defect practicat la 500 mm de reazem (fig 5.3 c) va fi denumită CD 500.

Aplicarea metodei de detectare a defectelor dezvoltată în cadrul acestor cercetări pe baza analizei influenței variațiilor de temperatură asupra comportamentului dinamic al grinzii încastrate la ambele capete, intacte și cu defect, necesită utilizarea a trei algoritmi, fiecare din ei determinând o etapă a procesului. Etapele acestui proces și algoritmii care le definesc sunt:

a) calibrarea sistemului

În această etapă am analizat comportamentul dinamic al grinzii fără defect prin prisma modificărilor valorilor frecvențelor proprii datorită influenței temperaturii. Am determinat experimental valorile frecvențelor proprii ale primelor 6 moduri de vibrație transversală ale grinzii FD pentru temperatura de referință și pentru 9 valori ale temperaturii grinzii mai mari decât cea de referință, distribuite pe tot intervalul analizat. Pentru temperatura de referință am calibrat sistemul de măsurare a modificărilor relative ale lungimii grinzii astfel încât ambele comparatoare cu cadran să indice zero. Pentru fiecare valoare a temperaturii la care am măsurat frecvențele proprii am măsurat și modificarea lungimii grinzii datorată cedării elastice a sistemului de susținere a reazemelor. Reprezentând grafic valorile măsurate ale frecvențelor proprii în funcție de temperatură, am determinat curba de variație pe tot intervalul de temperaturi analizat. Utilizând valorile măsurate ale modificărilor lungimii grinzii, pe care le vom numi deplasările sistemului, valorile măsurate a temperaturilor de achiziție și valorile frecvențelor proprii măsurate la temperatura de referință pentru cele 6 moduri de vibrație am calculat cu formula (3.7)

valorile frecvențelor proprii prezise analitic, care reprezentate grafic în funcție de temperaturile măsurate dau curbele de variație impuse de factorul analitic al formulei pentru fiecare mod de vibrație. Cele două curbe de variație specifice unui mod de vibrație, a valorilor măsurate respectiv a valorilor prezise analitic au fost aproximate în Excel cu curbe a căror funcții sunt cunoscute, iar din diferența între funcția de aproximare a curbei valorilor analitice și funcția de aproximare a curbei valorilor măsurate am obținut ecuația factorilor de corecție a modului de vibrație respectiv. Această ecuație permite determinarea valorilor factorilor de corecție ai frecvențelor filtrate ale modului respectiv pentru orice valoare ΔT cuprinsă în intervalul studiat.

În această etapă am determinat experimental valorile frecvențelor proprii ale celor 6 moduri de vibrație transversală ale grinzii FD la temperatura de referință care caracterizează din punct de vedere al comportamentului dinamic, starea inițială și vor constitui baza de comparație în cadrul procesului de detectare a defectelor. Aceste valori le vom denumi în continuare valori de referință ale frecvențelor proprii. De asemenea, am determinat ecuațiile care permit determinarea factorilor de corecție a valorilor filtrate a frecvențelor măsurate pentru cele 6 moduri de vibrație ale grinzilor cu defect.

b) filtrarea valorilor frecvențelor proprii măsurate

În această etapă am efectuat măsurători pe cele două grinzi cu defect, în urma cărora am obținut valorile frecvențelor proprii, deplasările sistemului și valorile temperaturilor la care acestea au fost achiziționate. Pentru a putea fi utilizate în etapa de detectare a defectelor, aceste valori au fost filtrate utilizând formula (3.26) în care am introdus valorile factorilor de corecție rezultate din rezolvarea ecuațiilor determinate pentru fiecare mod de vibrație în prima etapă, pentru valorile ΔT la care frecvențele au fost achiziționate. Valorile filtrate vor fi analizate în scopul detectării defectului în etapa următoare.

c) detectarea și localizarea defectelor

Se realizează utilizând un procedeu dezvoltat în cadrul cercetărilor întreprinse în Școala Doctorală a "UEM" din Reșița. Acest procedeu se bazează pe compararea modificărilor relative normalizate ale valorilor măsurate ale frecvențelor proprii care definesc starea grinzii la un moment dat cu valorile modificărilor relative normalizate ale frecvențelor proprii ale grinzii prezise în funcție de poziția defectului, de un model determinat prin metoda elementului finit. Pentru grinda analizată în această lucrare, s-a determinat FEM modelul predictiv în capitolul 4. Compararea acestor valori se face utilizând distanța Minkovski.

Măsurătorile întreprinse în cadrul primelor două etape ale procesului se vor face respectând procedura:

- grinzile sunt fixate în cele două menghine care simulează încastrările.
- cu ajutorul sistemelor de blocaj și reglaj (fig 5.1 c) se elimină eventualele jocuri și posibilitatea alunecărilor reazemelor pe masa cu canal "T".
- după fixarea grinzii în menghine și ajustarea distanței între reazeme (lungimii grinzii), se poziționează cele două comparatoare cu cadran prin intermediul suporturilor magnetici, astfel încât măsurătorile să fie făcute în axa grinzii și cursa comparatorului să permită măsurarea deplasărilor în ambele sensuri.
- pentru măsurarea valorilor frecvențelor proprii se vor monta două accelerometre, în pozițiile stabilite prin analiza punctelor de extrem ale funcției modale $\Phi_{(x)}$ figura (2.13). Un accelerometru este destinat achiziționării frecvențelor modurilor impare iar celălalt achiziționării frecvențelor modurilor pare, figura (5.1 g).
- măsurătorile se vor face pentru valori succesive crescătoare ale temperaturii grinzii studiate pentru a evita apariția unor deplasări care nu pot fi cuantificate, cauzate de eventualele alunecări ale grinzii în fâlcile menghinelor.
- încălzirea grinzilor se va face cu flacăra, temperatura fiind monitorizată permanent pe toată lungimea grinzii, pentru a asigura o încălzire uniformă.

Fiecare etapă a acestei metode se va desfășura urmând succesiunea dată în schemele de principiu elaborate pentru fiecare în parte.

5.3.1. Calibrarea sistemului

În această etapă a procesului de detectare a defectelor vom determina experimental valorile frecvențelor proprii ale primelor 6 moduri de vibrație transversală ale grinzii FD pentru temperatura de referință și pentru 9 valori ale temperaturii grinzii obținute prin încălzirea treptată a grinzii, de la temperatura de referință până la valoarea limită impusă de domeniul de utilizare al accelerometrelor 65 °C. Pentru fiecare valoare măsurată a temperaturii la care au fost achiziționate frecvențele proprii se măsoară și deplasările sistemului. Utilizând valorile măsurate ale frecvențelor proprii și valorile calculate în funcție de valorile măsurate ale lui ΔI_s și ΔT cu formula (3.7), se vor determina ecuațiile factorilor de corecție cu variabila ΔT pentru cele 6 moduri de vibrație analizate.

Valorile frecvențelor proprii determinate la valoarea de referință a temperaturii vor constitui baza de comparație pentru etapele următoare și le vom numi valori de referință care caracterizează comportamentul dinamic al grinzii FD în starea inițială, fără defect.

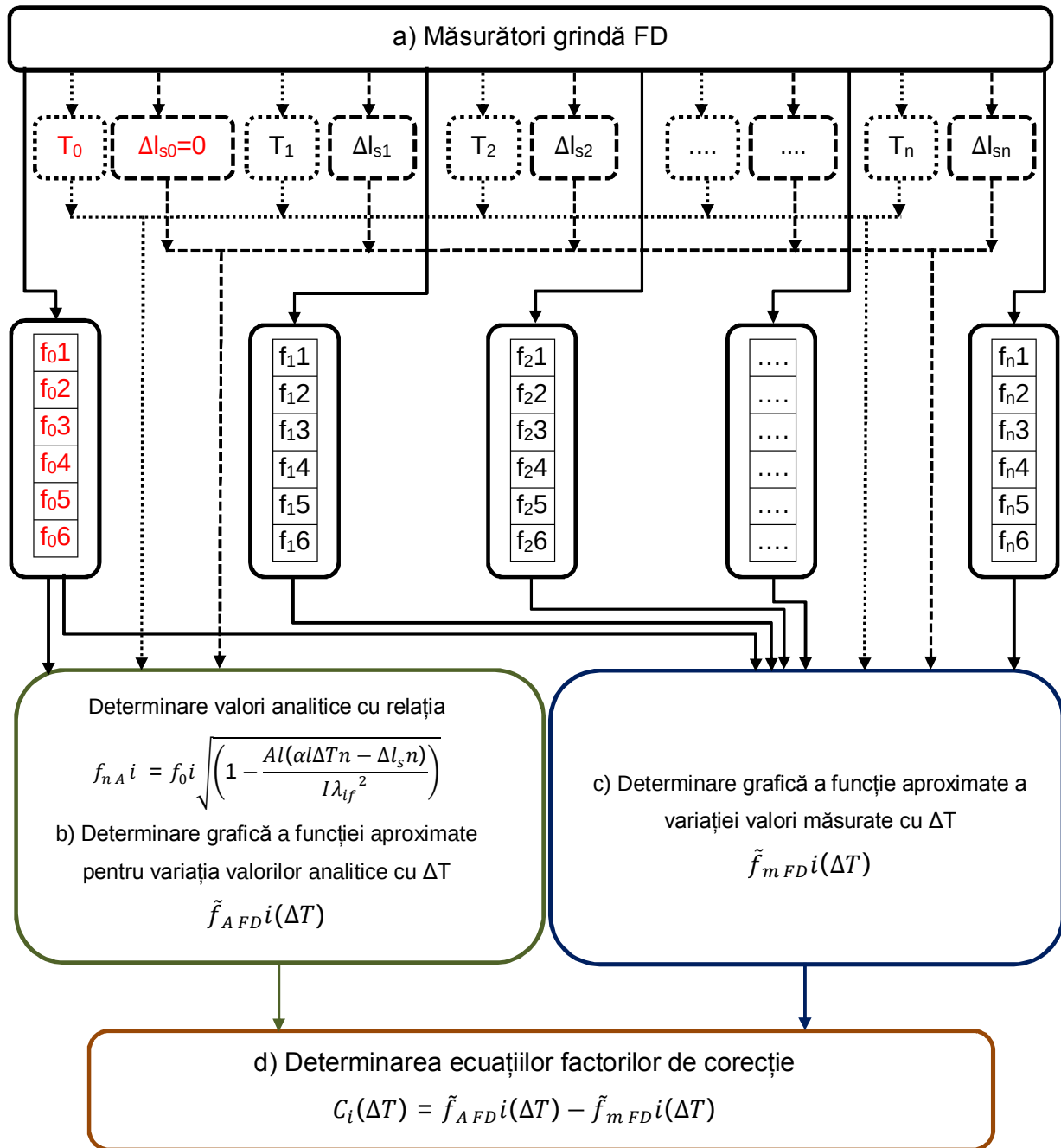


Figura 5.11 Schema algoritmului de calibrare

Procesul de calibrare se va desfășura urmând algoritmul a cărei schemă este prezentată (5.11). Pentru determinarea ecuațiilor factorilor de corecție se va aplica metoda diferenței între funcțiile approximate ale curbelor de variație ale valorilor determinate analitic cu formula (3.7) și ale valorilor frecvențelor măsurate, pe intervalul de temperaturi pe care s-au făcut măsurătorile. Prin această metodă se obține câte o ecuație a factorilor de corecție cu variabila ΔT , pentru fiecare mod de vibrație. Forma generalizată este dată în schema algoritmului de calibrare. Valorile efective ale acestor factori se vor obține în cadrul etapei a

doua, când se vor determina prin măsurători valorile ΔT , la care se vor achiziționa frecvențele proprii ale grinzilor cu defect.

Formulele analitice care permit predicția modificărilor valorilor frecvențelor proprii în funcție de temperatură, sau filtrarea valorilor frecvențelor proprii măsurate pentru eliminarea modificărilor determinate de variația temperaturii, au fost determinate pornind de la ipoteza că valoarea forțelor axiale induse este determinată de reacțiunile elastice ale sistemului de susținere al reazemelor. Deoarece, aceste formule stau la baza algoritmilor utilizați în cadrul acestei metode, vom verifica dacă standul experimental îndeplinește această condiție. Această condiție este îndeplinită dacă deplasările sistemului variază liniar cu diferențele de temperatură.

Valorile măsurate ale frecvențelor proprii, deplasărilor sistemului și temperaturile la care aceste valori au fost achiziționate pentru grinda FD sunt date în tabelul (5.1)

Tabelul 5.1 Valorile frecvențelor proprii măsurate pentru grinda FD

Parametru	Valori măsurate				
T [°C]	22.5	29.5	31.5	36	40.5
ΔT [°C]	0	7	9	13.5	18
Δ/s [m]	0	0.00006	0.00008	0.00012	0.00016
f mod 1 [Hz]	48.6536	46.8435	45.8775	44.6866	43.3325
f mod 2 [Hz]	133.83	131.731	130.633	129.251	127.789
f mod 3 [Hz]	265.5266	263.039	261.884	260.471	259.0578
f mod 4 [Hz]	440.303	436.2258	435.0948	433.1978	430.0853
f mod 5 [Hz]	675.8196	672.7235	671.7682	669.7336	667.7049
f mod 6 [Hz]	955.3994	951.355	950.2185	948.2513	947.2131
Parametru	Valori măsurate				
T [°C]	45	49.5	53.5	58.5	65.5
ΔT [°C]	22.5	27	31	36	43
Δ/s [m]	0.0002	0.00024	0.00028	0.00032	0.00038
f mod 1 [Hz]	42.64603	41.5832	40.48183	39.753	38.61872
f mod 2 [Hz]	126.925	125.719	124.413	123.608	122.332
f mod 3 [Hz]	258.0888	256.9904	255.7937	254.8974	253.461
f mod 4 [Hz]	429.4263	427.4796	426.5311	425.6284	424.6341
f mod 5 [Hz]	666.6463	665.5737	663.5772	662.5409	660.4918
f mod 6 [Hz]	945.1366	944.1046	942.1311	941.0382	940.0546

În figura (5.12) am reprezentat grafic deplasările sistemului în funcție de diferențele de temperatură. Se observă că aceste valori măsurate pentru grinda FD au o variație care poate fi aproximată liniar cu o abatere medie pătratică aproape unitară. Proportionalitatea acestor valori confirmă faptul că cedările standului experimental sunt de natură elastică.

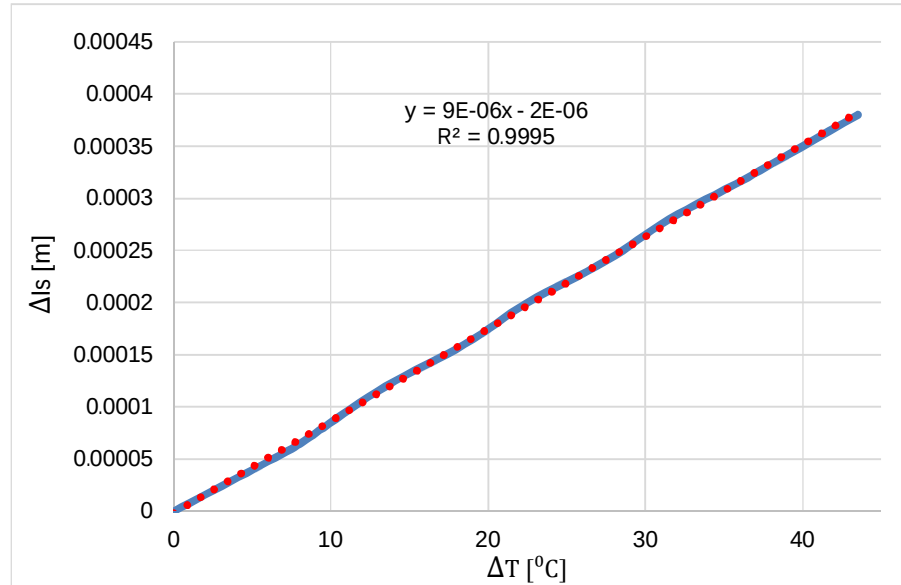


Figura 5.12 Proportionalitatea deplasărilor cu diferența de temperatură

Pentru determinarea ecuațiilor ce dau valorile factorilor de corecție se vor analiza curbele de variație a frecvențelor măsurate în funcție de ΔT , și curbele de variație a valorilor determinate analitic cu formula (3.7), în funcție de valorile măsurate la temperatura de referință pentru fiecare mod în parte. Valorile determinate analitic sunt date în tabelul (5.2).

Valorile frecvențelor proprii ale grinzii FD determinate conform celor spuse mai sus sunt reprezentate pentru fiecare mod de vibrație în figurile (5.13 – 5.18). Se observă că cele două curbe de variație a valorilor măsurate și a valorilor determinate analitic diferă semnificativ.

Aceste diferențe se transmit valorilor filtrate dacă acestea nu vor fi corectate. Ecuațiile ce dau valorile factorilor de corecție se vor determina ca diferență între funcțiile curbelor approximate a variației valorilor determinate analitic și a valorilor măsurate pe intervalul de temperaturi analizat. Am reprezentat grafic în Excel [66] curbele de variație a celor două seturi de valori pe intervalul de temperaturi pe care s-au efectuat măsurătorile și le-am aproximat cu curbe a căror funcții sunt cunoscute. Din diferența algebrică a celor două funcții vor rezulta ecuațiile de determinare a factorilor de corecție în funcție de ΔT pentru fiecare mod de vibrație în parte.

Ecuațiile rezultate pentru cele 6 moduri de vibrație sunt:

$$C_1(\Delta T) = -4 \cdot 10^{-5} \Delta T^3 + 0.104 \Delta T - 0.09 \quad (5.1)$$

$$C_2(\Delta T) = -5 \cdot 10^{-5} \Delta T^3 + 0.78 \Delta T - 0.1 \quad (5.2)$$

Tabelul 5.2 Valorile frecvențelor proprii determinate analitic

Parametru	Valori măsurate / Valori analitice				
T [°C]	22.5	29.5	31.5	36	40.5
ΔT [°C]	0	7	9	13.5	18
Δ/s [m]	0	0.00006	0.00008	0.00012	0.00016
fa mod 1 [Hz]	48.6536	47.11337	46.88372	45.97324	45.04436
fa mod 2 [Hz]	133.83	131.7761	131.4728	130.2782	129.0725
fa mod 3 [Hz]	265.5266	263.4503	263.1451	261.9462	260.7418
fa mod 4 [Hz]	440.303	438.0285	437.6946	436.3846	435.0706
fa mod 5 [Hz]	675.8196	673.476	673.1323	671.7847	670.4343
fa mod 6 [Hz]	955.3994	952.9254	952.5628	951.1413	949.7176
Parametru	Valori măsurate / Valori analitice				
T [°C]	45	49.5	53.5	58.5	65.5
ΔT [°C]	22.5	27	31	36	43
Δ/s [m]	0.0002	0.00024	0.00028	0.00032	0.00038
fa mod 1 [Hz]	44.09592	43.12662	42.62316	41.11953	39.28502
fa mod 2 [Hz]	127.8555	126.6268	125.9947	124.1329	121.9157
fa mod 3 [Hz]	259.5318	258.3162	257.6932	255.8675	253.7122
fa mod 4 [Hz]	433.7526	432.4307	431.7541	429.7745	427.444
fa mod 5 [Hz]	669.0812	667.7254	667.032	665.0054	662.6236
fa mod 6 [Hz]	948.2919	946.864	946.134	944.0017	941.4977

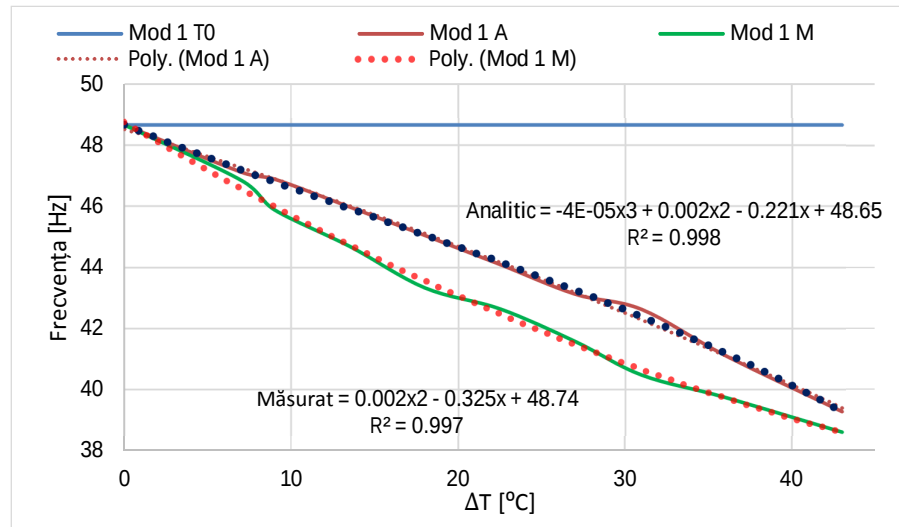


Figura 5.13 Frecvențe mod 1 grindă FD

$$C_3(\Delta T) = -5 \cdot 10^{-5} \Delta T^3 + 0.98 \Delta T + 0.1 \quad (5.3)$$

$$C_4(\Delta T) = -6 \cdot 10^{-5} \Delta T^3 - 0.003 \Delta T^2 + 0.328 \Delta T - 0.1 \quad (5.4)$$

$$C_5(\Delta T) = -6 \cdot 10^{-5} \Delta T^3 + 0.001 \Delta T^2 + 0.137 \Delta T + 0.1 \quad (5.5)$$

$$C_6(\Delta T) = -6 \cdot 10^{-5} \Delta T^3 - 0.001 \Delta T^2 + 0.195 \Delta T + 0.3 \quad (5.6)$$

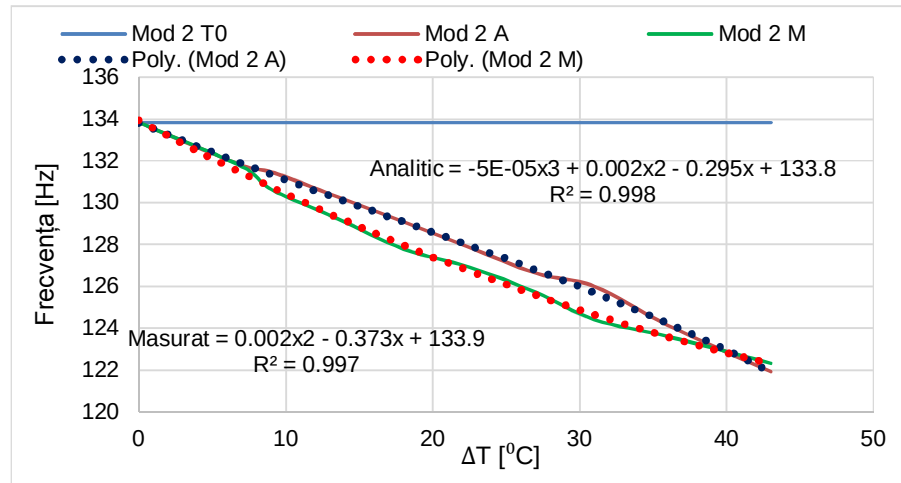


Figura 5.14 Frecvențe mod 2 grindă FD

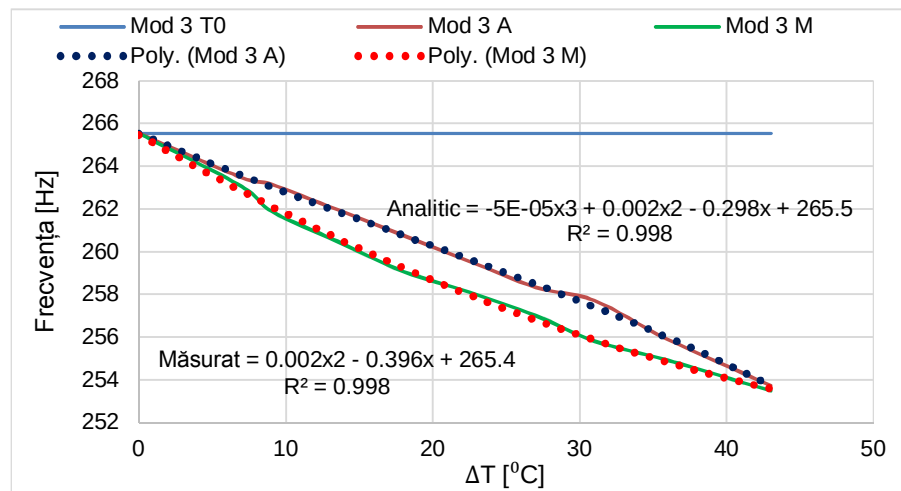


Figura 5.15 Frecvențe mod 3 grindă FD

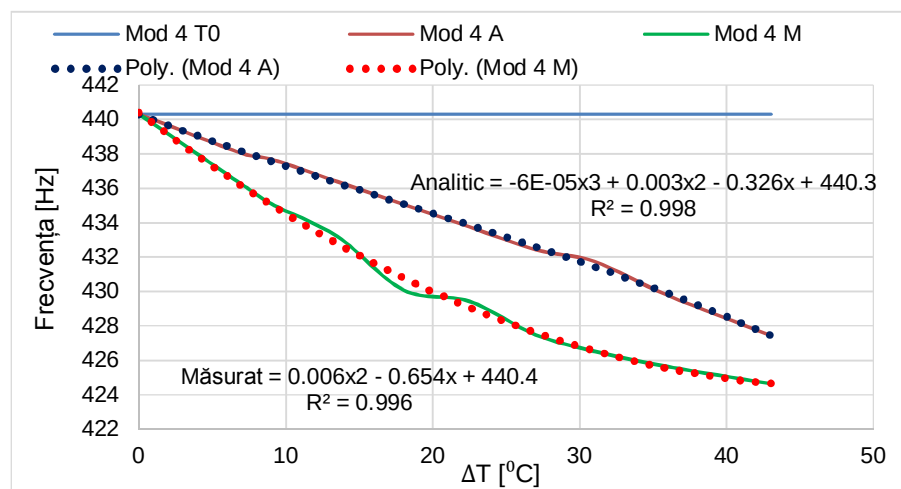


Figura 5.16 Frecvențe mod 4 grindă FD

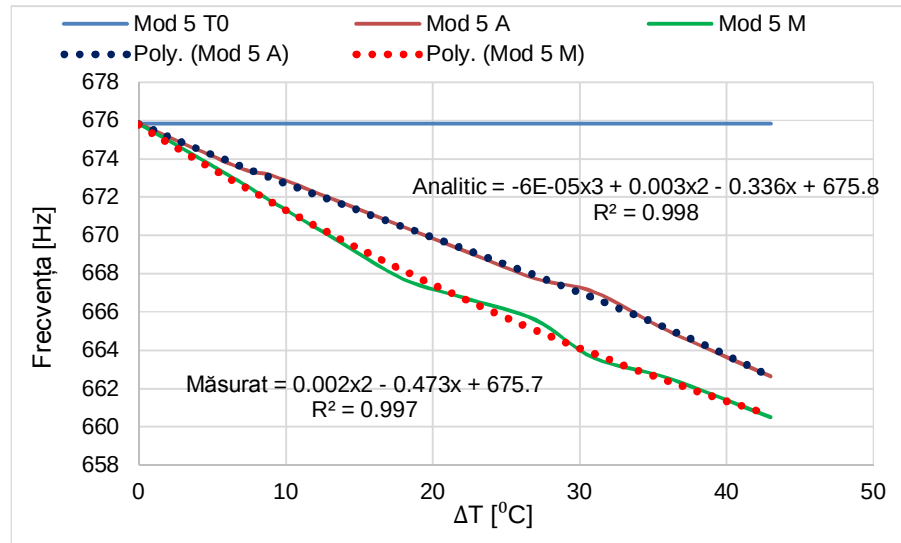


Figura 5.17 Frecvențe mod 5 grindă FD

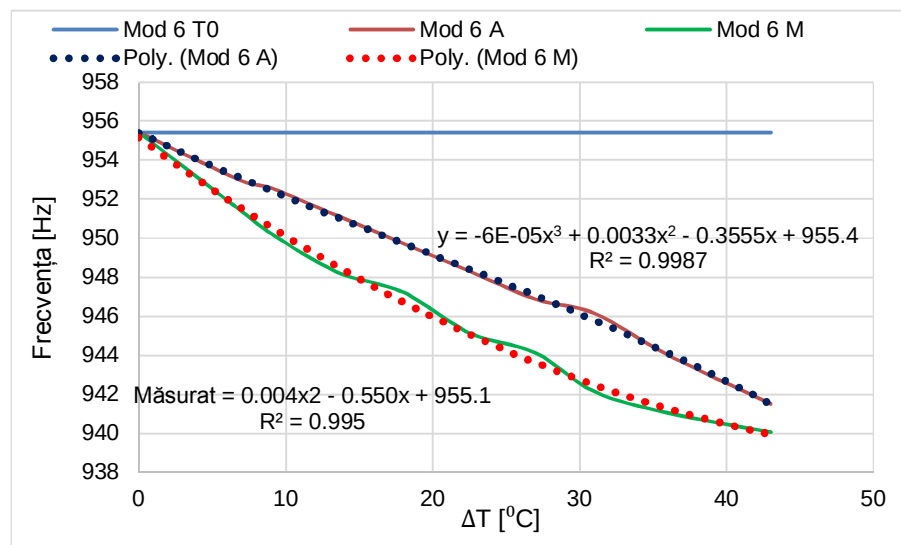


Figura 5.18 Frecvențe mod 6 grindă FD

Din figurile de mai sus, se observă o tendință de variație a curbelor frecvențelor proprii măsurate total diferită de cea înregistrată de valorile determinate analitic sau FEM în analizele anterioare. Această deviere a comportamentului real al grinzii FD se poate datora deplasărilor laterale observate în timpul măsurărilor, care se produc la valori reduse ale diferenței de temperatură, deci la valori foarte mici ale forțelor axiale comparativ cu valorile critice. Acest fenomen poate fi explicat de imperfecțiunile de formă ale grinzii, fiind un semifabricat laminat, axa nu este rectilinie deci forța axială poate determina un moment încovoiator care influențează comportamentul dinamic al grinzii.

5.3.2. Filtrarea valorilor frecvențelor proprii ale grinzilor cu defect

Această etapă a metodei de detectare a defectelor se va desfășura conform schemei prezentate în figura (5.19). În prima fază (a) a acestei etape se vor măsura frecvențele proprii, deplasările sistemului și temperaturile la care au fost achiziționate aceste valori. Se vor analiza două grinzi cu defecte situate în poziții diferite, grinda CD235, cu defect situat la distanța normalizată $x/l=0.235$ și grinda CD500 cu defect situat la distanța $x/l=0.5$. Valorile măsurate sunt date în tabelul (5.3) pentru grinda CD235 și în tabelul (5.4) pentru grinda CD500.

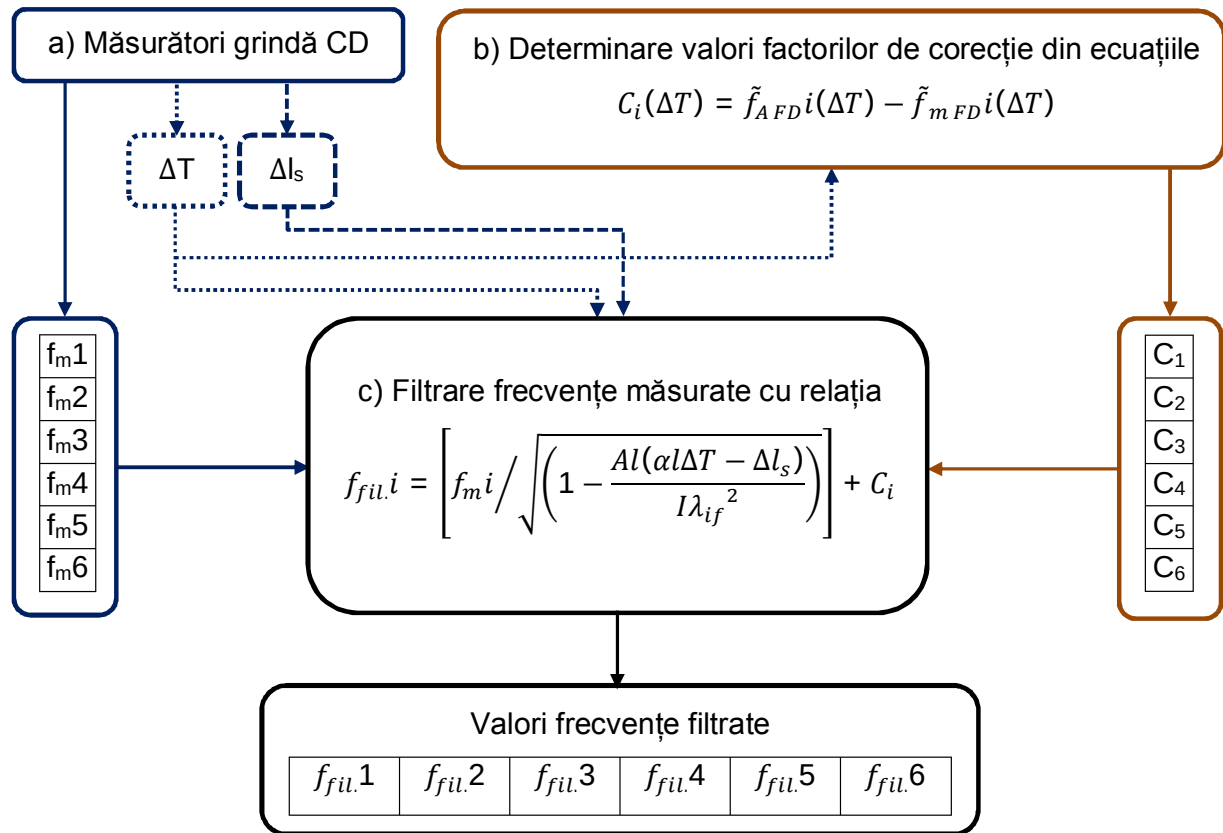


Figura 5.19 Schema algoritmului de filtrare

După efectuarea măsurătorilor se vor calcula valorile factorilor de corecție cu relațiile (5.1-5.6) pentru toate valorile ΔT măsurate, pentru fiecare mod de vibrație în parte, faza (b) a acestei etape conform schemei prezentate în figura (5.19). Aceste valori sunt date în tabelul (5.5) pentru grinda CD235 și în tabelul (5.6) pentru grinda CD500.

În faza (c) a acestei etape vom determina valorile filtrate ale frecvențelor proprii măsurate la o anumită valoare ΔT . Filtrarea valorilor frecvențelor măsurate se va face cu formula (3.26), dată și în schema algoritmului de filtrare.

Tabelul 5.3 Valorile frecvențelor proprii măsurate pentru grinda CD235

Parametru	Valori măsurate				
$T [^{\circ}\text{C}]$	23.5	28	37	41.5	46
$\Delta T [^{\circ}\text{C}]$	0	4.5	13.5	18	22.5
$\Delta/s [m]$	0	0.00003	0.00012	0.00015	0.00019
f mod 1 [Hz]	49.4487	47.6875	45.4206	43.6218	42.4521
f mod 2 [Hz]	132.621	130.285	127.871	125.719	124.413
f mod 3 [Hz]	262.5916	259.9457	256.4333	254.2876	252.985
f mod 4 [Hz]	437.5136	434.9726	429.0573	425.9836	422.8997
f mod 5 [Hz]	676.8852	674.8509	669.7267	668.6885	666.6124
f mod 6 [Hz]	946.1885	944.2076	939.0163	938.0327	935.9435
Parametru	Valori măsurate				
$T [^{\circ}\text{C}]$	50.5	53	57.5	64	67.5
$\Delta T [^{\circ}\text{C}]$	27	29.5	34	40.5	44
$\Delta/s [m]$	0.00023	0.00025	0.00029	0.00035	0.00038
f mod 1 [Hz]	41.7074	40.32436	39.5926	38.7948	38.3658
f mod 2 [Hz]	123.667	122.013	120.912	120.105	119.0765
f mod 3 [Hz]	251.9425	250.8413	249.6443	248.7004	246.9262
f mod 4 [Hz]	421.8834	420.9016	418.7841	417.6912	416.8715
f mod 5 [Hz]	665.5737	662.5136	661.5576	658.471	656.3934
f mod 6 [Hz]	934.9248	933.9118	932.8961	930.8469	929.836

Tabelul 5.4 Valorile măsurate ale frecvențelor proprii pentru grinda CD500

Parametru	Valori măsurate				
$T [^{\circ}\text{C}]$	24	28.5	34	40	44
$\Delta T [^{\circ}\text{C}]$	0	4.5	10	16	20
$\Delta/s [m]$	0	0.00003	0.00008	0.00012	0.00016
f mod 1 [Hz]	47.4652	45.8723	43.9544	41.439	40.3032
f mod 2 [Hz]	135.4035	133.2079	130.766	128.449	126.913
f mod 3 [Hz]	260.8819	257.9273	255.222	252.9036	251.3161
f mod 4 [Hz]	442.3497	438.2513	435.2459	433.1967	430.1653
f mod 5 [Hz]	669.6721	667.6422	664.6721	660.5191	657.377
f mod 6 [Hz]	955.4471	952.295	950.2734	947.2131	945.179
Parametru	Valori măsurate				
$T [^{\circ}\text{C}]$	55.5	60	62	67	
$\Delta T [^{\circ}\text{C}]$	31.5	36	38	43	
$\Delta/s [m]$	0.00025	0.00028	0.0003	0.00034	
f mod 1 [Hz]	36.89466	35.6097	34.6029	33.9199	
f mod 2 [Hz]	123.166	121.929	121.2909	119.58	
f mod 3 [Hz]	247.5305	245.6224	245.0068	244.0243	
f mod 4 [Hz]	424.9316	421.887	419.8087	417.7595	
f mod 5 [Hz]	653.3057	651.2568	649.2076	647.1584	
f mod 6 [Hz]	943.0601	942.1311	941.0382	940.055	

Tabelul 5.5 Valorile factorilor de corecție pentru grinda CD235

Factor corecție	ΔT [°C]				
	0	4.5	13.5	18	22.5
mod 1	0	0.374355	1.215585	1.54872	1.794375
mod 2	0	0.246444	0.829981	1.0124	1.085469
mod 3	0	0.536444	1.299981	1.5724	1.735469
mod 4	0	1.309783	3.633628	4.48208	5.077813
mod 5	0	0.531283	1.784128	2.34008	2.805313
mod 6	0	1.151783	2.602628	3.13608	3.497813
Factor corecție	ΔT [°C]				
	1.93068	1.951105	1.87384	1.464795	1.464795
mod 1	1.93068	1.951105	1.87384	1.464795	1.464795
mod 2	1.02185	0.917381	0.5868	-0.26251	-0.26251
mod 3	1.76185	1.707381	1.4668	0.747494	0.747494
mod 4	5.38802	5.424908	5.22576	4.277443	4.277443
mod 5	3.14702	3.271408	3.35576	3.102943	3.102943
mod 6	3.65502	3.641908	3.41576	2.571443	2.571443

Tabelul 5.6 Valorile factorilor de corecție pentru grinda CD500

Factor corecție	ΔT [°C]			
	4.5	10	16	20
mod 1	0.374355	0.91	1.41016	1.67
mod 2	0.246444	0.63	0.9432	1.06
mod 3	0.536444	1.03	1.4632	1.66
mod 4	1.309783	2.82	4.13424	4.78
mod 5	0.531283	1.31	2.10224	2.56
mod 6	1.151783	2.09	2.91824	3.32
Factor corecție	ΔT [°C]			
	31.5	36	38	43
mod 1	1.935765	1.78776	1.66712	1.20172
mod 2	0.794206	0.3752	0.1204	-0.72135
mod 3	1.624206	1.2952	1.0804	0.33865
mod 4	5.379898	5.02064	4.73968	3.38658
mod 5	3.332398	3.32864	3.25768	2.86958
mod 6	3.574898	3.22464	2.97368	2.06558

Pentru determinarea valorilor filtrate se vor utiliza valorile măsurate ale frecvențelor proprii, deplasărilor sistemului și ale temperaturilor împreună cu valorile calculate ale factorilor de corecție. Valorile astfel obținute mai conțin doar modificările produse de defect care vor fi exploatate în etapa a treia a acestei metode în scopul detectării și localizării defectului. Valorile filtrate ale frecvențelor proprii măsurate la diferite valori ale temperaturii pentru cele două grinzi cu defect sunt date în tabelele (5.7) și (5.8).

Tabelul 5.7 Valorile filtrate ale frecvențelor proprii măsurate pe grinda CD235

Frecvență filtrată [Hz]	ΔT [°C]				
	0	4.5	13.5	18	22.5
mod 1	0	49.72093	49.28432	49.52411	49.52571
mod 2	0	132.6891	132.1872	132.419	132.3852
mod 3	0	262.6573	261.2383	261.5528	261.5996
mod 4	0	438.6799	436.5435	436.7029	435.4801
mod 5	0	677.8746	675.5334	677.5594	677.2943
mod 6	0	947.9609	945.8228	947.9877	947.6661
Frecvență filtrată [Hz]	ΔT [°C]				
	27	29.5	34	40.5	44
mod 1	49.92061	49.1888	49.43447	49.65189	50.30737
mod 2	132.822	131.9257	131.7395	131.7277	131.8177
mod 3	261.7829	261.5136	261.2805	261.1644	260.4179
mod 4	436.0755	436.0983	435.0636	434.6778	435.013
mod 5	677.9572	676.0016	676.4937	674.8348	673.9248
mod 6	948.2216	948.25	948.4307	947.3162	947.5498

Tabelul 5.8 Valorile filtrate ale frecvențelor proprii măsurate pe grinda CD500

Frecvență filtrată [Hz]	ΔT [°C]			
	4.5	10	16	20
mod 1	47.84258	47.40727	47.58293	47.09443
mod 2	135.6604	134.9348	135.9727	135.1369
mod 3	260.622	259.7153	260.7504	259.9393
mod 4	441.9767	441.946	444.472	442.7193
mod 5	670.6392	669.9457	669.8778	667.8482
mod 6	956.0706	956.5873	957.873	956.958
Frecvență filtrată [Hz]	ΔT [°C]			
	31.5	36	38	43
mod 1	47.39117	48.04223	46.96364	47.77759
mod 2	135.7252	136.6193	136.0302	135.5137
mod 3	260.439	260.4671	259.9315	260.0867
mod 4	442.8325	441.8773	439.7962	438.6791
mod 5	669.3853	669.8421	668.0267	667.6032
mod 6	960.2802	961.6979	960.7103	960.9969

5.3.3. Detectarea defectului

Metoda de detectare a defectului utilizată în această etapă se bazează pe compararea modificărilor relative normalizate ale frecvențelor măsurate și filtrate față de valorile măsurate pentru grinda intactă la temperatura de referință, cu valorile modificărilor relative normalizate determinate prin analiza FEM a modificării frecvențelor în funcție de poziția defectului. Modificările relative normalizate pentru 50 de posibile poziții ale defectului pe jumătatea lungimii grinzii studiate sunt conținute de modelul predictiv pe care l-am construit în urma analizei FEM efectuate în capitolul patru al acestei teze. Procesul de detectare se va desfășura conform schemei prezentate în figura (5.20).

Am calculat valorile modificărilor relative ale frecvențelor măsurate pentru grinzile cu defect față de valorile de referință, pentru toate modurile de vibrație obținând un număr de șiruri de valori egal cu numărul măsurărilor. Un șir cuprinde valorile modificărilor relative a frecvențelor celor 6 moduri pentru o valoare a temperaturii de achiziție. Am împărțit valorile dintr-un șir la valoarea cea mai mare, obținând pentru fiecare șir o valoare unitară și restul subunitare. Valorile obținute reprezintă modificările relative normalizate. Prin normalizare se elimină informațiile cantitative, procesul de comparare este mai facil dar nu se mai pot obține informații privind gravitatea defectului ci doar referitoare la poziția lui. Valorile modificărilor relative pentru cele două grinzi sunt date în tabelele (5.9) și (5.10) și valorile modificărilor relative normalizate sunt date în tabelele (5.11) și (5.12).

Tabelul 5.9 Modificarea relativă a frecvențelor pentru grinda CD235

MRF [%]	ΔT [°C]				
	0	4.5	13.5	18	22.5
mod 1	0	-2.19374	-1.29635	-1.78921	-1.79249
mod 2	0	0.852527	1.227553	1.054316	1.07957
mod 3	0	1.080599	1.615001	1.49658	1.478947
mod 4	0	0.368631	0.853834	0.817652	1.095357
mod 5	0	-0.30407	0.042352	-0.25744	-0.2182
mod 6	0	0.778576	1.002368	0.775771	0.809432
MRF	ΔT [°C]				
	27	29.5	34	40.5	44
mod 1	-2.60415	-1.10003	-1.60497	-2.05183	-3.39906
mod 2	0.7532	1.422958	1.562057	1.5709	1.503627
mod 3	1.409926	1.511355	1.599126	1.642833	1.924007
mod 4	0.960142	0.954958	1.189955	1.27758	1.201449
mod 5	-0.31629	-0.02693	-0.09975	0.145724	0.280375
mod 6	0.751288	0.748318	0.729405	0.846054	0.821608

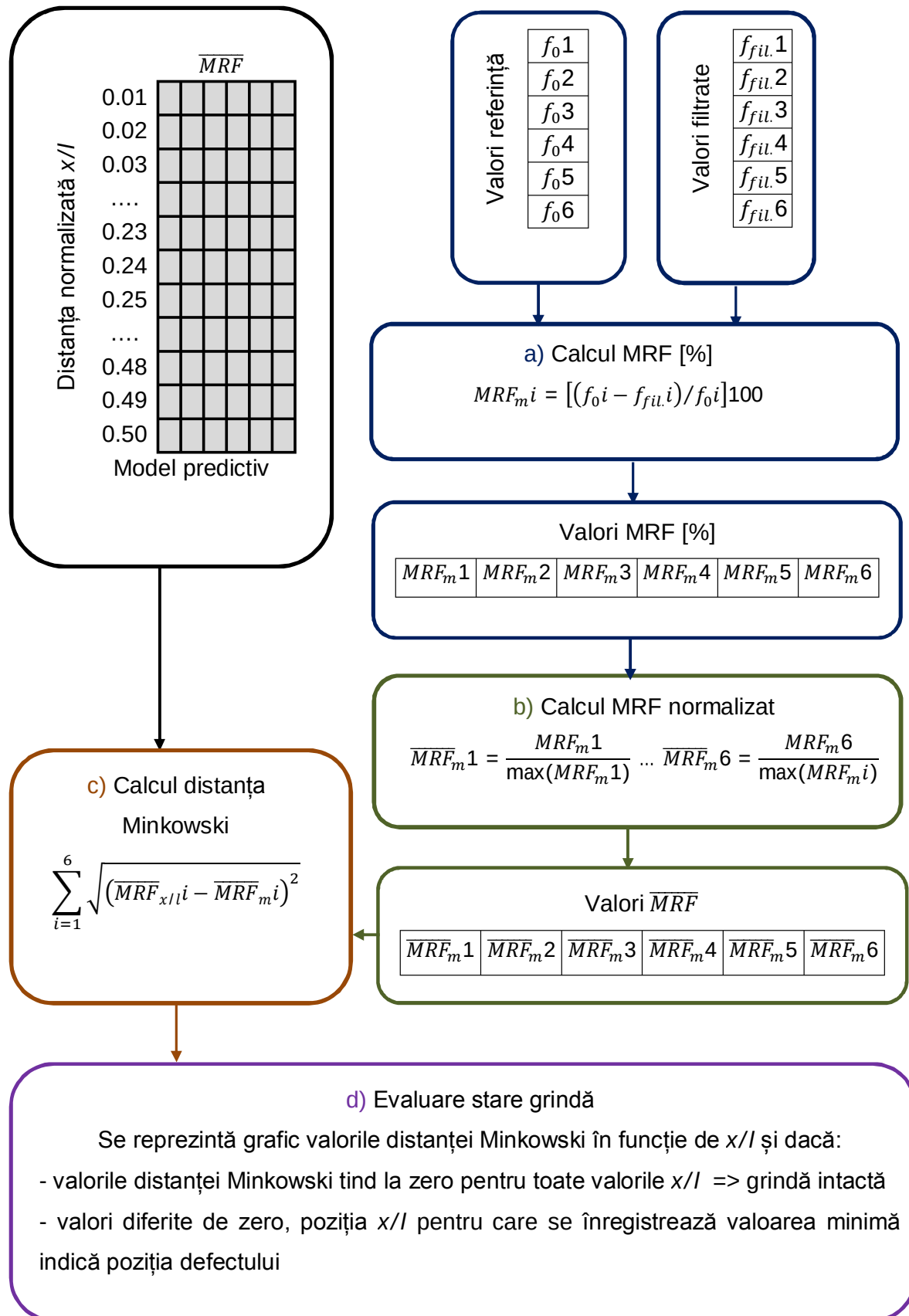


Figura 5.20 Schema procesului de detectare a defectului

Tabelul 5.10 Modificarea relativă a frecvențelor pentru grinda CD500

MRF [%]	ΔT [°C]			
	4.5	10	16	20
mod 1	1.666923	2.561637	2.200591	3.204636
mod 2	-1.36768	-0.82552	-1.60105	-0.97652
mod 3	1.84711	2.188611	1.798749	2.104228
mod 4	-0.38012	-0.37315	-0.94685	-0.54879
mod 5	0.766531	0.869149	0.879206	1.179513
mod 6	-0.07025	-0.12433	-0.25891	-0.16313
MRF [%]	ΔT [°C]			
	31.5	36	38	43
mod 1	2.594734	1.256569	3.473461	1.800506
mod 2	-1.41615	-2.08423	-1.64406	-1.25809
mod 3	1.916027	1.905447	2.107161	2.048711
mod 4	-0.5745	-0.35755	0.115111	0.36881
mod 5	0.952067	0.884487	1.153099	1.215766
mod 6	-0.51086	-0.65925	-0.55588	-0.58588

Tabelul 5.11 Modificarea relativă normalizată a frecvențelor pentru grinda CD235

MRF normalizat	ΔT [°C]				
	0	4.5	13.5	18	22.5
mod 1	0	-2.03012	-0.80269	-1.19553	-1.21201
mod 2	0	0.788939	0.760094	0.704484	0.729959
mod 3	0	1	1	1	1
mod 4	0	0.341136	0.528689	0.546347	0.740633
mod 5	0	-0.28139	0.026224	-0.17202	-0.14754
mod 6	0	0.720504	0.620661	0.518363	0.547303
MRF normalizat	ΔT [°C]				
	27	29.5	34	40.5	44
mod 1	-1.84701	-0.72784	-1.00365	-1.24896	-1.76666
mod 2	0.534212	0.941511	0.976819	0.956214	0.781508
mod 3	1	1	1	1	1
mod 4	0.680987	0.631856	0.744129	0.777669	0.624451
mod 5	-0.22433	-0.01782	-0.06238	0.088703	0.145724
mod 6	0.532856	0.495131	0.456127	0.514997	0.42703

Tabelul 5.12 Modificarea relativă normalizată a frecvențelor pentru grinda CD500

MRF normalizat	ΔT [°C]			
	4.5	10	16	20
mod 1	0.902449	1	1	1
mod 2	-0.74044	-0.32226	-0.72755	-0.30472
mod 3	1	0.85438	0.817394	0.65662
mod 4	-0.20579	-0.14567	-0.43027	-0.17125
mod 5	0.414989	0.339294	0.399532	0.368065
mod 6	-0.03803	-0.04854	-0.11765	-0.05091
MRF normalizat	ΔT [°C]			
	31.5	36	38	43
mod 1	1	0.659462	1	0.878848
mod 2	-0.54578	-1.09383	-0.47332	-0.61409
mod 3	0.738429	1	0.606646	1
mod 4	-0.22141	-0.18764	0.03314	0.180021
mod 5	0.366923	0.464189	0.331974	0.593429
mod 6	-0.19688	-0.34598	-0.16004	-0.28598

Pentru detectarea poziției defectului valorile modificărilor relative normalizate se compară cu valorile conținute de modelul predictiv cu algoritmul distanța Minkowski. Rezultatele comparației vor fi prezentate grafic. Ordonata la care curba reprezentată prezintă un minim indică poziția defectului. Dacă grinda este intactă valorile obținute prin algoritmul utilizat tind la zero pentru toate pozițiile posibile ale defectului.

Valorile distanței Minkowski calculate pentru MRF normalizat al frecvențelor grinzii CD235 achiziționate pentru patru valori ale temperaturii sunt date în tabelul (5.13) și (5.14), iar cele calculate pentru MRF normalizat al frecvențelor achiziționate tot pentru patru valori ale temperaturii pentru grinda CD500 sunt date în tabelul (5.15) și (5.16). Reprezentările grafice ale acestor valori sunt date în figurile (5.21), respectiv (5.22).

Din reprezentările grafice se observă că, în cazul grinzii CD235 precizia de localizare a defectului este de aproximativ 10-15 mm. Precizia scade odată cu creșterea temperaturii de achiziție a valorilor frecvențelor proprii. Aceste abateri pot fi rezultatul unor erori de măsurare determinate de încălzirea neuniformă în tot volumul grinzii.

În cazul grinzii CD500, localizarea defectului este foarte precisă. Măsurătorile au fost efectuate în aceleași condiții ca și în cazul grinzii CD235. Probabil, diferențele înregistrate în cazul grinzii CD235 și precizia localizării în cazul grinzii CD500 se datorează și poziției defectului față de punctele critice ale formelor modurilor de vibrație.

Rezultatele obținute confirmă precizia algoritmului de filtrare și eficiența metodelor de determinare a factorilor de corecție.

Tabelul 5.13 Distanța Minkowski pentru pozițiile defectului x/l cuprinse în intervalul
0.01-0.25 pentru grinda CD235

Distanța Minkowski	Distanța normalizată x/l				
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
$\Delta T=4.5$	3.19755933	3.1617339	3.1593325	3.18091142	3.21188744
$\Delta T=18$	2.35969934	2.3128459	2.3127797	2.34724883	2.39654972
$\Delta T=27$	3.00097438	2.9652952	2.9659587	2.99317673	3.03162324
$\Delta T=40.5$	2.32484617	2.3194129	2.35943	2.42911309	2.50652778
	Distanța normalizată x/l				
	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
$\Delta T=4.5$	3.23657086	3.2496221	3.2655521	3.31779719	3.24845417
$\Delta T=18$	2.43974328	2.4692317	2.5021355	2.57769513	2.53438422
$\Delta T=27$	3.06461665	3.0856974	3.1080807	3.16330416	3.08353639
$\Delta T=40.5$	2.56880833	2.6063315	2.6328158	2.68298388	2.61466671
	Distanța normalizată x/l				
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
$\Delta T=4.5$	3.12398575	3.0590734	3.0024429	2.90898534	2.85218284
$\Delta T=18$	2.4310946	2.3594312	2.2937089	2.17827339	2.09732812
$\Delta T=27$	2.94104551	2.8510811	2.7673257	2.64454952	2.5573039
$\Delta T=40.5$	2.50343249	2.3944781	2.3025359	2.17083223	2.06751201
	Distanța normalizată x/l				
	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
$\Delta T=4.5$	2.72381918	2.6151844	2.5262262	2.44244575	2.30748795
$\Delta T=18$	1.93573397	1.7978246	1.6851514	1.5820946	1.43002844
$\Delta T=27$	2.40568479	2.2816454	2.1845252	2.10167592	1.99214221
$\Delta T=40.5$	1.91187949	1.7851268	1.6820897	1.58510112	1.4784041
	Distanța normalizată x/l				
	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25
$\Delta T=4.5$	2.19153631	2.1021265	2.0537773	2.06490856	2.12631658
$\Delta T=18$	1.3065108	1.2259664	1.2142708	1.29451827	1.41520688
$\Delta T=27$	1.91292841	1.8710832	1.8798447	1.95339159	2.05401973
$\Delta T=40.5$	1.39509262	1.3422292	1.3380352	1.40001764	1.50539722

Tabelul 5.14 Distanța Minkowski pentru pozițiile defectului x/l cuprinse în intervalul
0.26-0.50 pentru grinda CD235

Distanța Minkowski	Distanța normalizată x/l				
	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3
$\Delta T=4.5$	2.20121175	2.2955154	2.4240873	2.55263107	2.63686581
$\Delta T=18$	1.51788248	1.6367154	1.7889586	1.91870067	1.98011735
$\Delta T=27$	2.13945416	2.2417646	2.3768145	2.49339731	2.54705155
$\Delta T=40.5$	1.59662805	1.6848832	1.7891811	1.87952113	1.92436231
	Distanța normalizată x/l				
	0.31	0.32	0.33	0.34	0.35
$\Delta T=4.5$	2.69597113	2.7750563	2.8736308	3.00196266	3.05899777
$\Delta T=18$	2.0108726	2.0691289	2.1501373	2.2623112	2.29766554
$\Delta T=27$	2.57034713	2.6193436	2.691234	2.79519419	2.82892802
$\Delta T=40.5$	1.95246573	2.0003732	2.0634974	2.14930981	2.18060259
	Distanța normalizată x/l				
	0.36	0.37	0.38	0.39	0.4
$\Delta T=4.5$	2.97088185	2.878061	2.8243359	2.80671158	2.82595991
$\Delta T=18$	2.18341643	2.0734681	2.0126969	1.99617305	2.02181406
$\Delta T=27$	2.72379702	2.6236946	2.5700412	2.55758348	2.5852138
$\Delta T=40.5$	2.10301961	2.035962	2.0100273	2.02036016	2.06412606
	Distanța normalizată x/l				
	0.41	0.42	0.43	0.44	0.45
$\Delta T=4.5$	2.88295706	2.8475917	2.8775197	2.9895049	3.14875666
$\Delta T=18$	2.08735918	2.048872	2.0738497	2.18170938	2.34064327
$\Delta T=27$	2.65188423	2.6232642	2.6577889	2.77304162	2.93422066
$\Delta T=40.5$	2.13909795	2.1259169	2.1582215	2.2573453	2.40253072
	Distanța normalizată x/l				
	0.46	0.47	0.48	0.49	0.5
$\Delta T=4.5$	3.12298181	3.1477253	3.1886323	3.22140889	3.23303891
$\Delta T=18$	2.31563371	2.352155	2.406917	2.44951197	2.46456091
$\Delta T=27$	2.90660274	2.9312971	2.972863	3.00630796	3.01817586
$\Delta T=40.5$	2.38994946	2.4317713	2.4883637	2.53103411	2.54615182

Tabelul 5.15 Distanța Minkowski pentru pozițiile defectului x/l cuprinse în intervalul
0.01-0.25 pentru grinda CD500

Distanța Minkowski	Distanța normalizată x/l				
	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
$\Delta T=4.5$	1.9870501	1.8187249	1.7006045	1.63112669	1.59486339
$\Delta T=18$	2.10327585	1.9075499	1.7560933	1.65080039	1.5813771
$\Delta T=27$	1.88935487	1.6760192	1.5111496	1.40034159	1.33468841
$\Delta T=40.5$	1.82086531	1.6646659	1.5680913	1.52949052	1.53084691
	Distanța normalizată x/l				
	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
$\Delta T=4.5$	1.57109424	1.553002	1.5678302	1.67617642	1.76442486
$\Delta T=18$	1.53294501	1.5036399	1.5256693	1.66243367	1.78982512
$\Delta T=27$	1.29824216	1.2884777	1.3398002	1.51439169	1.66276917
$\Delta T=40.5$	1.5477997	1.5693855	1.6157479	1.73463691	1.80168609
	Distanța normalizată x/l				
	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15
$\Delta T=4.5$	1.77362292	1.8356825	1.8632599	1.83550191	1.84755336
$\Delta T=18$	1.82319095	1.9268084	1.9843588	1.98170619	2.0203184
$\Delta T=27$	1.70291619	1.7980548	1.8453661	1.82536835	1.84713912
$\Delta T=40.5$	1.78609191	1.7868232	1.7594537	1.67554122	1.62657695
	Distanța normalizată x/l				
	0.16	0.17	0.18	0.19	0.2
$\Delta T=4.5$	1.7767912	1.7402311	1.7525075	1.81185429	1.78161799
$\Delta T=18$	1.96225371	1.933211	1.9514591	2.01669291	1.97283815
$\Delta T=27$	1.76840902	1.7236072	1.7331103	1.79729275	1.75807083
$\Delta T=40.5$	1.51478372	1.453625	1.4576309	1.52729768	1.55307251
	Distanța normalizată x/l				
	0.21	0.22	0.23	0.24	0.25
$\Delta T=4.5$	1.78569266	1.8304293	1.9211542	2.06087121	2.11362669
$\Delta T=18$	1.96308196	1.9946223	2.0722004	2.19868081	2.2310489
$\Delta T=27$	1.76062956	1.810735	1.9108165	2.0606648	2.1073104
$\Delta T=40.5$	1.62243916	1.7328692	1.8823151	2.06781334	2.1481824

Tabelul 5.16 Distanța Minkowski pentru pozițiile defectului x/l cuprinse în intervalul
0.26-0.50 pentru grinda CD500

Distanța Minkowski	Distanța normalizată x/l				
	0.26	0.27	0.28	0.29	0.3
$\Delta T = 4.5$	2.08616617	2.1163542	2.2085369	2.25456152	2.21114144
$\Delta T = 18$	2.18221464	2.1980226	2.2808385	2.31741365	2.26427358
$\Delta T = 27$	2.06226568	2.0789666	2.1596151	2.18479565	2.1112164
$\Delta T = 40.5$	2.12783991	2.1494993	2.2183237	2.22650889	2.13808896
	Distanța normalizată x/l				
	0.31	0.32	0.33	0.34	0.35
$\Delta T = 4.5$	2.14614918	2.1495645	2.2125972	2.34290835	2.40415128
$\Delta T = 18$	2.19167296	2.1926228	2.2584437	2.397661	2.47013143
$\Delta T = 27$	2.01460539	1.9930726	2.0380244	2.15848819	2.21641345
$\Delta T = 40.5$	2.02772864	1.985287	2.0031626	2.09099633	2.13218726
	Distanța normalizată x/l				
	0.36	0.37	0.38	0.39	0.4
$\Delta T = 4.5$	2.29725709	2.1945533	2.142836	2.12589876	2.12929203
$\Delta T = 18$	2.37240974	2.2790281	2.2378861	2.2320575	2.24730216
$\Delta T = 27$	2.11269591	2.0225128	1.9913017	1.99990368	2.03223611
$\Delta T = 40.5$	2.04203765	1.9738962	1.9614929	1.98397341	2.02320754
	Distanța normalizată x/l				
	0.41	0.42	0.43	0.44	0.45
$\Delta T = 4.5$	2.13896851	1.9645045	1.8160403	1.68698728	1.53386592
$\Delta T = 18$	2.26985635	2.0985824	1.9590099	1.84600083	1.70837
$\Delta T = 27$	2.07327779	1.9154108	1.7882011	1.69059386	1.57160436
$\Delta T = 40.5$	2.06284987	1.9161809	1.7821909	1.65449133	1.48780945
	Distanța normalizată x/l				
	0.46	0.47	0.48	0.49	0.5
$\Delta T = 4.5$	1.22321339	1.0476102	0.9737364	0.95762466	0.95598007
$\Delta T = 18$	1.39139748	1.2013019	1.1080679	1.07633906	1.06915875
$\Delta T = 27$	1.25066305	1.0586058	0.9676509	0.93954441	0.93403607
$\Delta T = 40.5$	1.15430475	0.9466311	0.8436774	0.80973336	0.80286839

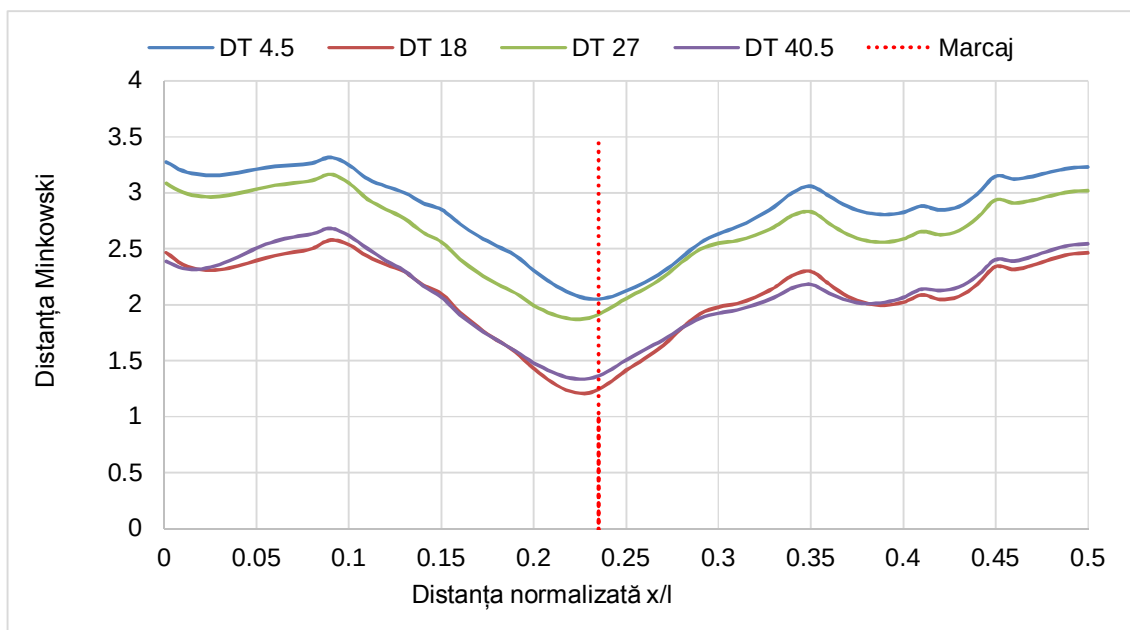


Figura 5.21 Distanța Minkowski pentru grinda CD235

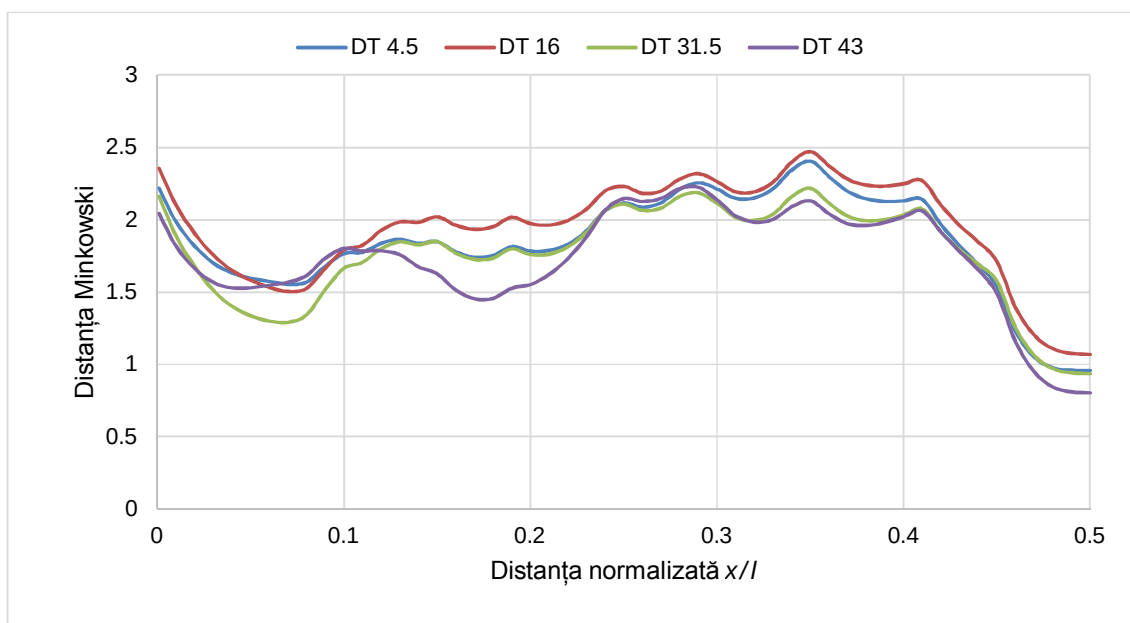


Figura 5.22 Distanța Minkowski pentru grinda CD500

Cercetarea experimentală desfășurată în cadrul acestui capitol pune în evidență faptul că un algoritm eficient de filtrare concură la obținerea unor date de mare precizie care pot fi utilizate cu succes în cadrul proceselor de detectare a defectelor. Datele obținute în urma procesului de filtrare desfășurat în cadrul acestui capitol au asigurat succesul metodei de detectare a defectelor elaborată ca urmare a cercetărilor întreprinse în cadrul Școlii Doctorale a "UEM" din Reșița.

5.4. Concluzii. Contribuții personale

5.4.1. Concluzii

Metoda de detectare a defectelor în trei etape elaborată în cadrul acestei lucrări a fost validată de rezultatele experimentale. Acestea au demonstrat eficiența algoritmului de filtrare și precizia metodelor de determinare a factorilor de corecție. Abaterile înregistrate în procesul de localizare a defectului pot fi cauzate de erori de măsurare datorate încălzirii neuniforme a grinzii. Cu toate acestea putem concluziona:

- algoritmul de filtrare a valorilor frecvențelor proprii prin eliminarea efectelor temperaturii asupra frecvențelor proprii ale grinzilor încastrate la ambele capete este validat de rezultatele cercetării experimentale.
- metoda de determinare a valorilor factorilor de corecție funcționează și în cazul grinzilor reale.
- erorile de filtrare nu viciază rezultatele procesului de detectare a defectelor.
- datorită deviației modului de variație a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii supuse analizei experimentale cu creșterea temperaturii față de cel imprimat de relațiile analitice, valorile filtrate ale frecvențelor necorectate sunt inutilizabile în procesele de detectare a defectelor.
- pentru a asigura o bună precizie de localizare a poziției defectului este necesar să se măsoare frecvențele a minim șase moduri de vibrație.
- deoarece pentru o valoare a temperaturii se poate realiza o singură măsurătoare sunt necesare două accelerometre pentru a putea măsura frecvențele a șase moduri de vibrație.
- analiza experimentală a demonstrat eficiența metodei de detectare a defectelor elaborată în cadrul Școlii Doctorale a "UEM" din Reșița și în monitorizarea grinzilor supuse variațiilor de temperatură.

5.4.2. Contribuții personale

Contribuțiile personale aduse dezvoltării cercetărilor experimentale cu privire la detectarea defectelor în grinzi sunt:

- elaborarea și fundamentarea unei metode de detectare și localizare a defectelor în grinzile încastrate la ambele capete aflate sub influența variațiilor de temperatură, structurată în trei etape.
- conceperea și realizarea unui stand experimental adaptat la necesitățile și cerințele metodei de detectare a defectelor elaborată în cadrul acestei lucrări.

Cap. 6 Concluzii. Contribuții personale. Diseminarea rezultatelor cercetării

Cercetările efectuate în vederea elaborării tezei de doctorat au avut scopul de a evidenția efectul influenței factorilor externi asupra elementelor structurale cu accent pe variația temperaturii. Pe baza analizei literaturii de specialitate a rezultat necesitatea dezvoltării unor algoritmi care să elimine efectul variației temperaturii în procesul de monitorizare a structurilor. În urma analizei critice a literaturii de specialitate, a abordărilor analitice și experimentelor folosind metoda elementului finit și măsurătorile pe o structură reală au fost puse în evidență aspecte noi privind vibrația grinzilor supuse solicitărilor axiale și au fost elaborate relații de calcul respectiv algoritmi privind eliminarea efectului variației temperaturii în timpul monitorizării integrității structurale.

6.1. Concluzii

Principalele concluzii prezentate sintetic, care evidențiază elementele esențiale ale cercetărilor efectuate sunt:

- a) distribuția de energie pentru același mod de vibrație și flambaj sunt foarte asemănătoare. Prin urmare sistemele de forțe perpendiculare pe fibra medie, care produc deformații similare cu cele produse de sarcini axiale ce determină flambajul sau de inerție în cazul vibrației transversale sunt identice, iar punctele de aplicație foarte apropiate.
- b) se confirmă faptul, prezentat în literatura de specialitate că datorită imperfecțiunilor sistemului o deplasare laterală apare de la cele mai mici solicitări axiale (de compresiune). Aceasta determină ca forma modală să aibă aspect diferit de o parte și de cealaltă a poziției de echilibru. Prin urmare metodele de detectare a defectelor bazate pe modificarea formei modale respectiv a curburii modale sunt dificil de aplicat fiind necesară cunoașterea celor două forme alternative ale unui mod de vibrație.
- c) variația modului de elasticitate longitudinal cu variația temperaturii, în limite specifice mediului ambiant, este extrem de redusă și poate fi neglijată.
- d) datorită forțelor axiale mari care se dezvoltă pentru variații relativ mici de temperatură (aprox. 32000 N la o creștere a temperaturii cu 28 °C pentru grinda analizată), în cazurile reale se produc deplasări. Aceasta face ca valoarea forței axiale indusă de modificările de temperatură să fie limitată de condițiile de fixare la margini. Prin urmare la aplicarea tehnicilor de detectare a defectelor este necesară atât cunoașterea temperaturii cât și a lungimii barei.

- e) abaterile dimensionale și de formă ale grinzii reale, chiar și în stadiul incipient determină deviații ale comportamentului dinamic față de cel descris analitic. În procesul de prelucrare a datelor măsurate este necesară compensarea printr-un factor de corecție.
- f) în urma prelucrării datelor rezultate din măsurători se obțin rezultate precise, utilizabile cu succes în detectarea defectelor prin metoda bazată pe modificarea relativă a frecvențelor.
- g) detectarea defectelor se poate face prin utilizarea a minimum 6 moduri de vibrație transversală, a căror frecvențe pot fi determinate experimental utilizând cel puțin două accelerometre, unul pentru modurile impare plasat în apropierea sau în centrul grinzii și unul plasat astfel încât modurile pare să aibă o deplasare laterală semnificativă.

6.2. Contribuții personale

Contribuțiile proprii, cu caracter de originalitate, care constituie baza inovativă a prezentei lucrări sunt următoarele:

- a) adaptarea modelelor analitice pentru vibrația grinzii solicitate la forțe axiale induse de forțe exterioare sau diferențe de temperatură.
- b) stabilirea și fundamentarea unei relații de calcul a forței critice de flambaj a grinzilor cu defecte de tipul discontinuităților transversale.
- c) stabilirea unei relații analitice care permite predicția modificărilor de frecvență datorate variației de temperatură utilizabilă în cazul cedărilor elastice în reazeme, precum și în cazul sistemelor care nu permit deplasări de-a lungul axei.
- d) stabilirea și fundamentarea coeficienților de corecție care permit calibrarea precisă a rezultatelor analitice cu măsurătorile.
- e) elaborarea unui algoritm care permite filtrarea efectului temperaturii asupra frecvențelor proprii.
- f) elaborarea și fundamentarea unei metode de detectare a defectelor grinzilor încastrate la ambele capete supusă efectului termic.
- g) conceperea și realizarea unui stand experimental care permite monitorizarea integrității structurale în condiții de variație lentă sau bruscă a temperaturii.

6.3. Diseminarea rezultatelor cercetării

Cercetările desfășurate pe perioada studiilor doctorale s-au concretizat în articole publicate în reviste relevante în domeniu și prezentări la conferințe naționale și

internaționale de profil, fiind asigurată o diseminare pe scară largă a rezultatelor obținute. Lista lucrărilor cuprinde:

1. Gilbert-Rainer Gillich, Ion Cornel Mitulețu, **Horia Furdui**, Vasile Iancu, Zeno-Iosif Praisach *Theoretical and experimental investigation on the vibration behavior of cantilever beams with breathing cracks*, Journal of Zhejiang University-SCIENCE A (în curs de evaluare), Revistă cotate ISI
2. **Horia Furdui**, Gilbert-Rainer Gillich, Andrea-Amalia Minda, *Influența defectului asupra modificării temperaturii critice de flambaj*, A XVI-a Conferință internațională multidisciplinară "Profesorul DORIN PAVEL fondatorul hidroenergeticii românești", 5-6 iunie 2016, publicată în Știința și Inginerie Vol.29/2016, pp 559-568, Conferință indexată BDI
3. Gilbert-Rainer Gillich, Zeno-Iosif Praisach, Vasile Iancu, **Horia Furdui**, Ionică Negru, *Natural Frequency Changes due to Severe Corrosion in Metallic Structures*, Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering, 61(2015)12, pp 721-730, Revistă cotate ISI
4. **Horia Furdui**, Andrea-Amalia Minda, Gilbert-Rainer Gillich, Florian Muntean, *Critical Buckling Force Variation for Beams with Discontinuities*, Analele Universității "EFTIMIE MURGU" din Reșița, Anul XXII, NR. 2, 2015, pp128-137 Revistă indexată BDI
5. **Horia Furdui**, Florian Muntean, Andrea-Amalia Minda, Zeno-Iosif Praisach, Nicoleta Gillich, *The influence of operational and environmental loads on the process of assessing damages in beams*, 11th International Conference on Damage Assessment of Structures (DAMAS 2015), 24-26 august 2015, Ghent, Belgia, publicată în Journal of Physics: Conference Series, Vol. 628/2015, 012021, Conferință indexată ISI
6. **Horia Furdui**, Gilbert-Rainer Gillich, Andrea-Amalia Minda, *Influența efectului termic asupra frecvențelor proprii ale grinzilor încastrate la ambele capete*, A XV-a Conferință internațională multidisciplinară "Profesorul DORIN PAVEL fondatorul hidroenergeticii românești", 5-6 iunie 2015, publicată în Știință și Inginerie Vol. 27/2015, pp 595-603, Conferință indexată BDI
7. Gilbert-Rainer Gillich, **Horia Furdui**, Marius Tufoi, Zeno-Iosif Praisach, Silviu-Razvan Avram, *Damage-Caused Frequency Shifts in Beams and their Use in Structural Health Assessment*, XIII-th International Symposium Acoustics & Vibration of Mechanical

Structures, 28-29 mai 2015, Timișoara, publicată în Applied Mechanics and Materials Vol. 801/2015, pp. 142-147, Conferință indexată SCOPUS

8. Marius Tufoi, Gilbert-Rainer Gillich, Zeno-Iosif Praisach, Vasile Iancu, **Horia Furdui**, *About the Influence of Temperature Changes on the Natural Frequencies of Clamped-Clamped Euler-Bernoulli Beams*, Romanian Journal of Acoustics and Vibration Vol.XI/2/2014, pp. 84-87, Revistă indexată SCOPUS

9. Gilbert-Rainer Gillich, Zeno-Iosif Praisach, Magd-Abdel Wahab, **Horia Furdui**, *A new modal based damage location indicator*, ISMA 2014, 15-17 septembrie 2014, Leuven, Belgia, Conferință indexată ISI

10. Gilbert-Rainer Gillich, Zeno-Iosif Praisach, **Horia Furdui**, Jean-Louis Ntakpe, Andrea-Amalia Minda, *Evaluation of Loss of Mass due to Corrosion using Vibration-based Methods*, 6-th International Conference on Advanced Concepts in Mechanical Engineering, 12-13 iunie 2014, Iași, publicată în Applied Mechanics and Materials Vol.658, pp. 77-82, Conferință indexată SCOPUS

11. Horia Furdui, Gilbert-Rainer Gillich, Andrea-Amalia Minda, *Influența temperaturii asupra frecvențelor proprii ale elementelor din structuri cu zăbrele*, A XIV-a Conferință internațională multidisciplinară "Profesorul DORIN PAVEL fondatorul hidroenergeticii românești", 06-07 iunie 2014, Sebeș, Alba, publicată în Știința și Inginerie vol. 26/2014, pp. 289-296 Conferință indexată BDI

12. Andrea- Amalia Minda, Petru-Florin Minda, Zeno-Iosif Praisach, **Horia Furdui**, *Application for Automated Recognition of Damage Locations*, Romanian Journal of Acoustics and Vibration Vol.X/2/2013, pp. 89-92, Revistă indexată SCOPUS

Bibliografie

1. Andersen, P., Kirkegaard, P.H., Brinker, R., *Filtering out Environmental Effects in Damage Detection of Civil Engineering Structures*, Fracture and Dynamics, No.82, vol. R9633, 1996
2. Ancaș, A.D., Gorbănescu, D., *Theoretical Models in the Study of Temperature Effect on Steel Mechanical Properties*, Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Tomul LII (LVI), Fasc. 1-2, 2006
3. Aydemir, B., Zeytin, H.K., Güven, G., Güngör, A., *Investigation of Mechanical Properties of DP 600 Steels at Elevated Temperatures*, ISITES2014, Karabuk - TURKEY
4. Azadi M., *Free and Forced Vibration Analysis of FG Beam Considering Temperature Dependency of Material Properties*, Journal of Mechanical Science and Technology 25(1), 2011 pp. 69-80
5. Bates, L., Beach, T., Arnott, M., *Determination of the Temperature Dependence of Young's Modulus for Sainless Steel Using a Tuning Fork*, The Journal of Undergraduate Research in Physica, Vol. 189(1), 1999
6. van Beek, H., *Influence of Shear and Axial Pretension on the Free-Vibration Behaviour of Clamped-Clamped Beam MEMS Resonators*, Eindhoven University of Technology, 2008
7. Bejan M., *Rezistența Materialelor*, vol. I, Editura AGIR, București, 2004
8. Bejan M., *Rezistența Materialelor*, vol. II, Editura AGIR, București, 2004
9. Bornn, L., Farrar, C.R., Park, G., *Damage Detection in Initially Nonlinear Systems*, International Journal of Engineering Science 48 (2010), pp. 909–920
10. Bornn L., Farrar, C., Park, G., Farinholt, K., *Structural Health Monitoring with Autoregressive Support Vector Machines*, Journal of Vibration and Acoustics 131 (2) (2009) 021004
11. Bovsunovsky, A., *The Mechanisms of Energy Dissipation in the Nonpropagating Fatigue Cracks in Metallic Materials*, Engineering Fracture Mechanics, 71(16-17), (2004), pp. 2271-2281
12. Bratu, P., *Vibrații mecanice: teorie, aplicații tehnice*, Editura Impuls, 1998
13. Bratu, P., *Vibrațiile sistemelor elastice*, Editura Tehnică, 2000

14. Bratu, P., *Analiza Structurilor Elastice-Comportarea la acțiuni statice și dinamice*, Editura Impuls, 2011
15. Cartz, L. *Non-destructive Testing*. ASM International, Materials Park, SUA, 1995
16. Chen, J., Young, B., *Mechanical Properties of Cold-Formed Steel at Elevated Temperatures*, Seventeenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures Orlando, Florida, U.S.A, November 4-5, 2004
17. Dăneț, N., Caragheorgheopol, D., Tudor, D., *Utilizarea calculatoarelor-Introducere în Mathcad*, Universitatea Tehnică de Construcții București, 2014
18. Doebling, S.W., Farrar, C.R., Prime, M.B., Shevitz, D.W., *Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: A Literature Review*. Los Alamos National Laboratory Report, LA-13070-MS. Los Alamos (1996)
19. Doleček, V., Isić, S., Voloder, A., *An Analysis of Beam Elongation Influence to Postbuckling Displacements under Displacement Dependent Axial Force*, *Mechanika*, 2009, Nr.4(78)
20. Dong, C., Zhang, P., Huang, W. F. T., *The Sensitivity Study of the Modal Parameters of a Cracked Beam*, *Proceedings of 12th International Modal Analysis Conference*, 1, pp. 98–104
21. Faraji, M., Dardel, M., Pashaei, M.H., *Natural Frequency, Mode Shape, Buckling and Post-Buckling Analysis of MEMS with Various Clamped Position*, *Journal of Science and Engineering*, Vol. 1 (2), 2013, pp. 103-120
22. Farrar, C.R., Worden, K., Todd, M.D., Park, G., Nichols, J., Adams, D.E., Bement, M.T., Farinholt, K., *Nonlinear System Identification for Damage Detection*, Los Alamos National Laboratory Report LA-14353, 2007
23. Figueiredo, E., Todd, M.D., Farrar, C.R., Flynn, E. , *Autoregressive Modeling with State-Space Embedding Vectors for Damage Detection under Operational and Environmental Variability*, *The Fifth European Workshop on Structural Health Monitoring*, Sorrento, Italy, June, 2010
24. Friswell, M.I., *Damage Identification Using Inverse Methods*, *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, Vol. 365, No. 1851, Royal Society Publishing (2007), pp. 393–410
25. Gillich, G.R., *Dinamica mașinilor. Modelarea sistemelor tehnice*, Editura AGIR, 2003

26. Gillich, G.R., Bîrdeanu, E.D., Gillich, N., Amariei, D., Iancu, V., Jurcău, C.S., *Detection of Damages in Simple Elements*, Annals of DAAAM & Proceedings, pp. 623-625
27. Gillich, G.R., Maia, N., Mitulețu, I.C., Tufoi, M., Iancu, V., Korka, Z., *A New Approach for Severity Estimation of Transversal Cracks in Multi-Layered Beams*, Latin American Journal of Solids and Structures, an ABCM Journal, vol.13(8), pp. 1526-1544, 2016
28. Gillich, G.R., Maia, N., Mitulețu, I.C., Praisach, Z.I., Tufoi, M., Negru, I., *Early Structural Damage Assessment by Using an Improved Frequency Evaluation Algorithm*, Latin American Journal of Solids and Structures, an ABCM Journal, Vol.12(12), pp. 2311-2329, 2015
29. Gillich, G.R., Minda. P.F., Praisach, Z.I., Minda. A.A., *Natural Frequencies of Damaged Beams - a New Approach*, Romanian Journal of Acoustics and Vibration, Vol. IX, Issue 2/2012, pp.101-108
30. Gillich, G.R., Praisach, Z.I., Amariei, D., *A Method to Detect and Assess Damage in Beams Based on Frequency Changes*, The Eleventh International Conference on Computational Structures Technology, Paper 77, 2012
31. Gillich, G.R., Praisach, Z.I., *Detection and Quantitative Assessment of Damages in Beam Structures Using Frequency and Stiffness Changes*, Key Engineering Materials, Vol.569, pp. 1013-1020, 2013
32. Gillich, G.R., Praisach, Z.I., *Damage-Patterns-Based Method to Locate Discontinuities in Beams*, SPIE Smart Structures and Materials Nondestructive Evaluation and Health Monitoring, (869532-869532-8), 2013
33. Gillich, G.R., Praisach, Z.I., *Modal Identification and Damage Detection in Beam-Like Structures Using the Power Spectrum and Time-Frequency Analysis*, Signal Processing, Vol. 96, pp. 29-44, 2014
34. Gillich, G.R., Praisach, Z.I., *Robust Method to Identify Damages in Beams Based on Frequency Shift Analysis*, SPIE Smart Structures and Materials Nondestructive Evaluation and Health Monitoring, (83481D-83481D-12), 2012
35. Gillich, G.R., Praisach, Z.I., Iavornic, C.M., *Reliable Method to Detect and Assess Damages in Beams Based on Frequency Changes*, Proceedings of the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conference, Chicago, August 12-15, 2012, Article Number: DETC2012-70094

36. Gillich, G.R., Praisach, Z.I., Onchis-Moaca, D., Gillich, N., *How to Correlate Vibration Measurements with FEM Results to Locate Damages in Beams*, Proceedings of the 4th WSEAS International Conference on Finite Differences-Finite Elements-Finite Volumes-Boundary Elements, F-and-B, Vol.11, pp. 76-81
37. Gillich, G.R., Wahab, M.A., Yan, R., Araújo dos Santos, J.V., *Damage Models and Assessment Methods*, Shock and Vibration, 2016
38. Gillich, N., Minda, A.A., Praisach, Z.I., Protocsil, C., Lorenz, P., Gillich, G.R., *Reliability Study Regarding the Use of Histogram Similarity Methods for Damage Detection*, Analele Universității "Eftimie Murgu" Reșița Anul XX, NR. 3, 2013, ISSN 1453 – 7397
39. Gladwell, G.M. L., Morassi, A., *Estimating Damage in a Rod from Changes in Node Positions*, Inverse Problems in Engineering, 7, pp. 215–233, 1999
40. Gysin, H., *Critical Application of an Error Matrix Method for Location of Finite Element Modeling Inaccuracies*, Proceedings of the 4th International Modal Analysis Conference, 1, pp. 1339–1351, 1986
41. Han, S.M., Benaroya, H., We, T., *Dynamics of Transversely Vibrating Beams Using Four Engineering Theories*, Journal of Sound and Vibration (1999) 225(5), pp. 935-988
42. Hearn, G., Testa, R., *Modal Analysis for Damage Detection in Structures*, Journal of Structural Engineering, 117, pp. 3042-3062, 1991
43. Iancu, V., Gillich, G.R., Iancu, A., Chioncel, C.P., *Consideration Regarding the Use of Time-Frequency Representations in Analysis of Vibration*, 3rd WSEAS International Conference EMESEG, pp. 492-495
44. Iancu, V., Protocsil, C., Gillich, N., Hațiegan, C., Gillich, G.R., *The Influence of the Number of Finite Elements Upon the Accuracy of the Results Obtained Using Discrete Models*, Analele Universității „Eftimie Murgu”, Vol.20(3), pp. 189-198
45. Irvine, T., *Natural Frequencies of Beams Subjected to a Uniform Axial Load*, Revision C, vibrationdata.com, 2011
46. Kim, H., and Melhem, H., *Damage Detection of Structures by Wavelet Analysis*. Engineering Structures, 26, pp. 347-362, 2004
47. Kullaa, J., *Benchmark Data for Structural Health Monitoring*, HAL Id: hal-01021056, Submitted on 9 Jul 2014

48. Kullaa, J., *Statistical Analysis of the Damage Detection Performance Under Environmental or Operational Influences*, Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics, EURODYN 2014 Porto, Portugal, 30 June - 2 July 2014
49. Kullaa, J., *Vibration-Based Structural Health Monitoring Under Variable Environmental or Operational Conditions*, New Trends in Vibration Based Structural Health Monitoring, CISM, Udine 2010
50. Kyriazoglou, C., Page, B. L., Guild, F., *Vibration Damping for Crack Detection in Composite Laminates*, Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 35(7-8), pp. 945–953
51. Leonard, F., Lanteigne, J., Lalonde, S., Turcotte, Y., *Free-Vibration Behaviour of Cracked Cantilever Beam and Crack Detection*, Mechanical Systems and Signal Processing, 15(3), pp. 529–548
52. Lieven, N., Ewins, D., *Spatial Correlation of Mode Shapes: The Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC)*, Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference, Kissimmee, Florida, USA, 1, pp. 690-695, 1988
53. Lindberg, H.E., *Little Book of Dynamic Buckling*, LCE Science/Software, September 2003
54. Mahaffey, P.B., Bending, *Vibration and Buckling Response of Conventional and Modified Euler-Bernoulli and Timoshenko Beam Theories Accounting for the von Karman Geometric Nonlinearity* Texas A&M University, 2013
55. Marin, C., *Vibrațiile structurilor mecanice*, Editura IMPULS, București, 2003
56. Mănescu, T.S., Chivu, A.I., Afronie, A.M., Pomoja, F., Mănescu, T.jr., Burtea, D., *Aplicații de rezistența materialelor*, Editura Eftimie Murgu, Colecția Orizonturi Tehnice, 2010
57. Mănescu, T.S., Mănescu, T.jr., Zaharia, N.L., Mare, C.I., *Noțiuni fundamentale de rezistența materialelor și teoria plasticității*, Editura Eftimie Murgu, Colecția Orizonturi Tehnice, 2012
58. Mănescu, T.S., Nedelcu, D., *Analiză structurală prin metoda elementului finit*, Editura Orizonturi Universitare, 2005
59. Meruane, V., Heylen, W., *Damage Assessment of a Bridge under Varying Environmental Conditions*, PROCEEDINGS OF ISMA 2010

- 60.** Minda, P.F., *Cercetări privind identificarea poziției discontinuităților în grinzi pe baza modificării frecvențelor proprii*, Teza de doctorat, Universitatea „Eftimie Murgu” din Reșița, 2013
- 61.** Minda, P.F., Praisach, Z.I., Minda, A.A., Gillich, G.R., *Methods of Interpreting the Results of Vibration Measurements to Locate Damages in Beams*, Applied Mechanics and Materials, Vol.430, pp. 84-89, 2013
- 62.** Mitulețu, I.C., Gillich, N., Nitescu, C.N., Chioncel, C.P., *A Multi-Resolution Based Method to Precisely Identify the Natural Frequencies of Beams with Application in Damage Detection*, DAMAS 2015 - Journal of Physics: Conference Series, Vol.628(1), pp. 12-20
- 63.** Modena, C., Sonda, D., Zonta, D., *Damage Localization in Reinforced Concrete Structures by Using Damping Measurements*, Proceedings of the International Conference on Damage Assessment of Structures, Dublin, Ireland, 1, pp. 132–141, 1999
- 64.** Morassi, A., Vestroni, F., *Dynamic Methods for Damage Detection in Structures*, CISM Courses and Lectures, vol. 499, Springer Wien New York, 2008
- 65.** Nasser, H., Mevel, L., Chapelle, D., *Damage Detection under Environmental Perturbation*, 2005 IMAC-XXIII: Conference & Exposition on Structural Dynamics
- 66.** Nedelcu, D., *Microsoft Excel: concepte teoretice și aplicații*, Editura Orizonturi Universitare, 2003
- 67.** Nedelcu, D., *Digital Prototyping and Numerical Simulation with SolidWorks*, Editura Eurostampa, Timișoara, 2011
- 68.** Nedelcu, D., *Proiectare și simulare numerică cu SolidWorks*, Editura Eurostampa, Timișoara, 2011
- 69.** Outinen, J., *Mechanical Properties of Structural Steel at Elevated Temperatures and After Cooling Down*, Proceedings, Interscience Communications Limited, UK, 2006
- 70.** Pandey, A., Biswas, M., Samman, M., *Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shapes*. Journal of Sound and Vibration, 145, pp. 321–332
- 71.** Park, Y., Park, H., Lee, S., *Weighted Error Matrix Application to Detect Stiffness Damage Characteristic Measurement*, International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 3(3), pp. 101–107
- 72.** Păstrav, I., *Rezistența materialelor*, vol.I-II, Institutul Politehnic Cluj-Napoca, 1979

- 73.** Păstrav, I., *Rezistența materialelor și teoria elasticității*, Universitatea Tehnică Cluj Napoca, 1993
- 74.** Praisach, Z.I., Gillich, G.R., Protocsil, C., Muntean, F., *Evaluation of Crack Depth in Beams for Known Damage Location Based on Vibration Modes Analysis*, Applied Mechanics and Materials, Vol.430, pp. 90-94, 2013
- 75.** Protocsil, C., Minda, P.F., Gillich, G.R., Minda, A.A., Vasile, O., *Beam Model Validation Based on Finite Element Analysis*, Advances in Remote Sensing, Finite Differences and Information Security, pp. 54-59, 2012
- 76.** Rades, M., *Rezistența materialelor vol I-II*, Editura PRINTECH, 2010
- 77.** Rytter, A., *Vibration Based Inspection of Civil Engineering Structures*. PhD Thesis, Aalborg University, Denmark, 1993
- 78.** Schultz, J.L., Command, B., Goble, G.G., Frangopol, D.M. *Efficient Field Testing and Load Rating of Short-and Medium-Span Bridges*, Structural Engineering Review, 1995
- 79.** Shaker, F. J., *Effect of Axial Load on Mode Shapes and Frequencies of Beams*, National Aeronautics and Space Administration, NASA TN D-8109, Washington, D.C., December 1975
- 80.** Sinou, J.J., *A Review of Damage Detection and Health Monitoring of Mechanical Systems from Changes in the Measurement of Linear and Non-Linear Vibrations*, HAL Id: hal-00779322, Submitted on 22 Jan 2013
- 81.** Shiau, L.C., Kuo, S.Y., *Free Vibration of Thermally Buckled Composite Sandwich Plates*, Journal of Vibration and Acoustics, February 2006, Vol. 128/1
- 82.** Smola, A. J., Schölkopf, B., *A Tutorial on Support Vector Regression*, Statistics and Computing 14 (2004), pp. 199–222
- 83.** Sohn, H., Dzwonczyk, M., Straser, E.G., Law, K.H., Meng, T., Kiremidjian, A.S., *Adaptive Modeling of Environmental Effects in Modal Parameters for Damage Detection in Civil Structures*, Proceedings of SPIE, 3325, 1998, pp.127–138
- 84.** Sohn, H., *Effects of Environmental and Operational Variability on Structural Health Monitoring*, Phil. Trans. R. Soc. A (2007) 365, pp. 539–560

85. Sohn, H., Farrar, C.R., Hemez, F.M., Shunk, D.D., Stinemates, D.W., Nadler, B.R., *A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996–2001*, Los Alamos National Laboratory report, LA-13976-MS. Los Alamos (2003)
86. Tripa, P., Hlușcu, M., *Rezistența Materialelor*, Editura MIRTON, Timișoara, 2006
87. Uomoto, T., *Non-Destructive testing in civil engineering*, Elsevier Science Ltd., Amsterdam, 2000
88. Viola, E., Bocchini, P., *Non-Destructive Parametric System Identification and Damage Detection in Truss Structures by Static Tests*, Structure and Infrastructure Engineering, 2011, pp. 1–19
89. West, W., *Illustration of the Use of Modal Assurance Criterion to Detect Structural Changes in an Orbiter Test Specimen*. Proceedings of the Air Force Conference on Aircraft Structural Integrity, 1, pp. 1–6
90. Worden, K., Farrar, C.R., Hayward, J., Todd, M.D., *A Review of Applications of Nonlinear Dynamics to Structural Health Monitoring*, Journal of Structural Control and Health Monitoring 15 (2007), pp. 540–567
91. *** National Institute of Standards and Technology (NIST), Federal Building and Fire Safety *Investigation of the World Trade Center Disaster*, Mechanical and Metallurgical Analysis of Structural Steel. NIST NCSTAR 1-3, Gaithersburg, MD., 2005
92. *** Règles FA (P92-702), *Méthode de prévision par le calcul du comportement au feu des structures en acier*, CD-DTU V2 - Edition 150, 2007
93. www.catia.ro/articole/labview1/labview1.htm
94. www.optris.com